

УДК 629.7.054

**В. Н. Мельник, Дилнар Махмут, В. В. Карачун, Е. К. Кундеревич**

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», Київ

## **Погрешности измерений продольных скоростей ракет-носителей гироскопическим интегратором**

*Надійшла до редакції 21.01.02*

Наведено аналіз головних похибок вимірювання швидкості руху ракет-носіїв за допомогою гіроскопічного інтегратора лінійних прискорень. Отримані аналітичні співвідношення для обчислення абсолютних та відносних значень похибок в одиницях вихідної величини та швидкості РН.

Гироскопические устройства, применяемые на подвижных объектах, кроме многих других требований, должны отвечать главному — обеспечению высокой точности измерений соответствующего параметра. В первую очередь это относится к тем приборам, которые используются в инерциальных навигационных системах и сложных системах гироскопической стабилизации.

До настоящего времени повышение точности гироскопических устройств достигалось конструкторскими и технологическими средствами, позволившими создать ряд прецизионных типов гироскопических устройств. К таковым можно отнести уменьшение моментов сил сухого трения в осях подвеса гироскопа, повышение точности статической и динамической балансировки, соблюдение условия равной жесткости для роторов и элементов подвеса, применение безмоментных токоподводов, датчиков углов, снижение уровня помех, вызываемых различными возмущающими воздействиями, и др.

Другим направлением научно-технической мысли, позволившим также повысить точность гироскопических устройств, явилось создание новых типов подвесов. Так, в гироскопах с механическим ротором, помимо широко применяемого механического (карданова) подвеса, стали использовать поплавковый, газовый, магнитный, электростатический и другие типы подвесов.

В последние годы разрабатываются чувствительные гироскопические элементы, основанные на новых физических принципах. В первую очередь здесь следует упомянуть гироскопы с жидкостным

ротором, твердотельные, вибрационные, лазерные и ядерные.

Особо следует отметить бурно развивающееся направление автокомпенсации влияния внешних возмущающих воздействий на гироскоп [2, 3, 5, 8, 13]. Его смело можно отнести к достижениям приборостроительной техники последних десятилетий. Методы автокомпенсации предусматривают такое построение схемы прибора, при котором обеспечивается автономная, т. е. без использования внешней информации, компенсация некоторых видов возмущающих воздействий. С точки зрения технической реализации речь идет о создании искусственных движений гироскопа или его элементов.

В прикладной гироскопии известны предложения по уменьшению влияния некоторых возмущающих воздействий путем применения двух гироскопов, связанных кинематически (работы Б. В. Булгакова, А. Ю. Ишлинского, И. Д. Кондорского и др. [1, 4, 9]). Вместе с тем наличие кинематической связи, нагруженной подавляемыми в ней помехами, приводит к увеличению момента сил сухого трения и тем самым ограничивает его применимость, а в случае поплавковых приборов — полную непригодность.

Измерительные гироскопические приборы — тахометры, интегрирующие гироскопы, тахоакселерометры, гироскопические интеграторы — имеют методические погрешности, обусловленные влиянием перекрестных составляющих, направленных вдоль осей, перпендикулярных к оси чувствительности прибора, а

также влиянием переносного углового ускорения основания вокруг осей подвеса гироскопа. Наиболее простой и радикальный способ устранения или существенного уменьшения таких погрешностей состоит в формировании второго входного канала измеряемой величины и упомянутых помех так, чтобы на выходе прибора обеспечить взаимное подавление этих помех [10].

Известной технической реализацией такого способа является использование двухроторных гиротаксометров, тахоакселерометров, гироскопических интеграторов. Можно сказать, что идея структурной избыточности в схемах измерительных гироскопических приборов для устранения упомянутых помех может быть реализована и без применения кинематической связи между гиromоторами. В качестве иллюстрации следует упомянуть двухканальную схему, основанную на прямом использовании принципа двухканальности Б. Н. Петрова [11, 12].

Остановимся более подробно на анализе погрешностей гироскопического интегратора линейных ускорений.

Эти приборы нашли широкое применение в летательных аппаратах для измерения линейной скорости, а также одной из ее составляющих — проекции на ось чувствительности прибора. Анализ возникающих волновых процессов при нестационарном воздействии внешних возмущений — кинематического и акустического — показывает, что в натуральных условиях у гироскопического интегратора появляются дополнительные погрешности. Это, в свою очередь, при автоматическом выведении космических аппаратов целевого назначения приведет к возникновению отклонений от расчетной траектории, и следовательно, к необходимости выполнения дополнительных маневров на орбите.

Особое внимание в статье уделено развитию и апробации методов определения акустической погрешности гироскопического интегратора. Построены механические модели взаимодействия подвеса гироскопа с акустическими полями и проанализированы возникающие дополнительные погрешности измерений. Такой подход к изучению свойств гироскопического интегратора осуществляется впервые.

Для достижения ракетой-носителем (РН) заданной точки пространства, как известно, необходимо, чтобы в момент отключения двигательных установок вектор скорости ее центра масс имел требуемую величину и направление. Вторая задача решается в основном гироскопическим и вертикальным. Решение первой задачи, как правило, осуществляется с помощью гироскопического интегратора линейных ускорений.

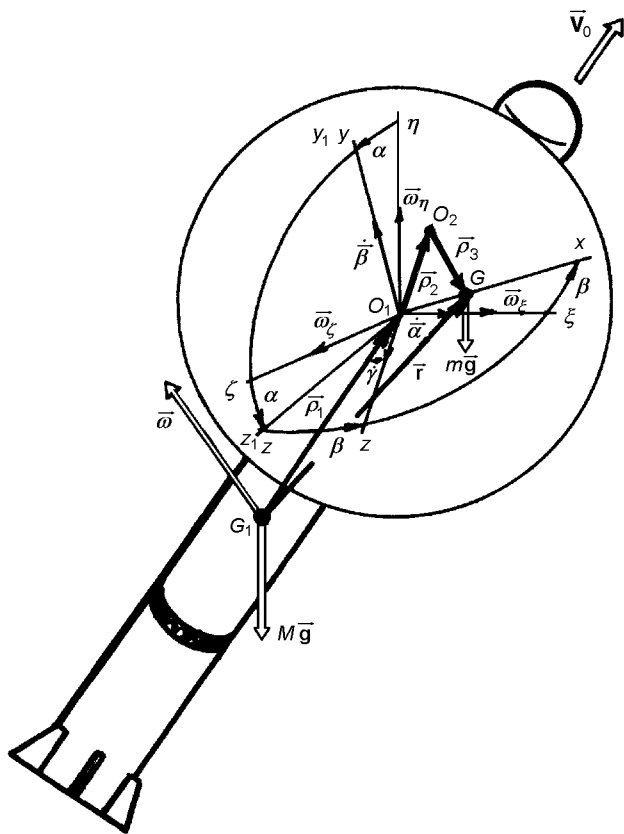
Основное назначение гироскопических интеграторов связано с их применением в баллистических ракетах для формирования сигнала отключения двигателей в конце активного участка траектории. В этом случае ось наружной рамки прибора устанавливается параллельно продольной оси ракеты. С осью наружной рамки через редуктор связывается кулачковое контактное устройство, вырабатывающее сигналы включения двигателя. Замыкание контактов производится кулачком при достижении ракетой заданного значения продольной скорости. Влияние силы тяжести учитывается соответствующим смещением контактов на расчетный угол. Активный участок траектории движения баллистической ракеты является программной кривой. Поэтому закон изменения угла тангажа  $\theta$  на активном участке (с точностью до погрешностей управления по углу тангажа) также задается. Это позволяет рассчитывать влияние силы тяжести. Для ракет без управления по тяге двигателей эти расчеты могут быть выполнены лишь приблизительно, поскольку заранее неизвестно время достижения требуемой скорости движения.

Ракеты с управлением по тяге двигателей привязываются к программной траектории не только по пространственным, но и по временной координате. В этом случае расчет влияния силы тяжести может быть произведен весьма точно.

В том случае, когда изучается только прецессионное движение, уравнения гироскопического интегратора имеют вид [6, 7] (рисунок)

$$\begin{aligned} H\dot{\beta} = & (-1)^n k_p k_u U - k_\omega k_p^2 \dot{\alpha} - H(\omega_\eta \cos \alpha + \omega_\xi \sin \alpha) - \\ & - A_1 \dot{\omega}_\xi - M_{\text{ТР}} \text{sign} \dot{\alpha} + M_{x_1}^a; \\ - H(\dot{\alpha} + \omega_\xi) = & ml \dot{V}_{G\xi} - ml \beta (\dot{V}_{G\eta} \sin \alpha - \dot{V}_{G\xi} \cos \alpha) - \\ & - ml(\dot{\omega}_\eta \rho_{1\xi} - \dot{\omega}_\xi \rho_{1\eta}) - B_1(\dot{\omega}_\xi \sin \alpha + \dot{\omega}_\eta \cos \alpha) - \\ & - mgl[\sin \theta + \beta \cos \theta \sin(\varphi + \alpha)] - M_y^0 \text{sign} \dot{\beta} + M_{y_2}^a. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $H$  — кинетический момент гиromотора;  $\omega_i$ ,  $\dot{\omega}_i$  ( $i = \xi, \eta, \zeta$ ) — угловая скорость и ускорение поворота РН относительно своего центра масс;  $\alpha$ ,  $\beta$  — углы поворота гироскопического интегратора относительно наружной и внутренней рамки соответственно;  $O_{1\xi\eta\zeta}$  — система координат, жестко связанная с носителем;  $l$  — расстояние вдоль главной оси между осью подвеса кожуха и центром масс системы ротор — кожух — наружная рамка;  $M_j^a$  — акустические моменты-помехи;  $M_{\text{ТР}} \text{sign} \dot{\alpha}$ ,  $M_y^0 \text{sign} \dot{\beta}$  — моменты сухого трения на осях подвеса гироскопа;  $A_1$ ,  $B_1$  — моменты инерции подвеса;  $\dot{V}_{G_i}$  ( $i = \xi, \eta, \zeta$ ) — ускорения центра масс РН т.  $G$ ;  $\rho_1$  — радиус-



Кинематическая схема гироскопа на ракете-носителе

вектор, соединяющий т.  $O_1$  с центром масс ракеты;  $\theta, \varphi$  — углы тангажа и крена РН;  $U$  — напряжение на управляющей обмотке коррекционного двигателя;  $(-1)^n k_p k_u$  — коэффициент передачи системы коррекции.

С учетом предположения о малости величин  $\dot{\alpha}$  и  $\dot{\beta}$  уравнения (1) можно рассматривать независимо.

Второе уравнение в этом случае представляет собой закон прецессионного движения гироскопа относительно оси наружной рамки под влиянием следующих моментов:

- момента  $m\dot{V}_{G\xi}$  силы инерции, который является входной величиной прибора;
- момента  $m\dot{\beta}(\dot{V}_{G\eta}\sin\alpha - \dot{V}_{G\xi}\cos\alpha)$  сил инерции, перпендикулярных к оси чувствительности прибора;
- момента  $m\dot{\alpha}(\dot{\rho}_{1\xi} - \dot{\omega}_{\rho_{1\eta}})$  сил инерции, обусловленных ускоренным вращением ракеты-носителя относительно центра масс точки  $G$  и смещением места установки прибора от этой точки;

- инерционного момента  $B_1(\dot{\omega}_{\xi}\sin\alpha + \dot{\omega}_{\eta}\cos\alpha)$  от переносного углового ускорения вокруг оси привеса кожуха;
- момента  $mgl[\sin\theta + \beta\cos\theta\sin(\varphi + \alpha)]$  силы тяжести;
- момента  $M_y^0\text{sign}\dot{\beta}$  сил сухого трения относительно оси поворота кожуха;
- момента  $M_2(P)$  сил акустического давления  $P$ , обусловленного парусностью поверхности кожуха, входящего в слагаемое  $M_{y_2}^a = M_2(P) + M_5(\dot{V}) + M_6(\dot{W}) + M_8(W_T)$ ;
- суммарного момента  $M_5(\dot{V}) = \pi 2B\omega\dot{V}(t)/R$  сил инерции Кориолиса, вызванного упругими тангенциальными перемещениями  $V$  цилиндрической части поверхности кожуха под действием акустического излучения;
- суммарного момента  $M_6(\dot{W}) = \pi 2B\omega\dot{W}(t)/R$  сил инерции Кориолиса, вызванного упругими радиальными перемещениями  $W$  цилиндрической части поверхности кожуха под действием звуковой волны;
- момента  $M_8(W_T)$  от акустической вибрации крышек кожуха.

Первые пять моментов являются следствием кинематического возмущения прибора со стороны корпуса ракеты-носителя, последние четыре — результат совместного влияния на прибор акустического излучения и углового движения корпуса ракеты (кинематическое возмущение). Момент  $M_2(P)$  возникает при действии волны давления на абсолютно твердую поверхность кожуха, а моменты  $M_5(\dot{V})$  и  $M_6(\dot{W})$  — на упругоподатливую.

Из всех перечисленных моментов, только первый является полезным, поскольку содержит информацию о входной величине  $V_{G\xi}$  — продольном ускорении движения центра масс ракеты-носителя. Остальные являются моментами-помехами, приводящими к погрешностям прибора.

В левой части второго уравнения системы (1) сомножитель  $\dot{\alpha} + \omega_{\xi}$  представляет собой сумму относительной  $\dot{\alpha}$  и переносной  $\omega_{\xi}$  угловых скоростей движения вокруг оси наружной рамки, т. е. абсолютную угловую скорость поворота гироскопа вокруг этой оси. Но, так как в гироскопе в качестве выходной величины используется не абсолютное значение, а относительное (относительно ракеты) значение угла поворота наружной рамки гироскопа, то в качестве подынтегральной функции при интегрировании используется только относительная скорость  $\dot{\alpha}$ . Величина  $\int_0^t \omega_{\xi} dt$ , определяющая поворот корпуса ракеты относительно продольной оси,

будет методической ошибкой.

Проанализируем структуру первого уравнения системы (1).

Согласно назначению системы коррекции в этом уравнении слагаемое  $(-1)^n k_p k_u U$  должно значительно превышать по величине все остальные. Это позволит рассмотреть в качестве параметров сомножители  $\dot{\alpha}$  и  $\alpha$  в слагаемых, которые существенно меньше первого слагаемого.

Первое уравнение системы (1) описывает прецессионное движение вокруг оси привеса кожуха под действием моментов относительно оси наружной рамки. Им можно воспользоваться для определения величины минимально необходимого момента датчика моментов в случае нелинейной системы коррекции или для вычислений статических (либо медленно изменяющихся) значений угла при линейной системе коррекции. Другими словами, для работоспособности системы коррекции необходимо, чтобы коррекционный момент превышал остальные моменты:

$$(-1)^n k_p k_u U - k_\omega k_p^2 \dot{\alpha} > -H(\omega_\eta \cos \alpha + \omega_\zeta \sin \alpha) - A_1 \dot{\omega}_\xi - M_{TP} \text{sign} \dot{\alpha} + M_{x_1}^a.$$

В случае линейной системы коррекции первое уравнение системы (1) можно записать в виде

$$H \dot{\beta} = -k_{Дy} k_y k_p k_u \beta - k_\omega k_p^2 \dot{\alpha} - H(\omega_\eta \cos \alpha + \omega_\zeta \sin \alpha) - A_1 \dot{\omega}_\xi - M_{TP} \text{sign} \dot{\alpha} + M_{x_1}^a. \quad (2)$$

Если изменение во времени моментов  $k_\omega k_p^2 \dot{\alpha}$ ,  $H(\omega_\eta \cos \alpha + \omega_\zeta \sin \alpha)$ ,  $M_{TP} \text{sign} \dot{\alpha}$  и  $M_{x_1}^a$  происходит достаточно медленно (частотный спектр находится в области малых величин), статическое решение уравнения (2) можно определить соотношением

$$\beta_{CT} = -\frac{1}{k_{Дy} k_y k_p k_u} [k_\omega k_p^2 \dot{\alpha} + H(\omega_\eta \cos \alpha + \omega_\zeta \sin \alpha) + A_1 \dot{\omega}_\xi + M_{TP} \text{sign} \dot{\alpha} - M_{x_1}^a]. \quad (3)$$

В противном случае в правой части формулы (3) удерживаются лишь статические (или медленно изменяющиеся) составляющие этих моментов.

Расчет статических девиаций оси фигуры гироскопа относительно перпендикуляра к плоскости наружной рамки необходим для оценки степени влияния ускорений движения ракеты-носителя вдоль перпендикулярных осей.

Таким образом, акустическая волна прошедшая внутрь прибора, приведет при прочих равных условиях эксплуатации к дополнительному статическому отклонению оси фигуры на угол  $\beta_{CT}^a$ :

$$\begin{aligned} \beta_{CT}^a &= \frac{M_1(P) + M_3(\dot{V}) + M_4(\dot{W}) + M_7(P)}{k_{Дy} k_y k_p k_u} = \\ &= \frac{P S \cos(n, \hat{O}_1 y_2) l_1 + 2R^{-1} A_1 \omega_\xi \dot{V}(1) + 2R^{-1} \pi A_1 \omega_\xi \dot{W}(1)}{k_{Дy} k_y k_p k_u} + \\ &+ \frac{2m_T L \omega_\xi \dot{W}_T(1) \sin[\omega_\xi, \hat{W}_T(t)]}{k_{Дy} k_y k_p k_u}. \quad (4) \end{aligned}$$

Представленные соотношения отличаются простотой и наглядностью. Вместе с тем эти результаты справедливы лишь в первом приближении, поскольку основаны на предположении малости некоторых моментов-помех, приложенных к подвижной части интегратора.

Конструктивно гнезда для цапф или подшипников оси подвеса кожуха, как уже отмечалось, выполняются смещенными относительно средней плоскости, проходящей через центр масс гиromотора, на расчетную величину  $l$ . При заданном значении передаточного коэффициента  $K$  прибора, известном кинетическом моменте  $H$  и массе  $m$  гиromотора необходимое смещение  $l$  устанавливается в соответствии с очевидным соотношением

$$l = \frac{KH}{m}. \quad (5)$$

Порог чувствительности прибора определяется из условия превышения полезного момента  $ml \dot{V}_{G\xi}$  над моментом трения  $M_{TP}$ :

$$|ml \dot{V}_{G\xi}| > |M_{TP}|. \quad (6)$$

Это соотношение дает возможность вычислить порог чувствительности интегратора

$$\dot{V}_{G\xi} = \frac{M_{TP}}{ml}.$$

Как видно из этой формулы, целесообразно максимальное увеличение маятниковости  $ml$  прибора, и в первую очередь смещения  $l$ . Как правило, эта величина у серийных приборов составляет 1—2 см.

Одновременно с этим решается вопрос оптимального выбора датчика момента системы коррекции (и необходимость редуктора), датчика угла, усилителя системы коррекции, а также моментов инерции  $A_0$  и  $B_0$  подвижной части. Последнее необходимо для определения частот собственных незатухающих колебаний  $\omega_0$  и для избежания совпадения с вибрацией корпуса ракеты-носителя.

Критерием правильности выбора параметров интегратора служит расчет его погрешностей.

Основными из них следует считать методические, обусловленные влиянием моментов-помех на ось кожуха, и инструментальные — непостоянство ко-

эфициента передачи прибора, влияние сил сухого трения в оси привеса кожуха и др.

**Погрешность от инерционного момента**  $ml\beta(\dot{V}_{G\eta}\sin\alpha - \dot{V}_{G\xi}\cos\alpha)$ . Она характеризует влияние ускорений, действующих в плоскости палубы ракеты-носителя (вдоль осей, перпендикулярных к оси чувствительности). Абсолютное значение этой погрешности в единицах выходной величины прибора определяется формулой

$$\Delta_1^\alpha = \frac{ml}{H} \int_0^t \beta(\dot{V}_{G\eta}\sin\alpha - \dot{V}_{G\xi}\cos\alpha) d\tau, \quad (7)$$

а в единицах измеряемой линейной скорости — соотношением

$$\Delta_1^{V\xi} = \int_0^t \beta(\dot{V}_{G\eta}\sin\alpha - \dot{V}_{G\xi}\cos\alpha) d\tau. \quad (8)$$

Формула приведенной относительной погрешности гиросинтезатора имеет вид

$$\delta_1 = \frac{\int_0^t \beta(\dot{V}_{G\eta}\sin\alpha - \dot{V}_{G\xi}\cos\alpha) d\tau}{\int_0^t V_{G\xi} d\tau}, \quad (9)$$

или

$$\delta_1 = \frac{\int_0^t \beta \left[ \dot{V}_{G\eta} \sin \left( \frac{ml}{H} V_{G\xi} \right) - \dot{V}_{G\xi} \cos \left( \frac{ml}{H} V_{G\xi} \right) \right] d\tau}{V_{G\xi \max}}. \quad (10)$$

Очевидно, что точное определение погрешности гиросинтезатора возможно только в случае известных законов изменения ускорений  $\dot{V}_{G\eta}(t)$ ,  $\dot{V}_{G\xi}(t)$ , а также угла  $\beta$ .

Для баллистических ракет можно считать известными только продольное  $\dot{V}_{G\xi}$  и нормальное  $\dot{V}_{G\eta}$  ускорения. Они определяют траекторию активного участка. Боковой снос  $\dot{V}_{G\xi}$  заранее неизвестен, и может быть установлен лишь его предельный уровень.

Вместе с тем можно утверждать, что величина бокового ускорения  $\dot{V}_{G\xi}$  существенно меньше нормального ускорения  $\dot{V}_{G\eta}$  (это ускорение можно вычислить по программному изменению угла тангажа на активном участке траектории), и в формулах (7), (8) и (10) им можно пренебречь. Другими словами, здесь можно опустить слагаемое  $V_{G\xi}\cos\alpha$  при ориентировочной оценке погрешности.

Следует отметить, что в приведенных соотношениях параметр  $\beta$  можно определять лишь статической либо медленно изменяющейся составляющей, так как быстрые изменения угла сглаживаются при

интегрировании и не оказывают влияния на погрешность прибора.

Последнее замечание не распространяется на те случаи, когда ускорения  $\dot{V}_{G\eta}$  и  $\dot{V}_{G\xi}$  также имеют периодическую составляющую, близкую (или равную) по частоте углу  $\beta$ . В этом случае происходит накопление погрешности прибора. Такие явления имеют место, например, при наличии вибраций корпуса ракеты-носителя с частотой, близкой к собственной частоте прибора. Аналитически это иллюстрируется разложением функций типа  $\sin^2\omega t$  и  $\cos^2\omega t$  на систематическую и периодическую составляющие удвоенной частоты  $2\omega$ .

**Погрешность от инерционного момента**  $ml(\dot{\omega}_\eta\rho_{1\xi} - \dot{\omega}_\xi\rho_{1\eta})$  определяется аналогично формулам (8) и (10):

$$\begin{aligned} \Delta_2^{V\xi} &= \rho_{1\xi} \int \dot{\omega}_\eta d\tau - \rho_{1\eta} \int \dot{\omega}_\xi d\tau = \\ &= (\dot{\omega}_\eta\rho_{1\xi} - \dot{\omega}_\xi\rho_{1\eta}) \Big|_0^t \end{aligned} \quad (11)$$

для абсолютной погрешности и

$$\delta_2 = \left( \frac{\rho_{1\xi}\omega_\eta - \rho_{1\eta}\omega_\xi}{V_{G\xi\max}} \right) \Big|_0^t \quad (12)$$

для приведенной абсолютной погрешности.

Для баллистических ракет величины  $\Delta_2^V$  и  $\delta_2$  в конце активного участка движения очень малы, поскольку имеет место стабилизация корпуса по всем трем угловым координатам. Приращения величин  $\omega_\eta$  и  $\omega_\xi$  не происходит.

**Погрешность от инерционного момента**  $B_1(\omega_\xi\cos\alpha + \omega_\eta\sin\alpha)$ , аналогично предыдущему, определяются соотношениями

$$\Delta_3^{V\xi} = \frac{B_1}{ml} \int_0^t (\dot{\omega}_\xi\sin\alpha + \dot{\omega}_\eta\cos\alpha) d\tau, \quad (13)$$

$$\delta_3 = \frac{B_1}{ml} \frac{\int_0^t (\dot{\omega}_\xi\sin\alpha + \dot{\omega}_\eta\cos\alpha) d\tau}{V_{G\xi\max}}, \quad (14)$$

или в другой форме:

$$\Delta_3^{V\xi} = \frac{B_1}{ml} \int_0^t \left[ \dot{\omega}_\xi \sin \left( \frac{ml}{H} V_{G\xi} \right) + \dot{\omega}_\eta \cos \left( \frac{ml}{H} V_{G\xi} \right) \right] d\tau, \quad (15)$$

$$\delta_1 = \frac{B_1}{ml} \frac{\int_0^t \left[ \dot{\omega}_\xi \sin \left( \frac{ml}{H} V_{G\xi} \right) + \dot{\omega}_\eta \cos \left( \frac{ml}{H} V_{G\xi} \right) \right] d\tau}{V_{G\xi\max}}. \quad (16)$$

Очевидно, что при наличии системы угловой стабилизации корпуса ракеты-носителя угловые ускорения  $\dot{\omega}_\xi$  и  $\dot{\omega}_\eta$  будут иметь колебательные составляющие, которые в случае совпадения с частотой изменения угла  $\alpha$

$$\dot{\alpha} = \frac{ml}{H} \dot{V}_{G\xi}$$

приведут к возникновению параметрических резонансов. Как следствие, в подынтегральной функции появится систематическая либо медленно изменяющаяся составляющая, которая приведет к накоплению абсолютной погрешности.

Во всех других случаях вклад этого типа погрешностей в общую погрешность гироскопа незначителен.

**Погрешность от переносной угловой скорости  $\omega_\xi$ .** Величина этой погрешности определяется формулами

$$\Delta_4^{V\xi} = \frac{H}{ml} \int_0^t \omega_\xi d\tau, \quad (17)$$

$$\delta_4 = \frac{H}{ml} \frac{\int_0^t \omega_\xi d\tau}{V_{G\xi\max}}. \quad (18)$$

При наличии системы стабилизации по углу крена  $\varphi$  ракеты-носителя скорость  $\omega_\xi$  будет периодической функцией времени, что не приведет к накапливающейся ошибке гироскопа.

**Погрешность от действия сил тяжести и  $mg_l[\sin\theta + \beta\cos\theta\sin(\varphi + \alpha)]$ .** В единицах измеряемой линейной скорости эта погрешность равна

$$\Delta_5^{V\xi} = g \int_0^t [\sin\theta + \beta\cos\theta\sin(\varphi + \alpha)] d\tau, \quad (19)$$

а ее приведенная относительная величина определяется соотношением

$$\delta_5 = g \frac{\int_0^t \left[ \sin\theta + \beta\cos\theta\sin\left(\varphi + \frac{ml}{H} V_{G\xi}\right) \right] d\tau}{V_{G\xi\max}}. \quad (20)$$

В этих формулах периодическую составляющую угла  $\beta$ , приблизительно равную частоте собственных колебаний, можно не учитывать. Достаточно принять во внимание лишь постоянную или медленно изменяющуюся во времени составляющую.

Погрешность гироскопа от действия сил тяжести достигает весьма больших значений. Как правило, ее учитывают введением соответствующей поправки.

**Погрешность от наличия сухого трения в подшипниках оси кожуха.** Ее величина определяется соотношениями

$$\Delta_6^{V\xi} = \frac{1}{ml} \int_0^t (M_y^0 \text{sign}\dot{\beta}) d\tau, \quad (21)$$

$$\delta_6 = \frac{\int_0^t (M_y^0 \text{sign}\dot{\beta}) d\tau}{mlV_{G\xi}}. \quad (22)$$

При автоколебательном режиме работы системы коррекции величина момента трения уменьшается в 5...10 раз по сравнению со статическим моментом. Пропорционально этой величине уменьшается дрейф гироскопа относительно оси наружной рамки.

**Погрешность от нестациональности передаточного коэффициента.** Передаточный коэффициент (масштаб) прибора определяется выражением

$$K = \frac{ml}{H} = \frac{ml}{C} \dot{\gamma}. \quad (23)$$

Нестабильность коэффициента обусловлена изменением значений параметров, входящих в эту формулу, т. е. смещением центра масс гироскопа  $l$ , нестабильностью угловой скорости вращения ротора  $\dot{\gamma}$  и момента инерции  $C$ .

Абсолютная погрешность прибора в единицах измеряемой величины  $V_{G\xi}$  определяется формулой

$$\Delta_7^{V\xi} = \frac{\Delta K}{K} V_{G\xi}, \quad (24)$$

где  $\Delta K$  — абсолютное отклонение передаточного коэффициента от его номинального значения.

Относительная погрешность будет равна

$$\delta_7 = \frac{\Delta K}{K}. \quad (25)$$

Можно установить значение величины  $\Delta K$ :

$$\Delta K = \frac{\partial K}{\partial l} \Delta l + \frac{\partial K}{\partial C} \Delta C + \frac{\partial K}{\partial \dot{\gamma}} \Delta \dot{\gamma}, \quad (26)$$

где  $\Delta l$ ,  $\Delta C$  и  $\Delta \dot{\gamma}$  — отклонения соответствующих величин от их номинальных значений.

Выполнив дифференцирование выражения (26), получим

$$\Delta K = \frac{m}{C\dot{\gamma}} \Delta l + \frac{ml}{C^2\dot{\gamma}} \Delta C + \frac{ml}{C\dot{\gamma}^2} \Delta \dot{\gamma}. \quad (27)$$

Отсюда нетрудно установить относительную погрешность:

$$\delta K = \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta C}{C} + \frac{\Delta \dot{\gamma}}{\dot{\gamma}}. \quad (28)$$

Основными причинами возникновения отклонений  $\Delta l$  и  $\Delta C$  являются деформации соответствующих элементов прибора. Увеличение момента инерции  $C$  ротора вследствие его упругой деформации под действием центробежных сил инерции при вращении значения не имеет, так как передаточный коэффициент окончательно устанавливается экспериментально при номинальной скорости вращения ротора.

Если в интеграторе используется синхронный гиромотор, единственной причиной нестабильности угловой скорости  $\dot{\gamma}$  его вращения может быть непостоянство частоты питающего напряжения.

Точный расчет температурных изменений параметров  $l$  и  $C$  представляет определенные трудности. Они вызваны прежде всего отсутствием достоверной информации и законе распределения температуры в деталях прибора. Если предположить, что температура материала каждой детали постоянна, а температурная деформация — свободна, то эту задачу можно свести к элементарной. С учетом этого допущения определим величину  $\Delta l$ .

Пусть  $t_1$  и  $\alpha_1$  — температура наружной рамки и коэффициент линейного расширения материала соответственно. Тогда смещение оси подвеса кожуха относительно средней плоскости наружной рамки при температурной деформации последней будет равно

$$-\Delta l_1 = -l\alpha_1(t_1 - t_0) = -l\alpha_1\Delta t_1,$$

где  $t_0$  — температура материала, соответствующая номинальному значению  $l$ ;  $\Delta t_1$  — изменение температуры наружной рамки.

Аналогично для кожуха:

$$-\Delta l_2 = -l\alpha_2(t_2 - t_0) = -l\alpha_2\Delta t_2,$$

где  $t_2$  и  $\alpha_2$  — соответственно температура и температурный коэффициент линейного расширения материала кожуха и оси ротора (предполагаем эти величины одинаковыми для оси ротора и кожуха). Тогда результирующее изменение величины  $l$  под воздействием температуры будет определяться суммой этих величин, т. е.

$$\Delta l = \Delta l_2 - \Delta l_1 = l(\alpha_2\Delta t_2 - \alpha_1\Delta t_1), \quad (29)$$

а его относительное значение — соотношением

$$\delta l = \frac{\Delta l}{l} = \alpha_2\Delta t_2 - \alpha_1\Delta t_1. \quad (30)$$

Определение температурного изменения  $\Delta C$  осевого момента инерции ротора проведем по упрощенной схеме.

Любую геометрию ротора можно представить совокупностью  $n$  элементарных полых цилиндров массы  $m_i$  и радиусов  $R_i$  и  $r_i$  (при нормальной температуре  $t = 20^\circ\text{C}$ ). С увеличением числа  $n$  точность такой замены увеличивается.

С учетом сказанного момент инерции ротора можно представить формулой

$$C = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n m_i(R_i^2 + r_i^2).$$

При изменении значения температуры от номинального эта формула приобретает вид

$$\begin{aligned} C_{\Delta t} &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n m_i [R_i^2(1 + \alpha_i\Delta t)^2 + r_i^2(1 + \alpha_i\Delta t)^2] = \\ &= \frac{1}{2} (1 + \alpha_i\Delta t)^2 \sum_{i=1}^n m_i(R_i^2 + r_i^2). \end{aligned}$$

Отсюда легко установить абсолютное приращение момента инерции:

$$\Delta C = C_{\Delta t} - C = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n m_i(R_i^2 + r_i^2) [(1 + \alpha_i\Delta t)^2 - 1]$$

и величину относительного линейного приращения:

$$\begin{aligned} \delta C &= \frac{\Delta C}{C} = (1 + \alpha_i\Delta t)^2 - 1 = \\ &= 2\alpha_i\Delta t + \alpha_i^2\Delta t^2 \approx 2\alpha_i\Delta t, \end{aligned} \quad (31)$$

так как для встречающихся на практике значений  $\Delta t$ , произведение  $\alpha_i\Delta t$  намного меньше единицы.

Для изменения скорости вращения ротора синхронного гиромотора можно записать соотношения

$$\Delta \gamma = 2\pi\Delta f, \quad (32)$$

$$\delta \gamma = \frac{\Delta f}{f} = \delta f, \quad (33)$$

где  $\Delta f$  — отклонение частоты источника питания гиромотора от номинального значения.

**Погрешности от влияния акустического излучения.** 1. Обусловленная парусностью кожуха (геометрической асимметрией) относительно своей оси привеса

$$\begin{aligned} \Delta_8^P &= \frac{\int_0^t [\rho_{2z_2}(P)P\text{Scos}(\mathbf{n}, \hat{O}_2x_2) - \rho_{2x_2}(P)P\text{Scos}(\mathbf{n}, \hat{O}_2z_2)] dt}{ml} = \\ &= \frac{\int_0^t [\rho_{2z_2}(P)\cos(\mathbf{n}, \hat{O}_2x_2) - \rho_{2x_2}(P)\cos(\mathbf{n}, \hat{O}_2z_2)]}{ml} \times \\ &\quad \times SP_0 \exp(i\omega\tau - k_0\rho_2) dt, \end{aligned} \quad (34)$$

где  $\rho_{2z_2}(P)$  и  $\rho_{2x_2}(P)$  — координаты равнодействующей сил давления  $P$ ;  $P_0$  — звуковое давление;  $S$  — площадь поверхности кожуха;  $k_0$  — волновой вектор. Тогда формула приведенной относительной погрешности будет определяться соотношением

$$\delta_8 = \frac{\int_0^t [\rho_{2z_2}(P)P_0 \text{Scos}(n, \hat{O}_2 z_2) - \rho_{2x_2}(P)P_0 \text{Scos}(n, \hat{O}_2 z_2)] dt}{V_{G\xi_{\max}}} = \frac{P_0 \int_0^t S [\rho_{2z_2}(P) \cos(n, \hat{O}_2 z_2) - \rho_{2x_2}(P) \cos(n, \hat{O}_2 z_2)]}{V_{G\xi_{\max}}} \times \exp(i\omega\tau - k_0 \rho_2) dt. \quad (35)$$

2. Обусловленная упругими касательными перемещениями  $V(\tau)$  цилиндрической части кожуха под действием звукового излучения:

$$\Delta_9^{\dot{V}} = \frac{2\pi B_1}{Rml} \int_0^t \dot{V}(\tau)(\omega_\xi + \omega_\eta) d\tau; \quad (36)$$

$$\delta_9 = \frac{2\pi B_1}{RV_{G\xi_{\max}}} \int_0^t \dot{V}(\tau)(\omega_\xi + \omega_\eta) d\tau, \quad (37)$$

где  $\dot{V}(\tau)$  — скорость упругого перемещения поверхности кожуха в касательном направлении.

3. Обусловленная упругими радиальными перемещениями  $W(\tau)$  цилиндрической части кожуха:

$$\Delta_{10}^{\dot{W}} = \frac{2B_1}{Rml} \int_0^t \dot{W}(\tau)(\omega_\xi + \omega_\eta) d\tau, \quad (38)$$

$$\delta_{10} = \frac{2B_1}{RV_{G\xi_{\max}}} \int_0^t \dot{W}(\tau)(\omega_\xi + \omega_\eta) d\tau. \quad (39)$$

4. Обусловленная акустической вибрацией крышек кожуха гироскопа:

$$\Delta_{11}^{W_T} = \frac{\int_0^t M_8(W_T) d\tau}{ml}, \quad (40)$$

$$\delta_{11} = \frac{\int_0^t M_8(W_T) d\tau}{V_{G\xi_{\max}}}. \quad (41)$$

Соотношения (34)—(41) позволяют детально рассмотреть и оценить величину акустической вибрации кожуха в звуковых полях, а также установить степень ее влияния на погрешность прибора в целом.

1. Булгаков Б. В. Прикладная теория гироскопов. — М.: Гостехиздат, 1955.—235 с.
2. Дрейпер Ч., Ригли У. Интегрирующие поплавковые гироскопы. История механики гироскопических систем. — М.: Наука, 1975.—267 с.
3. Ильчанинов В. П. Влияние принудительного вращения карданова подвеса на движение астатического гироскопа // Изв. вузов. Приборостроение.—1970.—13, № 12.—С. 66—70.
4. Ишлинский А. Ю. Полная компенсация внешних возмущений, вызванных маневрированием, в гироскопических системах // Труды первого всесоюзного совещания по теории инвариантности. — К.: Изд-во АН УССР, 1959.—С. 12—24.
5. Ишлинский А. Ю. Механика гироскопических систем. — М.: Изд-во АН СССР, 1963.—482 с.
6. Карачун В. В., Мельник В. Н. О дополнительных погрешностях гироскопа линейных ускорений ракет-носителей, обусловленных дифракцией звуковых волн // Космічна наука і технологія.—2001.—7, № 2/3.—С. 27—32.
7. Карачун В. В., Мельник В. Н., Лозовик В. Г., Одинцов А. А. Погрешности гироскопического интегратора линейных ускорений в натуральных условиях. — Киев: Корнейчук, 2001.—144 с.
8. Каргу Л. И. О движении свободного гироскопа с принудительным вращением опор // Изв. вузов. Приборостроение.—1962.—5, № 4.—С. 54—62.
9. Кондорский И. Д. К теории некорректируемых гироскопических азимутов // Приборостроение.—1959.—Вып. 2.—С. 31—35.
10. Кулебакин В. С. Теория инвариантности автоматически регулируемых и управляемых систем // Труды первого международного конгресса ИФАК по автоматическому управлению. — М.: Изд-во АН СССР, 1961.—Т. 1.—С. 75—84.
11. Одинцов А. А. Использование принципа двухканальности для устранения боковой чувствительности инерционных измерителей // Теория инвариантности и теория чувствительности автоматических систем. — К.: Изд-во АН УССР, 1971.—Ч. 2.—С. 73—81.
12. Петров Б. Н. О реализуемости условий инвариантности // Труды первого совещания по теории инвариантности. — Киев: Изд-во ОТН АН УССР, 1969.—С. 43—51.
13. Челпанов Л. И. О достижении эффективности устройств, компенсирующих случайные уходы свободных гироскопов // Изв. АН СССР. Автоматика и телемеханика.—1962.—23, № 8.—С. 1078—1083.

#### ERRORS OF MEASUREMENTS OF LONGITUDINAL SPEEDS OF ROCKET CARRIERS BY GYROSCOPIC INTEGRATOR

V. N. Melnik, Dilnar Mahmut, V. V. Karachun, E. K. Kunderevich

We analyze the basic error in the speed of rocket carriers measured with the gyroscopic integrator of linear accelerations. The analytical relations are derived for calculating absolute and relative errors in terms of target size and carrier speed.