

**Применение сигналов с фазовой манипуляцией для расширения полосы обзора космических радиолокаторов дистанционного зондирования Земли с синтезированием апертуры антенны**

**Б. Г. Тысик, А. С. Курекин, В. Б. Ефимов, А. С. Гавриленко, И. А. Калмыков, В. Н. Цымбал**

Центр радиофизического зондирования Земли НАН и НКА Украины, Харьков

Классические космические радиолокаторы бокового обзора с синтезированием апертуры (РСА) вследствие высокой скорости носителя имеют ограниченную полосу обзора, не превышающую 100 км. Вместе с тем для решения многих задач дистанционного зондирования природной среды Земли требуется гораздо более широкая полоса наблюдения.

Способами расширения полосы обзора является применение сканирующих в угломестной плоскости антенн, либо антенн с веерной диаграммой направленности. В этом случае удается получать полосы захвата до 700 км при парциальной полосе обзора не более 100 км, т. е. рабочая полоса обзора остается по-прежнему ограниченной. При этом, существенным образом усложняется антенная система РСА и возрастает его стоимость.

В данной работе рассмотрен вопрос расширения полосы обзора РСА путем использования специального вида наборов зондирующих сигналов с внутриимпульсной фазовой манипуляцией теми или иными дискретными кодовыми последовательностями (КФМ-сигналов). Предлагается применение периодически повторяющихся пачек импульсов, состоящих из 3 — 4 импульсов с высокими уровнями коэффициентов сжатия и взаимной развязки, что позволяет реализовать полосу обзора 300 км и более без ухудшения разрешающей способности системы. При этом однозначность по азимуту обеспечивается частотой повторения импульсов, а однозначность по дальности — частотой повторения пачек последовательностей.

Коды предлагаемых КФМ-сигналов выбирались из бинарных псевдослучайных М-последовательностей [2], что позволяет, как будет показано ниже, оптимально решить задачу расширения полосы обзора РСА.

**1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОТРАЖЕННОГО СИГНАЛА**

Построим математическую модель, описывающую формирование отраженного сигнала в условиях, когда зондирующие импульсы различны от импульса к импульсу и полосы обзора взаимно перекрываются. Пусть радиолокатор, осуществляющий боковой обзор плоской земной поверхности, установлен на носителе, который перемещается вдоль оси  $Ox$  на высоте  $h$  с постоянной путевой скоростью  $V_x$  (рис. 1). Пусть антенна радиолокатора ориентирована под углом визирования  $\theta_0$ . Ширина диаграммы направленности антенны (ДНА)  $G(\theta, \varphi)$  в плоскости  $uOz$  равна  $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$ , где  $\theta_{1,2}$  — начальный и конечный углы визирования. Общая длина полосы

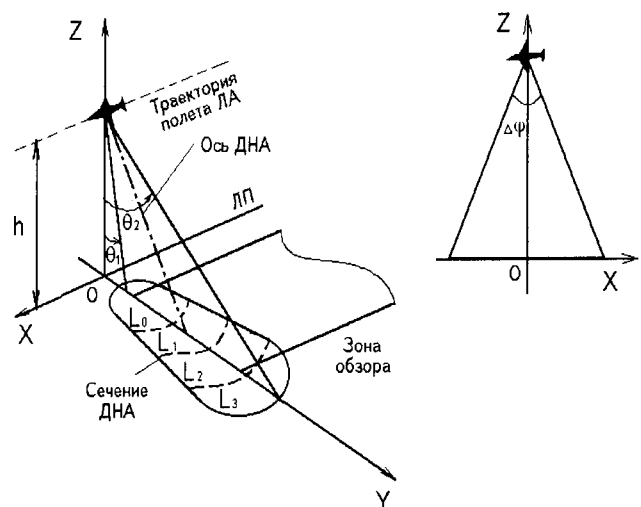


Рис. 1.

обзора по дальности равняется  $L = h(1/\cos\theta_2 - 1/\cos\theta_1)$ .

В азимутальной плоскости ДНА имеет ширину (по нулям основного лепестка) равную  $\Delta\varphi$ . Радиолокатор зондирует земную поверхность последовательностью сложных импульсных радиосигналов  $S_n(t)$ ,  $n = -\infty, \dots, \infty$  (вообще говоря, различных) на центральной частоте  $f_0$ . Длительности этих импульсов одинаковы и равны  $\tau_s$ , частота их повторения равна  $F = 1/T$ .

Если частота повторения выше некоторой пороговой частоты  $F^{\max}$ , которая в рассматриваемом случае определяется из соотношения

$$F^{\max} = \frac{c \cos\theta_1 \cos\theta_2}{2h(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)},$$

где  $c$  — скорость света, то общая полоса обзора  $L$  разбивается на несколько подполос  $L_j$ ,  $j = 0, J - 1$ . Число подполос  $J = [F/F^{\max}] + 1$  (здесь  $[\cdot]$  — операция извлечения целой части). Отклики от целей, расположенных в различных полосах  $L_j$ , взаимно накладываются друг на друга. Причем, если цель расположена в полосе  $L_j$ , то ее отклик после  $n$ -го импульса будет равен  $S_{n-j}(t - \tau)$ , где  $\tau$  — время задержки. Если в качестве зондирующих импульсов использовать сложные сигналы с различными характеристиками от импульса к импульсу и при их корреляционной обработке цели от «своей» полосы обзора будут выделены, а с «чужой» — подавлены, то можно разделить полосы обзора на РЛИ. Ясно, что при этом количество зондирующих сигналов с разной «окраской» должно быть не меньшим, чем количество разделяемых полос.

Заметим, что очевидный и самый простой способ ликвидации неоднозначности по дальности, а именно уменьшение частоты следования импульсов, в нашей ситуации неприемлем, так как для повышения разрешения по азимуту используется процедура синтезирования апертуры антенны. При этом, как известно [3], частота следования зондирующих импульсов не может быть ниже пороговой величины  $F^{\min} = 2V_x \Delta\varphi / \lambda$ , где  $\lambda = c/f_0$  — длина волны.

В случае, когда  $F^{\min} > F^{\max}$ , взаимное наложение откликов от полос обзора по дальности неизбежно будет иметь место в отраженном сигнале.

При излучении одного импульса  $S_n(t)$  в точке  $x_n = nV_x/F$  согласно принципу Гюйгенса — Френеля комплексная огибающая отраженного от полосы обзора сигнала  $P_n(t)$  представляется в виде

$$P_n(t) = \iint a(r, x) S_n(t - \tau_n) \exp(2\pi i c \tau_n / \lambda) \times \frac{G(x - x_n) G(x - x_n - 2rV_x/c)}{R(r, x - x_n) R(r, x - x_n - 2rV_x/c)} dr dx, \quad (1)$$

$$t = 0, \dots, \infty.$$

Здесь  $a(r, x)$  — комплексный коэффициент обратного рассеяния элемента разрешения с координатами  $(r, x)$ ,  $R(r, x) = \sqrt{r^2 + x^2}$  — наклонная дальность от носителя до элемента разрешения  $(r, x)$ ,  $r = \sqrt{y^2 + h^2}$  — проекция наклонной дальности на плоскость  $yOz$ ,  $\tau_n = [R(r, x - x_n) R(r, x - x_n - 2rV_x/c)]/c$  — время задержки сигнала отраженного от элемента разрешения  $(r, x)$ .

При выводе представления (1) предполагалась частотная независимость диаграммы направленности  $G(r, x)$  и сравнительная узкополосность сигнала (ширина спектра импульса  $\Omega$  значительно меньше центральной частоты  $f_0$ ).

Придадим выражению (1) более удобный для анализа вид, вводя несколько упрощающих предположений. Во-первых, пренебрежем эффектом «миграции» цели по дальности при движении носителя. Для этого во втором члене подынтегрального выражения положим, что время задержки равно

$$\tau_n \approx 2r/c.$$

Это предположение оправданно, когда ширина ДНА по азимуту  $\Delta\varphi \ll 1$ . Во-вторых, можно положить, что

$$\tau_n \approx 2R(r, x - x_n)/c.$$

Это означает, что мы пренебрегаем линейным изменением фазы сигнала за счет смещения носителя по азимуту за время между посылкой импульса и приемом отклика от цели. Условием для этого является выполнение неравенства

$$rV_x/c \leq \lambda/\Delta\varphi.$$

Кроме того, будем полагать, что диаграмма направленности антенны имеет косекансную форму в угломестной плоскости и прямоугольную — в азимутальной. Тогда представление (1) преобразуется к виду

$$P_n(t) = \iint a(r, x) S_n(t - 2r/c) S_{ir}(r, x - x_n) dr dx, \quad (2)$$

где

$$S_{ir}(r, x) = \begin{cases} \exp[4\pi i R(r, x - x_n)/\lambda], & |x - x_n| < r\Delta\varphi/2, \\ 0 & |x - x_n| > r\Delta\varphi/2. \end{cases}$$

Подчеркнем, что все вышеперечисленные предположения и допущения не являются принципиальными ограничениями для развиваемого подхода. Они введены в основном с целью придать дальнейшим выкладкам менее громоздкий вид и упростить алгоритм обработки сигналов.

Используя (2), легко получить, что при зондировании земной поверхности бесконечной последовательностью импульсных сигналов, отличающихся своей «окраской», в условиях наличия неоднозначности по дальности, отраженный сигнал записыва-

ется в виде

$$P_n(t) = \sum_{j=0}^{J-1} \iint a_j(r, x) S_{n-j}(t - 2r/c) S_{tr}(r + jr_p, x - x_n) dr dx, \quad (3)$$

$t = 0, \dots, T - \tau_s, n = -\infty, \dots, \infty.$

Здесь  $a_j(r, x) = a(r + jr_p, x)$  — коэффициент обратного рассеяния от элемента разрешения, расположенного в полосе  $L_j$ ;  $r_p = cT/2$ .

Более компактный вид имеет векторная форма записи (3):

$$P_n(t) = \sum_{j=0}^{J-1} \iint a_j(r, x) \mathbf{D}^T(t - 2r/c, r, x - x_n) dr dx, \quad (4)$$

где  $\mathbf{a}(r, x) = \{a(r + jr_p, x), j = 0, \dots, J - 1\}$  — вектор-столбец;  $\mathbf{D}(t, r, x - x_n) = \{S_{n-j}(t) S_{tr}(x - x_n, r + jr_p), j = 0, \dots, J - 1\}$  — вектор-столбец.

Таким образом, видим, что отраженный сигнал представляет собой некоторое интегральное преобразование от искомой векторной функции с векторным дискретно-непрерывным квазиразностным ядром  $\mathbf{D}(t, r, x - x_n)$ .

В ситуации, когда излучаемые импульсы не все различны, а используется пачка  $K$  различных импульсов, которая периодически повторяется ( $S_{j+nK}(t) = S_j(t), n = -\infty, \dots, \infty, j = 1, \dots, K; K \geq J$ ), и число импульсов в пачке значительно меньше числа отсчетов по азимуту, при котором цель находится в пределах ДНА, то можно придать представлению (4) чисто непрерывный характер, а именно:

$$P_n(t, x') = \iint a_j(r, x) \mathbf{D}_1^T(t - 2r/c, r, x - x_n) dr dx, \quad (5)$$

$t = 0, \dots, T - \tau_s, n = -\infty, \dots, \infty.$

где

$$\mathbf{D}_{1,j}(t, r, x - x') = \sum_{j=0}^{K-1} S_j(t) S_{tr}^{(j)}(x - x', r + jr_p),$$

$$S_{tr}^{(j)}(x - x') = \sum_{n=-\infty}^{\infty} S_{tr}(x - x_{nK+j}, r + jr_p) \xi(x' - x_{nK+j}),$$

$\xi(x' - x_{nK+j})$  — базис Котельникова.

Последнее представление и положено в основу дальнейшего анализа.

## 2. ДВУМЕРНАЯ КОРРЕЛЯЦИОННАЯ ОБРАБОТКА ВХОДНОГО СИГНАЛА

Здесь нашей задачей является построение алгоритма нахождения наилучшей возможной оценки для коэффициента обратного рассеяния  $\mathbf{a}(r, x)$  по известному сигналу на входе радиолокационного при-

емника в условиях аддитивного белого шума. Тогда комплексная огибающая входного сигнала  $V_n(t)$  представляет собой сумму отраженного сигнала  $P_n(t)$  и шума  $\eta_n(t)$ :

$$V_n(t) = P_n(t) + \eta_n(t).$$

Поскольку статистические характеристики случайного процесса  $\eta_n(t)$  заранее неизвестны, то оптимальную оценку дает критерий максимального правдоподобия [2].

Его применение для рассматриваемого случая показывает, что наилучшей оценкой для  $\mathbf{a}(r, x)$  является функция  $\hat{\mathbf{a}}(r, x)$ , минимизирующая функционал

$$I(\hat{\mathbf{a}}(r, x)) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_0^{T-\tau_s} |V_n(t) - P_n(\hat{\mathbf{a}}(r, x), t)|^2 dt. \quad (6)$$

При поиске наилучшей оценки  $\hat{\mathbf{a}}(r, x)$  в классе корреляционных интегралов

$$\hat{\mathbf{a}}(r', x') = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_0^{T-\tau_s} V_n(t) \mathbf{D}_0(t - 2r'/c, x' - x_n, r') dt,$$

где  $\mathbf{D}_0(t - 2r'/c, x, r')$  — опорный сигнал, минимальное значение функционала (6) достигается при

$$\mathbf{D}_0(t, x, r') = \text{const} \bar{\mathbf{D}}^T(-t, -x, r')$$

(согласованная или оптимальная фильтрация входного сигнала). Чертой сверху обозначена комплексно сопряженная величина.

Мерой качества алгоритма обработки при выбранных зондирующих сигналах является двумерная матричная функция неопределенности

$$\mathbf{U}(r - r', x', r) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_0^{T-\tau_s} V_n(t) \times \mathbf{D}_0\left(t - \frac{2r'}{c}, x' - x_n, r'\right) \mathbf{D}^T\left(t - \frac{2r}{c}, x_n, r\right) dt. \quad (7)$$

С физической точки зрения функция  $U_{ij}(r', x, r)$  представляет собой радиолокационное изображение (РЛИ) полосы обзора  $L_j$ , полученное как результат корреляционной обработки входного сигнала опорным  $\mathbf{D}_0$  при наличии точечной цели, расположенной в полосе  $L_j$  в точке азимута  $x = 0$  на наклонной дальности  $r$  и отсутствии других целей и шумов. Ясно, что наилучшие результаты будут достигнуты при

$$\mathbf{U}(r', x, r) \longrightarrow \mu \mathbf{I} \delta(x) \delta(r'),$$

где  $\mathbf{I}$  — единичная матрица,  $\mu$  — коэффициент усиления. В этом случае в результате корреляционной обработки элементы отражения со «своей» полосы обзора выделяются, а с «чужой» — подавляются.

Дальнейшие исследования связаны с анализом

свойств компонентов матрицы-функции  $U(r', x, r)$  при зондировании земной поверхности периодически повторяющейся бесконечной последовательностью импульсных сигналов с различной «окраской»  $S_{j+nk}(t) = S_j(t)$ ,  $n = -\infty, \dots, \infty$ ,  $j = 1, \dots, J$ . Нами рассмотрены наиболее существенные величины, связанные с этой функцией, а именно: коэффициент усиления  $\mu$ , коэффициент сжатия  $k$  и уровень подавления мешающих отражений  $M$  ([1]).

Коэффициент усиления определяется как  $\mu_i = U_{ii}(0, 0, r)B_S/\tau_S$ , где  $B_S$  — база сигнала (или  $10\log(U_{ii}(0, 0, r)B_S/\tau_S)$ , дБ). Он характеризует выигрыш, достигаемый в соотношении «пиковая мощность двумерного сигнала  $D$ /мощность шума» в результате корреляционной обработки. Нормировочный коэффициент  $B_S/\tau_S$  введен для удобства. Он равен отношению мощностей шума до и после согласованной фильтрации сигнала  $S_n(t)$  в случае, когда ширина полосы приемника согласована с шириной спектра этого сигнала. Что касается траекторного сигнала, то поскольку он является дискретным, дополнительной нормировки азимутальной компоненты шума не требуется. Ясно, что коэффициент усиления при азимутальной обработке прямо пропорционален частоте зондирования. Заметим, что если амплитудная модуляция в двумерном сигнале отсутствует ( $|D| = \text{const}$ ), то выражение для  $\mu_i$  зависит только от базы этого сигнала, а именно:  $\mu_i = B_r B_S$  ( $B_r$  — база траекторного сигнала). Коэффициенты сжатия по азимуту  $k_x$  и дальности  $k_r$  определяются как  $k_x = \delta_x/(r\Delta\varphi)$ ,  $k_r = 2\delta_r(c\tau_S)$ , где  $\delta_{x,r}$  — размеры главных сечений основного лепестка  $U$  по осям  $Ox$  и  $Or$  соответственно. Другими словами, это величины пространственного разрешения по азимуту и дальности. Заметим, что значение  $\delta_x$ , получаемое при согласованной фильтрации азимутальной компоненты сигнала чаще называют потенциально достижимым разрешением. Дело в том, что в процессе формирования и прохождения по тракту передачи (включая в это понятие и свободное пространство между приемником и передатчиком) сигнал  $D(r, x)$  претерпевает непрогнозируемые искажения, не сводящиеся к аддитивным шумам. Это в первую очередь фазовые искажения, а также шумы зернистости (спекл-шумы), которые связаны с узкополосностью радиолокационных сигналов. Оба эти вида шумов носят мультипликативный характер и вносят искажения в основном в траекторный компонент сигнала. Чтобы уменьшить их влияние, длину интервала синтеза по азимуту  $X$  выбирают обычно значительно меньше принципиально возможной  $r\Delta\varphi$ . То есть, вместо согласованной фильтрации по азимуту проводят квазисогласованную. При этом, естест-

венно, как коэффициент усиления, так и коэффициент сжатия уменьшаются в  $X/(r\Delta\varphi)$  число раз.

Уровень подавления мешающих отражений от перекрывающихся полос обзора (УПМО)  $M_{ij}$  определяется как

$$M_{ij} = \left| \frac{U_{ij}(r, x, r')}{U_{ij}(0, 0, r')} \right|,$$

и характеризует степень подавления в полосе  $L_i$  мешающих отражений, находящихся в полосе  $L_j$ . Для удобства введем также две вспомогательные величины: уровень боковых лепестков (УБЛ)  $M = \max_j M_{jj}$  и уровень развязки полос обзора (УРПО)  $M_p = \max_{i,j} M_{ij}$ ,  $i \neq j$ . В ситуации, когда УБЛ не удовлетворяет наперед заданным требованиям, его величину можно понизить путем применения весовой обработки (аподизации) сигнала. Эта обработка заключается в сглаживании краев амплитудного спектра сигнала с помощью монотонно убывающей весовой функции (функции окна) [1].

С учетом вышесказанного в явном виде функцию  $U_{ij}(r', x, r)$  можно представить как

$$U_{ij}(r', x, r) = \sum_{k=0}^{J-1} F_{(i+k)_J, (j+k)_J}(r') \times \sum_{n=-\infty}^{\infty} S_{tr}^0(x_{nJ+k} - x, r + jr_p) S_{tr}(x_{nJ+k}, r + jr_p). \quad (8)$$

Здесь  $F_{(i+k)_J, (j+k)_J}(r')$  — автокорреляционная функция сигналов  $S_{(i+k)_J}(t)$  и  $S_{(j+k)_J}(t)$ ,  $(i+k)_J$  — операция сложения по модулю  $J$ ,  $S_{tr}^0$  — опорный траекторный сигнал:

$$S_{tr}^0(x, r) = \begin{cases} \Psi(x) \exp[4\pi i R(r, x - x_n)/\lambda], & |x - x_n| < X/2, \\ 0, & |x - x_n| > X/2, \end{cases}$$

где  $\Psi(x)$  — весовая функция.

Из выражения (8) видно, что необходимым условием разделения полос обзора по дальности является нахождение таких сигналов  $S_j(t)$ , которые имеют заданные коэффициент сжатия и усиления, а также минимальное значение  $M^{\min}$ , характеризующее уровень подавления мешающих отражений  $M_{ij}$ , то есть

$$M^{\min} = \min_{S_j(t)} \max_{i,j} F_{ij}(r'), \quad |r'| > \delta_r/2 \quad \text{при } i = j. \quad (9)$$

Критерий (9) может быть положен в основу метода поиска оптимальных сигналов, обеспечивающих максимум развязки полос обзора по дальности. Он является общим и не зависит от того, будет ли производиться корреляционная обработка РЛИ по азимуту. Величина  $M^{\min}$  характеризует максимальный УПМО после проведения корреляционной

обработки по дальности.

В то же время учет вида траекторного компонента двумерного сигнала позволяет получить более точный критерий, который позволяет снизить УПМО за счет обработки РЛИ по азимуту. Он будет эффективен только при достаточно высокой частоте зондирования и малом количестве перекрывающихся полос обзора, то есть в тех же условиях, при которых справедливо представление (5). Действительно, можно показать, что в этом случае

$$U_{ij}(r', x, r) \approx F_{ij}^{tr}(x, r) \sum_{k=0}^{J-1} F_{(i+k)_J, (j+k)_J}(r') \exp(2\pi i k x V_x T),$$

где  $F_{ij}^{tr}(x, r)$  — взаимнокорреляционная функция  $i$ -го опорного и  $j$ -го отраженного траекторных сигналов.

Таким образом, боковые лепестки функции  $U_{ij}(r', x, r)$  зависят только от суммы боковых лепестков взаимнокорреляционных функций зондирующих сигналов, умноженных на фазовые множители, зависящие от  $x$  и периода  $T$  следования импульсов. Учитывая, что максимальный уровень боковых лепестков наблюдается на главном сечении  $x = 0$  (здесь они велики за счет сжатия сигнала по азимуту), в качестве критерия для поиска зондирующих сигналов можно взять следующий:

$$M^{\min} = , |r'| > \delta_r / 2 \text{ при } i = j. \quad (10)$$

Отсюда видно, что суммирование сигналов при синтезировании апертуры может существенно уменьшить уровень мешающих отражений, если только удастся найти сигналы с противофазными боковыми лепестками, которые взаимно компенсируются.

Таким образом, при заданных коэффициентах сжатия необходимо найти такие зондирующие сигналы, которые должны обеспечить:

- минимум боковых лепестков по дальности;
- минимальную корреляционную связь между импульсами различной «окраски».

### 3. ПРОЦЕДУРА ОТБОРА ГРУПП КФМ-СИГНАЛОВ С ОПТИМАЛЬНЫМИ КОРРЕЛЯЦИОННЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

Целью данного раздела является построение алгоритма выбора  $J$  сигналов с равными коэффициентами усиления и сжатия и минимальным уровнем боковых лепестков их авто- и взаимнокорреляционных функций. Методика выбора строится для сигналов с дискретной фазовой модуляцией, комплексная огибающая которых имеет вид

$$S_j(t) = \sum_{n=0}^{N-1} a_n^j u(t - n\tau).$$

Здесь  $u(t)$  — парциальный импульс длительности  $\tau$ ;  $a_n = \exp(i\varphi_n^j)$  — комплексная амплитуда парциального импульса. Последовательность  $A_j = \{a_n^j, n = 0, \dots, N - 1\}$  называется кодовой последовательностью  $j$ -го КФМ-сигнала. В качестве парциального импульса используется прямоугольный импульс единичной амплитуды, как наиболее простой в реализации. Легко видеть, что как коэффициент сжатия, так и коэффициент усиления сигналов  $S_j$  пропорциональны длине последовательности  $N$ . Кроме того, можно показать, что максимальные боковые лепестки авто- и взаимнокорреляционных функций сигналов  $S_j$  равны максимальным боковым лепесткам дискретных корреляционных функций соответствующих кодовых последовательностей [2]. Поэтому в дальнейшем рассматриваются только эти дискретные корреляционные функции  $R_n^{jk}$ ,

которые определяются как  $R_n^{jk} = \sum_{m=0}^{N-n-1} a_m^j a_{m+n}^k, n = 0, \dots, N - 1$ . Будем полагать, что фаза парциального импульса  $\varphi_n^j$  может принимать только квантованные значения вида  $2\pi p/P, p = 0, \dots, P - 1$ .

Такой выбор объекта исследований обусловлен двумя соображениями. Во-первых [2], известен ряд хорошо разработанных алгоритмов построения кодовых последовательностей с минимальным уровнем боковых лепестков (коды Баркера, последовательности максимальной длины (M-последовательности), коды Лежандра и т. д.). Во-вторых, с ростом длины последовательности количество таких «хороших» кодов возрастает, причем фазовые зависимости их спектров имеют существенно различный вид. Это позволяет среди всего множества кодов равной длины отыскать  $J$  таких, взаимная корреляция между которыми стремится к нулю (ортогональных кодов). Здесь следует сделать одно важное уточнение. Заведомо бессмысленно ожидать ортогональности от двух кодов, различие между которыми сводится к циклической перестановке составляющих их элементов. Можно показать, что эти коды являются почти вырожденными по отношению к уровню взаимной корреляции между ними. Точнее, максимальную взаимную корреляцию здесь нельзя снизить на уровень больший, чем  $-3$  дБ.

Известно, что наибольшее количество кодов с УБЛ, пропорциональным  $1/\sqrt{N}$  можно построить в случае, когда длина последовательности равна простому числу вида  $N = P^k - 1$ . В основном эти коды относятся к группе так называемых усеченных M-последовательностей. Их количество велико вследствие того фундаментального факта, что циклическая перестановка M-последовательности так-

же является  $M$ -последовательностью. Количество  $N_v$  различных  $M$ -кодов, не сводящихся к циклическим перестановкам, определяется функцией Эйлера от длины последовательности. Они могут быть получены как коэффициенты первообразных (примитивных) полиномов, делящих полином  $z^N - 1$ .

Учитывая вышеизложенное, построим поэтапный алгоритм, позволяющий из всех кодов длины  $N$ , относящихся к группе  $M$ -последовательностей, выделить  $J$  таких, взаимная корреляция между которыми минимальна.

Этапы алгоритма:

1. Построение  $N_v$  различных, не сводящихся к циклическим перестановкам  $M$ -множеств  $A_j$  длины  $N$ . Каждому из сформированных множеств  $A_j$  ставим в соответствие производные множества

$$A_{js} = \{a_{(n+s)_N}^j, n = 0, \dots, N - 1\};$$

$$j = 0, \dots, N_v - 1; \quad s = 0, \dots, N - 1,$$

являющиеся  $s$ -ми циклическими перестановками исходных последовательностей. Индекс  $s$  в дальнейшем используется как переменная, с помощью которой проводится оптимизация корреляционных характеристик при выборе групп кодовых последовательностей.

2. Перебор полученных множеств по индексу  $s$  и выделение тех из них, для которых выполняется условие минимакса УБЛ автокорреляционных функций, а именно:

$$R_j^{\min} = \min_s \max_n |R_n^{(j,s), (j,s)}|. \quad (11)$$

Наименование выделенных множеств строится по формату:

$$M\_j\_s_j^{\min}\_R_j^{\min}.$$

Здесь  $s_j^{\min}$  — значение индекса  $s$  при котором выполняется (11).

Полученные последовательности использовались в дальнейшем в качестве базовых.

3. Для полученной базовой группы последовательностей строится матрица  $N_v \times N_v$  с элементами, которые находятся как

$$R_{jk} = \max_n |R_n^{(j,s_j^{\min}), (k,s_k^{\min})}|.$$

Из этой матрицы выделяется  $J$  множеств с теми номерами  $j_n$ ,  $n = 0, \dots, J - 1$ , для которых достигается условие минимальности максимального из элементов  $R_{j_n, j_m}$ .

4. Для выделенных последовательностей производится перебор по индексу  $s$  (циклическая сдвигка) с целью дальнейшего снижения взаимнокорреляционных максимумов. Сначала этот перебор производится отдельно для каждой пары выделенных множеств с целью определения минимально возможно-

го уровня взаимной корреляции. Число имеющихся здесь вариантов равно  $J \times N \times N$ . Затем производится полный перебор для всех множеств. Выделение нужных последовательностей производится по критерию (9) или (10).

В случае, если полный перебор  $N^J$  вариантов невозможен из-за ограниченности вычислительных ресурсов ЭВМ, проводятся расчеты с укрупненным шагом по каждому из смещений. Фиксируется точка с улучшенным значением минимакса и выполняется поиск с шагом 1 в узкой окрестности этой точки.

#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Расчеты были проведены для групп из четырех кодовых последовательностей длины 127, то есть использовались значения  $J = 4$ ,  $N = 127$ ,  $N_v = 18$ . Значения  $a_n^j$  брались равными  $\pm 1$  ( $P = 2$ ). Ниже приведен протокол вычислений для каждого из этапов алгоритма проектирования.

1. Построены 18  $M$ -множеств длины 127 по известным формулам.

2. Выделены следующие 18 производных множеств:

M1\_s55\_max\_9; M2\_s106\_max\_9;  
M3\_s127\_max\_8; M4\_s28\_max\_9  
M5\_s101\_max\_9; M6\_s53\_max\_9;  
M7\_s100\_max\_10; M8\_s33\_max\_9;  
M9\_s17\_max\_22; M10\_s7\_max\_9;  
M11\_s114\_max\_9; M12\_s20\_max\_9;  
M13\_s34\_max\_10; M14\_s81\_max\_9;  
M15\_s52\_max\_9; M16\_s7\_max\_8;  
M17\_s35\_max\_9; M18\_s7\_max\_10.

3. Для полученной базовой группы построена матрица  $18 \times 18$ , содержащая значения максимальных боковых лепестков корреляционных функций производных множеств. Диагональные элементы этой матрицы были минимизированы на этапе 2, и их значения в основном находятся в диапазоне от 8 до 10. Из этой матрицы выделены следующие множества:

M2\_s106\_max\_9; M3\_s127\_max\_8;  
M6\_s53\_max\_9; M15\_s52\_max\_9.

В этих множествах значения векторов всех корреляционных функций не превышают по абсолютной величине 23:

$$\begin{pmatrix} i \setminus j & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 9 & 23 & 22 & 21 \\ 2 & 20 & 8 & 20 & 22 \\ 3 & 22 & 23 & 9 & 23 \\ 4 & 23 & 21 & 20 & 9 \end{pmatrix}.$$

4. Исследовалась возможность дальнейшего сни-

жения взаимнокорреляционных максимумов выделенного множества. С этой целью отдельно для каждой пары выделенных множеств проведена оптимизация путем полного перебора по двум переменным  $s_1, s_2$ . Число всех вариантов для каждой пары  $127 \cdot 127$ .

Результаты оказались следующими:

Упр. индексы (1 2),  $\min\_max = 18$ ,

Упр. индексы (3 4),  $\min\_max = 18$ ,

Упр. индексы (1 3),  $\min\_max = 18$ ,

Упр. индексы (2 3),  $\min\_max = 18$ ,

Упр. индексы (1 4),  $\min\_max = 17$ ,

Упр. индексы (2 4),  $\min\_max = 18$ .

Проведенный анализ показал, что граничным значениям минимакса является значение 18 и для дальнейшего улучшения матрицы перекрестных максимумов необходимо выполнить оптимизацию по переменным  $s_1, s_2, s_3, s_4$ .

5. Получение кодов, оптимальных по критерию (9).

Полный перебор  $127 \cdot 127 \cdot 127 \cdot 127$  вариантов из-за ограниченности вычислительных ресурсов оказался затруднительным. В связи этим проведены расчеты с укрупненным шагом по каждому из смещений. Ниже приведен протокол вычислений.

Протокол вычислений

Шаг	Интервал поиска	Значение минимакса	Координаты минимакса
30	0—127, 0—127, 0—127, 0—127	22	0, 30, 60, 30
12	0—127, 0—127, 0—127, 0—127	21	12, 60, 0, 84
4	8—16, 52—68, 0—12, 78—92	20	13, 57, 0, 84
1	10—20, 50—60, 125—135, 70—80	20	14, 57, 0, 84

Из протокола видно, что две близкие точки дали одинаковый результат. Это говорит о плавном изменении оптимизируемой функции, благодаря которому процесс поиска с укрупненным шагом и последующим уточнением по более узкой окрестности является сходящимся процессом.

Итак, выбрана следующая группа кодовых последовательностей оптимальных по критерию (9):

- 1) множество  $M2\_s106\_max\_9+s13$ ;
- 2) множество  $M3\_s127\_max\_8+s57$ ;
- 3) множество  $M6\_s53\_max\_9+s0$ ;
- 4) множество  $M15\_s52\_max\_9+s84$ .

Для них матрица перекрестных лепестков имеет вид

$$\begin{pmatrix} i \setminus j & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 10 & 19 & 18 & 19 \\ 2 & 20 & 11 & 19 & 20 \\ 3 & 19 & 19 & 9 & 20 \\ 4 & 20 & 19 & 19 & 1 \end{pmatrix}.$$

Полученные множества использовались в качестве исходных. В дальнейшем была произведена оптимизация по индексам  $s_1, s_2, s_3, s_4$  с шагом перебора, равным 5. Найдено значение минимакса, равное 36, для следующей группы кодовых последовательностей:

$M2\_s106\_max\_9+s13+s5$ ;  $M3\_s127\_max\_8+s57+s90$ ;

$M6\_s53\_max\_9+s0+s20$ ;  $M15\_s52\_max\_9+s84+s85$ .

При этом матрица перекрестных лепестков этих последовательностей имела вид:

$$\begin{pmatrix} i \setminus j & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 12 & 21 & 19 & 22 \\ 2 & 19 & 11 & 23 & 19 \\ 3 & 24 & 19 & 11 & 23 \\ 4 & 22 & 23 & 19 & 10 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, найдены две группы последовательностей оптимальных по двум критериям. Как показывает проведенный анализ с помощью этих последовательностей можно получить УБЛ не хуже -22 дБ и уровень перекрестных лепестков не хуже -16 дБ. В качестве иллюстрации на рис. 2 приведена автокорреляционная функция для последовательности  $M2\_s106\_max\_9+s13+s5$ .

Рассмотрим теперь пример использования найденных кодовых последовательностей для расширения полосы обзора космической РСА системы. Пусть космический носитель перемещается по орбите на высоте 650 км со скоростью 6.8 км/с. Антенная система бортового радиолокатора обеспечивает ширину диаграммы по уровню 3 дБ: в азимутальной плоскости  $0.57^\circ$  и в угломестной плоскости  $23^\circ$ . Начальный угол визирования равен  $20^\circ$ . Разрешающую способность радиолокатора предположим равной  $20 \times 20 \text{ м}^2$ . Отсюда следует (см. п. 1.), что минимальная частота зондирования составляет 4.53 кГц, а максимальная протяженность полосы однозначности по дальности — 96.5 км. Таким образом, выбранная полоса обзора шириной в 369 км содержит 4 подполосы  $L_j$ , в которых имеет место взаимное наложение отраженных сигналов. Так, например, пусть одиночная цель расположена во второй подполосе на наклонной дальности

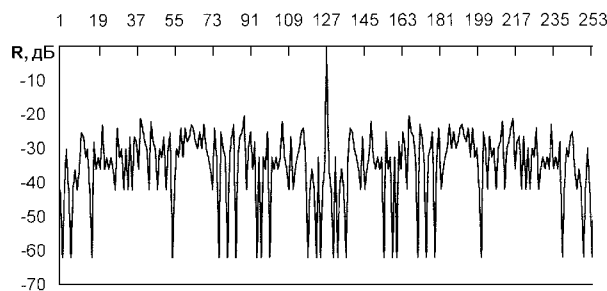


Рис. 2. АКФ для последовательности  $M2\_s106\_max\_9+s13+s5$

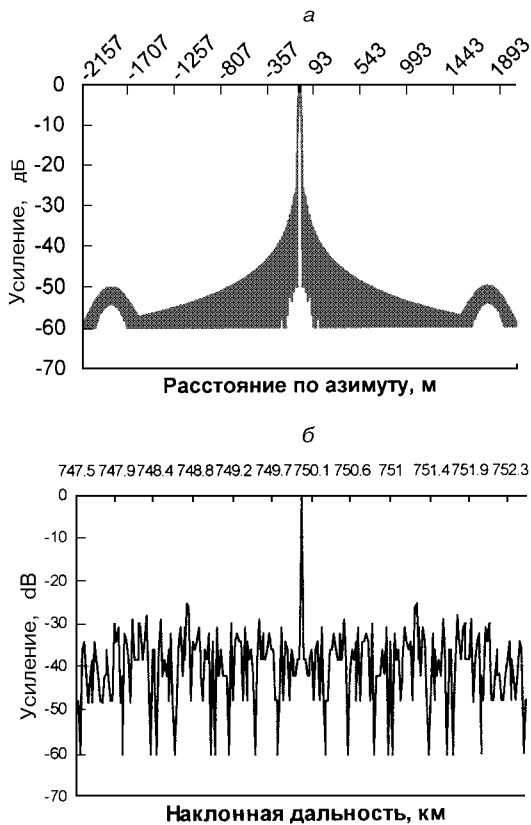


Рис. 3. Главные сечения РЛИ цели

750 км. Проводя корреляционную обработку численно смоделированного отраженного сигнала по азимуту и наклонной дальности, убеждаемся, что при заданном уровне разрешения УБЛ не превышает величины  $-25$  дБ. Иллюстрирует результат данной обработки рис. 3, на котором представлены главные сечения РЛИ цели в азимутальной и угломестной плоскостях. Видно, что УБЛ не превышает величины  $-28$  дБ по азимуту и  $-25$  дБ по углу места. Вне главных сечений уровень подавления

сигнала существенно выше. Сравнивая зависимости на рис. 2 и 3, б, видим, что, как и указывалось ранее, накопление сигнала при синтезировании апертуры позволяет снизить уровень боковых лепестков. Та же закономерность наблюдается при корреляционной обработке отклика цели в соседней полосе. Здесь уровень подавления сигнала также не превышает  $-25$  дБ.

Численные эксперименты, проведенные при различных местоположениях цели в различных подполосах  $L_j$ , дали похожие результаты. Порядок следования зондирующих импульсов, как и ожидалось, практически не влиял на величину УБЛ и УРПО.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенный анализ показывает, что предложенный метод устранения неоднозначности по дальности в радиолокационных системах с высоким пространственным разрешением является вполне работоспособным и позволяет обеспечить расширение полос обзора в несколько раз без потери разрешения. Как установлено выше, в достаточно богатом множестве кодовых усеченных М-последовательностей равной длины существуют такие коды, которые имеют высокий уровень взаимной развязки. Причем как их количество, так и уровень развязки повышаются с ростом длины последовательностей. Это позволяет применить данный подход для проектирования РЛС систем различного назначения, удовлетворяющих широкому диапазону требований на УБЛ и уровни развязки перекрывающихся полос обзора.

1. Антипов В. Н., Горяинов В. Т., Кулин А. Н. и др. Радиолокационные станции с цифровым синтезированием апертуры антенны / Под ред. В. Т. Горяинова. — М.: Радио и связь, 1988.—304 с.
2. Варакин Л. Е. Теория сложных сигналов. — М: Сов. радио, 1970.—376 с.
3. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. — М: Радио и связь, 1970.—376 с.
4. Френкс Л. Теория сигналов. — М: Сов. радио, 1974.—344 с.