які дають результати вимірювань у допустимих межах. Необхідність їх використання диктується кількістю та номенклатурою носіїв. Для більшої кількості та номенклатури доцільно використовувати лазерні методи, які швидко окупаються у багатосерійному виробництві. При одиничному та дрібносерійному виробництвах достатньо застосування оптичних методів як дешевших та простіших у технологічному виконанні, але повільніших у часі.

Вимірювання параметрів супроводжується жорсткими технологічними умовами до справності, точності та переогляді вимірювальних приладів, до точності самих вимірювань. Перед кожним вимірюванням усі прилади перевіряються за еталонними аналогами на точність показань. Вимірювальні стенди також перед роботою перевіряються на точність еталонними носіями. Еталонні носії являють собою макет ступенів або відсіків з ідеально відрегульованою вагою, координатами центра мас та моментами інерції. Процес створення таких макетів досить трудомісткий, але необхідний. У розстикованому стані кожний ступінь зважується і на своїх стендах обміряється з метою визначення радіальних координат центра мас.

Носій з пристикованим імітатором космічного апарату і обтічника зважується, і визначається координата центра мас вздовж базової осі. Носій виставляється у горизонтальне положення та усувається ваговий прогин. Виставляються опорні п'яти носія та опори платформи з гіростабілізуючими приладами, визначаються координати заправних горловин і електричних роз'ємів. Геометрія самих горловин та електророз'ємів контролюється стикуванням до них еталонних макетів. Визначається кут закрутки однойменних площин стабілізації, керуючих та виконавчих органів носія. Працездатність механізмів розкриття обтічника перевіряється на стадії загального складання обтічника. Геометрія стикувальної поверхні носія з космічним апаратом і обтічником перевіряється еталонами цих вузлів.

Вимірювання кінцевих геометричних параметрів є завершальною стадією механічної готовності носія до експлуатації.

1. Джур Е. О., Кучма Л. Д., Николенко Є. Ю. и др. Технология производства космических ракет.—Днепропетровск: из-во ДГУ, 1992.—184 с.

MEASUREMENT OF FINAL GEOMETRICAL PARAMETERS FOR SPACE DEVICES BOOSTERS

E. Yu. Nikolenko, O. P. Skrypnyk

A general organization of the task and the problem of control of final geometrical parameters of space devices boosters is considered.

УДК 621.398.694.4:531.719.2

АНАЛИЗ ТОЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ УГЛОВЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ НА ОСНОВЕ ИЗМЕРЕНИЙ ЛИНЕЙНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

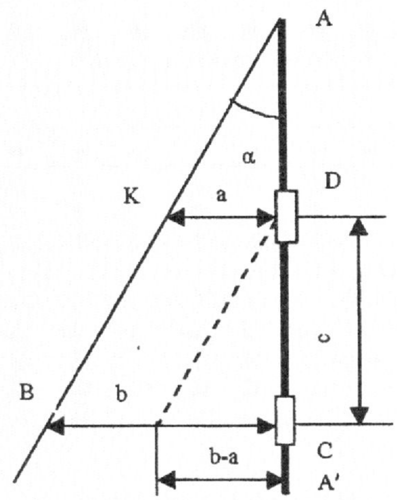
© Т. Л. Лагерь

Державне конструкторське бюро «Південне» ім. М. К. Янгеля

Сформовано ймовірнісний підхід до точності визначення кутових переміщень на основі вимірювань лінійних переміщень. Дослідження показали, що врахування ймовірнісних взаємозв'язків дозволяє суттєво уточнити похибки визначення кутових переміщень при використанні давачів лінійних переміщень. Проведено аналіз областей можливого застосування давачів лінійних переміщень, що визначаються відносними параметрами переміщення конструкції.

В практике экспериментальных работ нередко возникает необходимость (например, из-за особенностей конструкции) определения угловых перемещений на основе измерений линейных перемещений. Типовая схема такого определения угловых перемещений изображена на рисунке.

В зависимости от ожидаемых значений линейных перемещений используются датчики с такими пределами измерений,чтобы измеренные значения находились в аттестованном диапазоне. Для измерения перемещений применяют, например, штоковые датчики перемещений со свободной опорой штока на перемещаемую поверхность и установленные на измерительной оснастке, жестко закрепленной на



Типовая схема определения угловых перемещений. AA' — начальное положение конструкции, α — измеряемый угол, C и D — датчики, $BC = b$ — измеренное перемещение, соответствующее точке C, $KD = a$ — измеренное перемещение, соответствующее точке D

базовой поверхности. Истинное значение угла $\alpha_{ист}$ определяется из выражения

$$\alpha_{ист} \pm \Delta\alpha = \mathrm{arctg}\{[(b \pm \Delta b) - (a \pm \Delta a]/c\}, \quad (1)$$

где $\Delta\alpha$ — абсолютное значение погрешности определения угла α, Δb, Δa — абсолютные значения погрешностей измерений линейных перемещений.

Предположим, что $-0.045b \le \Delta b \le 0.045b$ и $-0.045a \le \Delta a \le 0.045a$, тогда из (1) следует

$$\alpha_{ист} \pm \Delta\alpha = \mathrm{arctg}\{[(b \pm 0.045b) - (a \pm 0.045a]/c\}. \quad (2)$$

На основании соотношения (2) можно записать следующие крайние выражения:

1) $\Delta\alpha = \mathrm{arctg}\{[1.045(b - a)]/c\} - \mathrm{arctg}[(b - a)/c]$ $(\Delta b > 0,\ \Delta a > 0)$,

2) $\Delta\alpha = \mathrm{arctg}(1.045b - 0.955a)/c - \mathrm{arctg}[(b - a)/c]$ $(\Delta b > 0,\ \Delta a < 0)$,

3) $\Delta\alpha = \mathrm{arctg}\{[0.955(b - a)]/c\} - \mathrm{arctg}[(b - a)/c]$ $(\Delta b < 0,\ \Delta a < 0)$,

4) $\Delta\alpha = \mathrm{arctg}(0.955b - 1.045a)/c - \mathrm{arctg}[(b - a)/c]$ $(\Delta b < 0,\ \Delta a > 0)$.

На практике обычно наихудший результат по величине $\Delta\alpha$, определенный на основе приведенных выше соотношений, принимается в качестве фактически реализованной погрешности.

Табл. 1 дает пример оценки погрешности $\Delta\alpha$ при $\alpha_{ист} = 300''$, $a = 0.073$ мм, $b = 0.145$ мм, $c = 50$ мм. Видно, что наихудший результат, который был бы

Таблица 1. Погрешность определения углового премещения

Δa	Δb	$\Delta\alpha$	δ, %
0.003285	0.006525	13.37″	4.45
−0.003285	0.006525	40.47	13.5
−0.003285	−0.006525	−13.37	4.45
0.003285	−0.006525	−40.47	13.5

δ — относительная погрешность определения углового перемещения.

принят на практике в качестве реализуемой погрешности, составит около 41″. Наилучший результат будет получен, если погрешности измерений перемещения будут иметь одинаковый знак.

Оценим погрешность измерения угла с учетом вероятностных взаимосвязей между погрешностями измерений датчиков линейных перемещений. Угол α будем полагать малым, так что $\mathrm{tg}\alpha \approx \alpha$. Тогда можно записать

$$\Delta\alpha = \alpha - \alpha_{ист} = (\Delta b - \Delta a)/c.$$

Математическое ожидание погрешности определения углового перемещения можно учесть в виде поправки, исключив его тем самым из погрешности определения угловых перемещений.

Дисперсия погрешности определения угла α будет равна

$$D(\Delta\alpha) = (1/c^2)(D(\Delta b) + D(\Delta a) - 2K_{\Delta b\Delta a}), \quad (3)$$

где $K_{\Delta b\Delta a} = r\sigma(\Delta b)\sigma(\Delta a)$ — корреляционный момент величин Δb и Δa, r — коэффициент корреляции, $D(\Delta a)$, $D(\Delta b)$ — дисперсии погрешностей измерения линейных перемещений, $\sigma(\Delta b)$, $\sigma(\Delta a)$ — средние квадратичные отклонения погрешностей измерения линейных перемещений. Наименьшая погрешность определения углового перемещения достигается при $r = 1$.

При $\Delta a = k_1 a$ и $\Delta b = k_2 b$, где k_1 и k_2 — случайные величины с дисперсиями $D(k_1)$ и $D(k_2)$, будем иметь

$$D(\Delta\alpha) = (1/c^2)[D(k_1)a^2 + D(k_2)b^2 - 2rba\sigma(k_1)\sigma(k_2)]. \quad (4)$$

Как правило, $D(k_1) = D(k_2) = D(k)$:

$$D(\Delta\alpha) = (1/c^2)D(k)(a^2 + b^2 - 2rba). \quad (5)$$

В табл. 2 для этого случая приведены выражения для дисперсий и средних квадратичных отклонений при разных значениях коэффициента корреляции.

В предположении,что закон распределения случайной величины k нормальный с математическим ожиданием $M(k) = 0$, предельное значение ошибки

$$\Delta\alpha_{\max} = 3\sigma(\Delta\alpha) = 3\sigma(k)/c\sqrt{a^2 + b^2 - 2rba},$$

Таблица 2. Выражения для определения $D(\Delta\alpha)$ и $\sigma(\Delta\alpha)$ при различных коэффициентах корреляции для датчиков с одинаковой аттестационной погрешностью

r	$D(\Delta\alpha)$	$\sigma(\Delta\alpha)$
1	$(1/c^2)D(k)(a-b)^2$	$\sigma(k)(b-a)/c$
0	$(1/c^2)D(k)(a^2+b^2)$	$\sigma(k)(\sqrt{b^2+a^2})/c$
−1	$(1/c^2)D(k)(a+b)^2$	$\sigma(k)(b+a)/c$

Таблица 3. Зависимость погрешности определения углового перемещения от коэффициента корреляции (α = 300″, a = 0.073 мм, b = 0.145 мм, c = 50 мм

r	$3\sigma_{\Delta\alpha}$	r	$3\sigma_{\Delta\alpha}$
−1	40.468	0.5	23.311
−0.7	37.667	0.7	19.937
−0.3	33.571	1.0	13.365
0.3	26.254		

и при r = 1

$$\Delta\alpha_{max} = 3\sigma(k)(b-a)/c = 3\sigma(k)\alpha_{\text{ист}},$$

$$\Delta\alpha_{max}/\alpha_{\text{ист}} = 3\sigma(k).$$

В рассматриваемом случае (r = 1) относительная погрешность измерения угла не зависит от значений измеряемых величин и определяется только предельным значением относительной погрешности измерений перемещений.

При $r = -1$ $\qquad \Delta\alpha_{max} = 3\sigma(k)(\alpha_{\text{ист}} + 2a/c).$

Очевидно, что в этом случае погрешность измерения больше на величину $3\sigma(k)\cdot 2a/c$

При $r = 0$ $\qquad \Delta\alpha_{max} = 3\sigma(k)(\sqrt{a^2+b^2}/c).$

Зависимость погрешности углового перемещения (см. табл. 1) от коэффициента корреляции показана в табл. 3; погрешность при традиционных методах определения угла α для этих же данных составляет 40.47″. Видно, что учет корреляции измерений при использовании линейных датчиков позволяет уточнить погрешность определения углового перемещения в 2—3 раза. Наихудший случай (без учета вероятностных взаимосвязей) совпадает со случаем r = −1, а наилучший — со случаем r = 1.

При $D(\Delta a) = D(\Delta b) = D(\Delta)$, т. е. если погрешность измерений не зависит от измеренной величины,

$$D(\Delta\alpha) = [2D(\Delta)/c^2](1-r),$$

и при r = 1 $D(\Delta\alpha)$ = 0, т. е. даже при «грубых» по точности датчиках линейных перемещений угловое перемещение можно определить весьма точно.

Проанализируем области возможного применения датчиков линейных перемещений для измере-

Таблица 4. Погрешность определения углового перемещения при различных значениях величин χ, μ и r

r	χ						
	0.01	0.03	0.06	0.08	0.1	0.12	0.14
	μ = 1						
0	219.87	222.079	225.432	227.693	229.972	232.271	234.588
0.03	216.547	218.724	222.031	224.261	226.512	228.783	231.0733
0.5	155.475	157.068	159.54	161.241	162.982	164.764	166.584
0.8	98.338	99.403	101.157	102.427	103.773	105.193	106.684
0.95	49.187	49.864	51.213	52.323	53.588	54.998	56.543
0.98	31.132	31.741	33.178	34.452	35.948	37.639	39.5006
1	1.546	4.64	9.281	12.375	15.469	18.563	21.657
	μ = 0.3						
0	66.735	68.991	72.493	74.896	77.348	79.844	82.382
0.03	65.726	67.953	71.415	73.795	76.226	78.703	81.223
0.5	47.201	48.894	51.678	53.677	55.776	57.964	60.232
0.8	29.876	31.132	33.465	35.276	37.255	39.379	41.624
0.95	14.998	16.076	18.563	20.639	22.945	25.419	28.016
0.98	9.561	10.784	13.767	16.195	18.819	21.568	24.4
1	1.546	4.64	9.281	12.375	15.469	18.563	21.657
	μ = 0.05						
0	12.082	14.594	18.692	21.546	24.459	27.412	30.393
0.03	11.902	14.395	18.479	21.329	24.238	27.188	30.167
0.5	8.613	10.828	14.757	17.57	20.464	23.409	26.389
0.8	5.577	7.734	11.781	14.675	17.638	20.639	23.664
0.95	3.093	5.577	9.965	12.988	16.039	19.103	22.176
0.98	2.294	5.036	9.561	12.624	15.699	18.781	21.866
1	1.546	4.64	9.281	12.375	15.469	18.563	21.657
	μ = 0.03						
0	7.734	10.377	14.675	17.638	20.639	23.664	26.704
0.03	7.622	10.252	14.543	17.503	20.502	23.527	26.567
0.5	5.577	8.038	12.278	15.235	18.238	21.267	24.312
0.8	3.725	6.226	10.582	13.592	16.632	19.689	22.756
0.95	2.294	5.083	9.623	12.69	15.768	18.851	21.937
0.98	1.881	4.822	9.419	12.502	15.589	18.679	21.769
1	1.546	4.64	9.281	12.375	15.469	18.563	21.657
	0.001	0.0012	0.0014	0.0016	0.0018	0.002	0.0022
	μ = 0.0014						
0	24.132	26.579	29.056	31.558	34.078	36.613	39.159
0.03	25.45	27.063	28.705	30.372	32.06	33.766	35.487
0.5	19.38	20.92	22.507	24.132	25.789	27.471	29.174
0.8	14.21	15.795	17.433	19.112	20.821	22.553	24.303
0.95	10.728	12.466	14.234	16.022	17.824	19.637	21.456
0.98	9.885	11.687	13.504	15.33	17.163	19	20.84
1	9.281	11.138	12.994	14.85	16.707	18.563	20.41
	μ = 0.0016						
0	25.856	28.275	30.728	33.207	35.707	38.224	40.755
0.03	27.954	29.543	31.162	32.806	34.472	36.156	37.856
0.5	21.084	22.583	24.132	25.722	27.345	28.997	30.672
0.8	15.149	16.686	18.283	19.924	21.6	23.304	25.029
0.95	11.044	12.753	14.498	16.268	18.055	19.855	21.664
0.98	10.024	11.81	13.616	15.433	17.259	19.09	20.926
1	9.281	11.138	12.994	14.85	16.707	18.563	20.419

Таблица 5. Погрешность определения углового перемещения при различных значениях величин χ, μ (традиционная методика)

μ	χ						
	0.01	0.03	0.06	0.08	0.1	0.12	0.14
1	309.78′	312.03′	314.89′	316.46′	317.75′	318.77′	319.52′
0.5	156.04	158.86	162.80	165.24	167.26	169.65	171.61
0.3	94.305	97.262	101.52	104.23	106.84	109.34	111.72
0.1	32.478	35.535	40.046	42.994	45.885	48.713	51.473
0.05	17.013	20.088	24.651	27.649	30.604	33.509	36.358
0.03	10.827	13.908	18.490	21.508	24.488	27.423	30.306
	0.001	0.0012	0.0014	0.0016	0.0018	0.002	0.0022
0.0010	27.845	29.701	31.558	33.414	35.27	37.126	38.983
0.0012	31.558	33.414	35.27	37.127	38.983	40.839	42.695
0.0014	35.27	37.127	38.983	40.839	42.696	44.552	46.408
0.0016	38.983	40.839	42.696	44.552	46.408	48.265	50.121
0.0018	42.696	44.552	46.408	48.265	50.121	51.977	53.834
0.0020	46.408	48.265	50.121	51.977	53.834	55.69	57.546

ния малых угловых перемещений. Обозначим

$$b = a + \delta b. \qquad (6)$$

Тогда из формулы (5) получаем

$$D(\Delta\alpha) = D(k)\,[2a^2 + 2a\delta b(1 - r) + \delta b^2 - 2ra^2\,]/c^2, \quad (7)$$

Обозначим $\mu = a/c$, $\chi = \delta b/c$. Из формулы (7) получаем

$$D(\Delta\alpha) = D(k)\,[2\mu^2(1 - r) + 2\mu\chi(1 - r) + \chi^2\,].$$

В предположении, что закон распределения k нормальный, математическое ожидание $M(k) = 0$, предельное значение $\Delta\alpha_{max}$ может быть определено из следующего соотношения:

$$\Delta\alpha_{max} = \delta l\sqrt{2\mu^2(1 - r) + 2\mu\chi(1 - r) + \chi^2}, \qquad (8)$$

где $\delta l = 3\sigma(k)$.

В табл. 4, 5 приведены зависимости значений максимальной погрешности определения угла от величин μ, χ и r при $\delta l = 0.045$. Видно, что погрешности определения угла перемещения зависят от сочетаний значений коэффициента корреляции, величины угла, базы измерений и величины общего смещения конструкции.

Максимальная оценка погрешности угла без учета вероятностных взаимосвязей между погрешностями измерений датчиков определяется по формуле (при максимальной погрешности измерения 0.045 от измеряемой величины)

$$\Delta\alpha_{max} = \mathrm{arctg}(1.045\chi + 0.09\mu) - \mathrm{arctg}(\chi).$$

Результаты оценок $\Delta\alpha_{max}$ приведены в табл. 5 (в угловых минутах и секундах). Видно, что применение вероятностного подхода (даже при условии некоррелированности погрешностей измерения перемещений) позволяет значительно уточнить оценку погрешности измерения. При меньших углах и меньших общих смещениях конструкции точность значительно увеличивается.

Из материалов статьи следует, что использование вероятностного подхода при определении угловых перемещений с использованием датчиков линейных перемещений при заданной допустимой погрешности определения углового перемещения позволяет заметно расширить области применения датчиков линейных перемещений.

1. Браславский Д. А., Петров В. В. Точность измерительных устройств.—М.: Машиностроение, 1976.
2. Вентцель Е. С. Теория вероятностей.—М: Гос. изд-во физ.-мат. лит-ры, 1962.
3. Орнатский П. П. Теоретические основы информационно-измерительной техники.—Киев: Вища школа, 1976.
4. Серьезнов А. Н. Измерения при испытаниях авиационных конструкций на прочность. — М.: Машиностроение, 1976.
5. Электрические измерения. Средства и методы измерений (общий курс) / Под ред. Е. Г. Шрамкова.—М: Высшая школа, 1972.

ACCURACY ANALYSIS OF DETERMINATION OF ANGULAR DISPLACEMENTS ON THE BASIS OF MEASUREMENTS OF LINEAR DISPLACEMENTS

T. L. Lager

A probability approach to accuracy of determination of angular displacements using measurements of linear displacements is formed. The investigations showed that calculation of probability interconnections allows to make more precise errors of determination of angular shifts using the sensors of linear shifts. The fields of possible application of linear displacements sensors defined relative parameters of design displacement are analysed.