

УДК 629.78

А. В. Пироженко

Институт технічної механіки НАН України і НКА України, Дніпропетровськ

**Хаотические режимы движения
в динамике космических тросовых систем.
3. Влияние диссипации энергии**

Надійшла до редакції 27.12.99

Розглядається явище детермінованого хаосу в динаміці космічних тросових систем. Дослідження провадяться за допомогою числового інтегрування рівнянь модельної задачі — рівнянь руху орбітального маятника з періодично змінною довжиною штанги. Дисипативні сили моделюються як сили в'язкого тертя із зовнішнім середовищем. Показана можливість випадкової синхронізації рухів, а також існування дивних атракторів. Побудовані механічні образи хаотичних рухів при дії дисипативних сил. Аналізується явище детермінованого хаосу з точки зору історії розвитку та проблем класичної механіки.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Начало исследований хаотических движений в динамике детерминированных диссипативных систем относится к работе Е. Н. Лоренца 1963 г. [8]. В настоящее время эта область исследований хаотических движений наиболее развита, и к ней привлечено основное внимание исследователей-прикладников. Это связано с тем, что диссипация энергии почти всегда оказывает существенное влияние на эволюцию движения систем, а также, по-видимому, с более простым на первый взгляд поведением системы, когда ее траектории стремятся к притягивающим множествам. В основном исследования сосредоточены на изучении условий возникновения и особенностей странных аттракторов, которые, как представляется, являются лишь частным проявлением стохастичности.

В течение десятилетий проделана большая работа по исследованию сущности хаотических движений, построены критерии и показаны пути их возникновения, проведены многочисленные эксперименты, демонстрирующие хаотические процессы. Однако, несмотря на строгие математические доказательства и сложные выкладки, начальные понятия не

строги и «до сих пор удалось приподнять лишь краешек завесы, и многие явления все еще остаются непонятыми и необъяснимыми...» (Рюэль Д., Предисловие к [3]).

Существенной стороной проблемы для механиков (здесь как и в [4, 5], механиками называются специалисты, область деятельности которых определяется рамками теорий классической механики, или даже более узко — специалисты в области динамики систем твердых тел) является то, что большая часть материала по данной теме изложена на нетрадиционном для механиков языке. Так, большинство прикладных исследований в данной области выполнено физиками. При отсутствии строгих понятий и определений, при ассоциативном изложении материала использование терминов и понятий, не свойственных теоретическим основам специалиста, существенно усложняет восприятие материала. Например, чтение материала о переходе к хаосу через перемежаемость [3, 7], при общей понятности излагаемых схем, во многих аспектах вызывает лишь впечатление отвлеченных рассуждений. Иная ситуация с исследованиями, выполненными в рамках теории динамических систем. Здесь строгие математические доказательства при-

водят к результатам, сопрячь которые с динамикой конкретной механической системы не представляется возможным. Например, увидеть механическое содержание в дробной хаусдорфовой размерности странного аттрактора очень трудно.

Предлагаемая статья является продолжением работ [4, 5]. На основе разработанного подхода исследований и образа стохастических движений рассматривается влияние диссипативных сил на хаотические режимы движений. В качестве модельной задачи динамики космических тросовых систем рассматривается модель орбитального маятника — расположенный на круговой орбите математический маятника с периодически меняющейся длиной штанги. Диссипативные силы моделируются как силы вязкого трения с внешней средой. Исследуе-

мые уравнения движения имеют вид

$$\begin{aligned} \dot{L} &= -\frac{3}{2}\omega_0^2 r^2 \sin 2\psi - \xi r^2(\dot{\psi} + \omega_0), \\ \dot{\psi} &= \frac{L}{r^2} - \omega_0, \end{aligned} \quad (1)$$

где $r = 1 + z\cos\omega$; $z = b/a$; b , a — соответственно средняя длина штанги и амплитуда ее колебаний; ω_0 — угловая скорость орбитального движения маятника (как и в [4, 5], $\omega_0 = 0.001 \text{ c}^{-1}$); ψ — угол между местной вертикалью и штангой; $\dot{\omega} = k$; ξ — коэффициент вязкого трения с внешней средой ($\xi \ll 1$); ξ , a , b , k — постоянные.

Основной целью исследований является уяснение сущности явления детерминированного хаоса в дис-

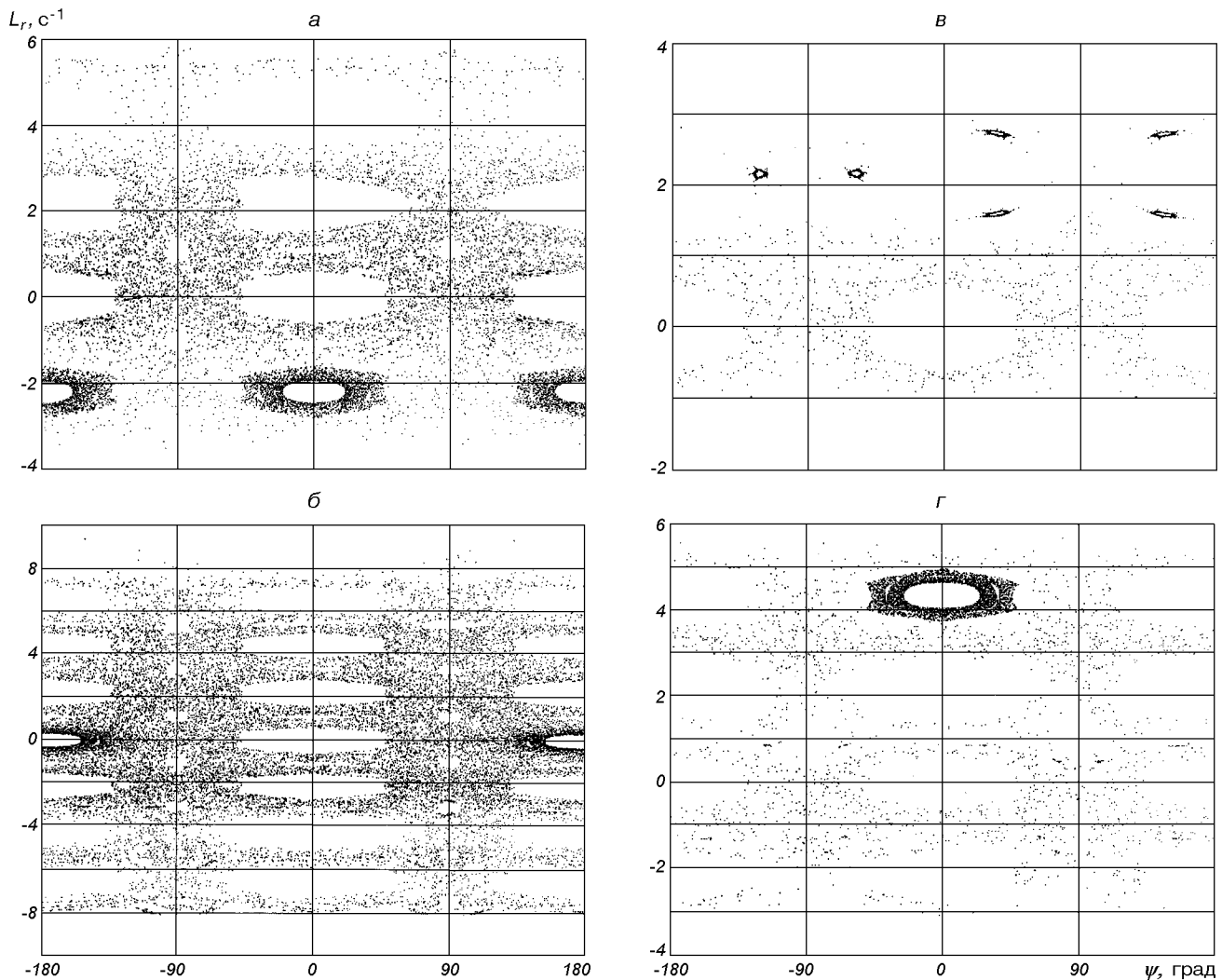


Рис. 1. Фазовый портрет траектории: a — при шаге интегрирования $h_g = \pi/(521k)$, b — $h_g = \pi/(621k)$, c — $h_g = \pi/(651k)$, d — $h_g = \pi/(731k)$

сипативных системах и построение механических образов этого явления.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ

Ниже приводятся примеры типичного поведения траекторий движения системы (1) в хаотических режимах.

На рис. 1 для параметров системы $z = 0.8$, $k = 0.02 \text{ с}^{-1}$, $\xi = 10^{-6} \text{ с}^{-1}$ показаны образы фазовой траектории с одними и теми же начальными данными $\psi_0 = 50^\circ$, $L_0 = \omega_0 p$ в момент времени $t = 0$. Здесь и далее фазовое пространство системы (1) рассматривается как пространство четырех переменных L , ψ , r , \dot{r} . Образы фазовых траекторий (фазовые портреты) строятся при помощи отображением Пуанкаре — сечением фазового пространства плоскостью $r = \text{const}$, $\dot{r} = \text{const}$, где условие $\dot{r} = \text{const}$ с точностью до знака определяется условием $r = \text{const}$, $L_r = (L - p\omega_0) \cdot 1000$, $p = (1 - z^2)^{3/2}$. Расчеты проводились с помощью метода Рунге-Кутты 4-го порядка с постоянным шагом интегрирования.

Отличия в расчетах траекторий, образы которых изображенных на рис. 1, заключалось лишь в выборе шага интегрирования. На рис. 1, *a–г* показаны траектории, получаемые соответственно при шагах интегрирования $h_g = \pi/(521k)$, $\pi/(621k)$, $\pi/(651k)$ и $\pi/(731k)$. В каждом случае траектория в конечном счете попадает в некоторую область фазового пространства и там остается. Для траектории, образ которой изображен на рис. 1, *a*, такой

областью является область резонанса 1:2 (одно вращение маятника за два периода продольных колебаний) при обратном к орбитальному вращению. Для траектории, образ которой изображен на рис. 1, *б*, — область колебания маятника возле положения равновесия маятника с постоянной длиной штанги $\psi = 180^\circ$ (далее для краткости будем называть их просто областями колебаний возле положения равновесия, хотя здесь имеет место установившийся режим колебаний в соизмеримости 1:1 — одно колебание маятника за один период продольных колебаний). Для рис. 1, *в* — область вторичного резонанса для резонанса 1:2 прямого вращения. На рис. 1, *г* — область резонанса 1:1 прямого вращения.

Аналогичная картина изменения траекторий имеет место и для неизменного шага интегрирования при незначительных изменениях начальных данных. На рис. 2 для параметров системы $z = 0.2$, $k = 0.002 \text{ с}^{-1}$, $\xi = 10^{-5} \text{ с}^{-1}$ показан фазовый портрет траекторий с начальными данными $L_0 = 0.006p$ и $\psi_0 = 0.01^\circ \cdot i$, где i изменяется от 0 до 16. Шаг интегрирования при расчете брался равным $h_g = \pi/(521 \cdot k)$. Здесь притягивающими областями для траекторий есть области резонансов 1:1 обратного вращения; 3:2 прямого вращения и области колебаний возле положений равновесия $\psi = 0$, $\psi = 180^\circ$. Изменения шага интегрирования и другой масштаб изменений начальных данных не изменяют зримо приведенной на рис. 2 картины.

На рис. 3 для параметров системы $z = 0.8$, $k = 0.01 \text{ с}^{-1}$, $\xi = 0.0005 \text{ с}^{-1}$ показан образ фазовой траектории с начальными данными $L_0 = 0.04$, $\psi_0 =$

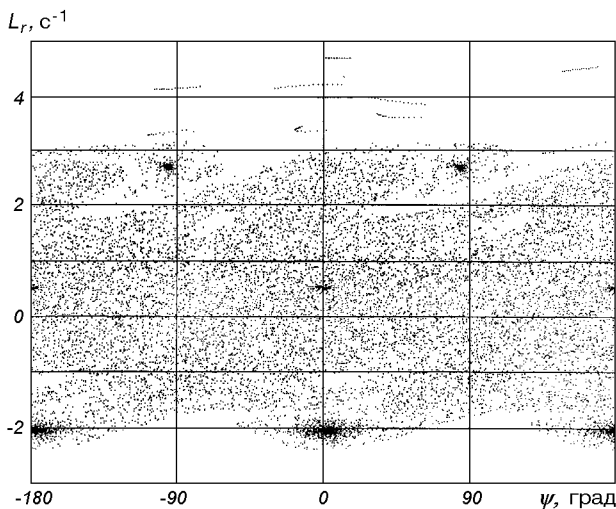


Рис. 2. Фазовый портрет траекторий для параметров системы $z = 0.2$, $k = 0.002 \text{ с}^{-1}$, $\xi = 10^{-6} \text{ с}^{-1}$

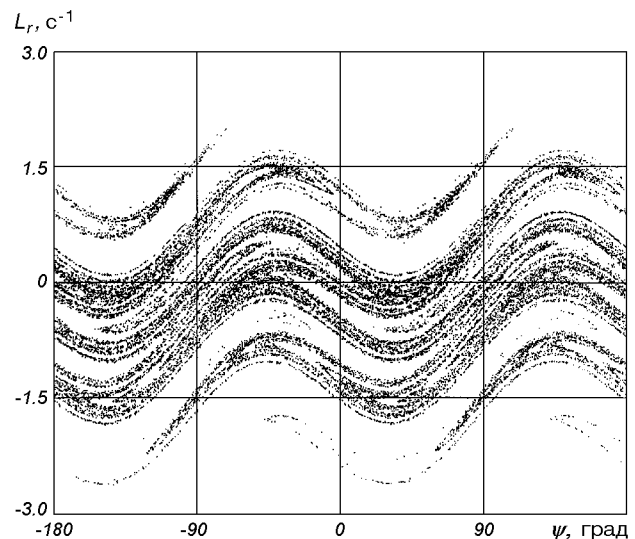


Рис. 3. Фазовый портрет траекторий для параметров системы $z = 0.8$, $k = 0.01 \text{ с}^{-1}$, $\xi = 0.0005 \text{ с}^{-1}$

$= 0$. Здесь притягивающее траектории множество имеет сложную структуру, причем движение в этой области, в отличие от движения в ранее рассмотренных притягивающих областях, носит нерегулярный (случайный) характер. Эта область устойчива к изменениям начальных условий, шага интегрирования и к малым вариациям параметров системы.

АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЙ И ИХ ОБРАЗЫ

Предложенный в работе [5] образ хаотических движений, связывающий нелинейный резонанс с образом пространственной воронки, а его вторичные резонансы — со складками поверхности этой воронки, позволяет объяснить поведение траекторий и при воздействии на систему диссипативных сил.

При отсутствии диссипативных сил хаотическая траектория движения будет проходить каскады первичных, вторичных и т. д. резонансов («каскад трамплинов») то увеличивая, то уменьшая энергию углового движения маятника. Всю область хаотических движений как область перекрытия нелинейных резонансов можно также представить как некоторую большую воронку. Вообще говоря, хаотической траектории доступна вся область хаотических движений, и в силу теоремы Пуанкаре о возвращении траектория будет постоянно возвращаться к каждой своей точке. Исключение из этой области составляют лишь области траекторий с начальными данными, соответствующими достаточно точной настройке на резонанс невысокого порядка продольных и угловых движений маятника (находящиеся на дне резонансной воронки) и траектории маятниковых колебаний возле положения равновесия. Картина движения напоминает движение шарика в рулетке. При отсутствии трения шарик постоянно бы двигался по тарелке рулетки, заскакивая в лунки, но не оставаясь в них. Лишь при определенных начальных параметрах движения шарика он не сможет покинуть лунку.

Воздействие диссипативных сил всегда направлено на уменьшение энергии угловых движений маятника ($\xi\omega_0 r^2$ можно рассматривать как консервативное воздействие). Хаотическая траектория, как и в случае отсутствия диссипативных сил, проходя через каскады резонансов, то увеличивает, то уменьшает энергию угловых движений. Однако при воздействии диссипативных сил становится возможным попадание траектории в область нелинейного резонанса (в неперекрывающуюся часть резонансной воронки) или в области колебаний возле положений равновесия. При некоторых параметрах

систем эта возможность в конечном счете и должна реализоваться. Попав в резонанс, траектория там и останется «вечно», если резонанс может обеспечить подкачку энергии углового движения равную ее рассеиванию диссипативными силами за период движения. Устойчивость движения в этом случае обусловлена локальным энергетическим минимумом резонансной траектории. Картина движения (рис. 1, 2) действительно подобна рулетке, где шарик случайным образом оказывается в одной из лунок. Только образ лунки не соответствует наблюдаемому движению. Здесь подходит образ именно воронки (воронки, подобной водовороту), когда траектория может быть либо затянута в эту воронку, либо выброшена из нее с существенным приращением энергии.

При увеличении воздействия диссипативных сил (увеличении коэффициента вязкого трения ξ), уменьшается количество резонансов, способных обеспечить соответствующую подкачку энергии и устойчивость резонансной траектории (рис. 2). При этом сохраняются лишь резонансы низкого порядка, такие как 3:2, 1:1, 1:2. На рис. 4, а для параметров системы $z = 0.8$, $k = 0.02 \text{ с}^{-1}$, $\xi = 0.0001 \text{ с}^{-1}$ показаны фазовые портреты траекторий с начальными данными $L_0 = 41\rho\omega_0$, $\psi_0 = 60^\circ + i$, где i изменяется от 1° до 30° с шагом 1° . Здесь к перечисленным резонансам добавился резонанс 1:4.

Дальнейшее увеличение диссипативных сил приводит к тому, что единственными притягивающими множествами остаются области колебаний возле положений равновесия $\psi = 0$, $\psi = \pi$. Так, любая траектория движения системы при ее параметрах $z = 0.8$, $k = 0.02 \text{ с}^{-1}$ и при $\xi > 0.001 \text{ с}^{-1}$ достаточно быстро попадает в область колебаний возле положений равновесия. На рис. 4, б для параметров системы $z = 0.8$, $k = 0.02 \text{ с}^{-1}$, $\xi = 0.0004 \text{ с}^{-1}$ изображены фазовые портреты траекторий с начальными данными $L_0 = 0.0079 - \rho\omega_0$, $\psi_0 = -180^\circ + i$, где i изменяется от 1° до 360° с шагом 1° . Здесь еще некоторые траектории попадают и остаются в резонансных воронках резонансов 1:1 и 1:2. Рис. 4, в (при $\xi = 0.0009 \text{ с}^{-1}$) построен аналогично рис. 4, б. Здесь уже не наблюдается устойчивых резонансных траекторий. На рис. 4, б, в отчетливо видны изменения характера траекторий при разных значениях кинетического момента (угловой скорости) движения маятника. Для больших угловых скоростей в траекториях отчетливо проявляется их непрерывная зависимость от начальных данных (малое изменение начальных данных приводит к малому изменению траектории — кривые в верхних частях рисунков). При приближении к притягивающим множествам наблюдается эффект их пе-

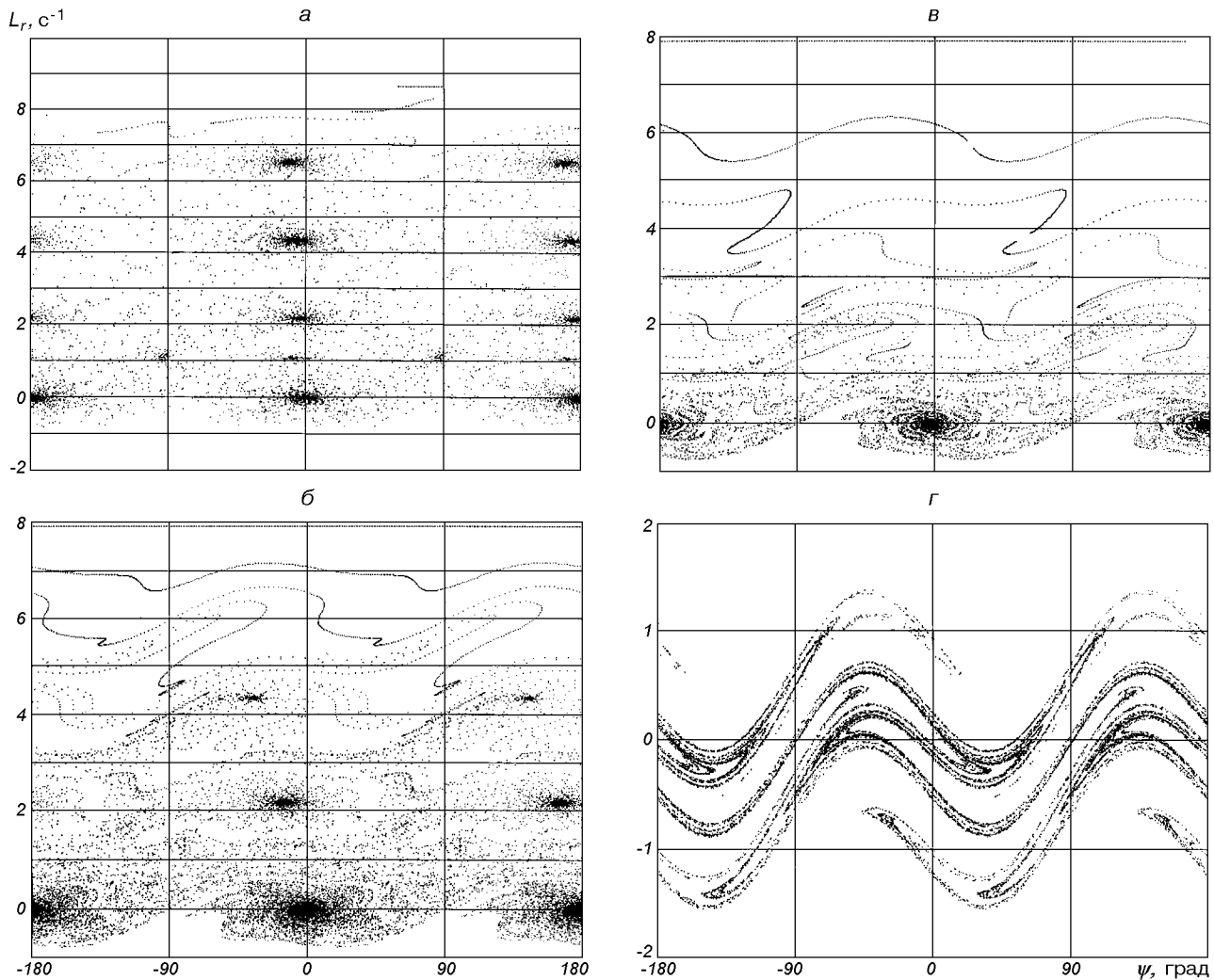


Рис. 4. Фазовый портрет траекторий: *a* — для параметров системы $z = 0.8$, $k = 0.02 \text{ c}^{-1}$, $\xi = 10^{-4} \text{ c}^{-1}$; *б* — $z = 0.8$, $k = 0.02 \text{ c}^{-1}$, $\xi = 0.0004 \text{ c}^{-1}$; *в* — $z = 0.8$, $k = 0.02 \text{ c}^{-1}$, $\xi = 0.0009 \text{ c}^{-1}$; *г* — $z = 0.8$, $k = 0.01 \text{ c}^{-1}$, $\xi = 0.001 \text{ c}^{-1}$

ремешивания. Это можно объяснить тем, что при достаточно больших угловых скоростях возможная подкачка энергии внутренними силами на периоде продольных колебаний существенно меньше рассеивания энергии диссипативными силами. Линейная зависимость диссипативных воздействий от угловой скорости приводит к уменьшению рассеивания энергии при уменьшении угловой скорости. Сохранение резонансов и говорит о сравнимости возможных подкачек энергии с их рассеиванием. В этом случае сохраняется возможность «перескакивания» траектории через разделители движений из одного резонанса к другому. Здесь можно предложить следующий образ движений. Воздействие диссипативных сил можно представить как поток, направленный с внешних границ хаотической воронки к

центру этой воронки — положениям равновесия, и напор которого линейно зависит от энергии вращательных движений маятника — от высоты над центром воронки. При определенных параметрах этот поток полностью определяет характер движения воображаемого шарика — поток его несет. При ослаблении напора потока при приближении к центру хаотической воронки поток делает завихрения над резонансными воронками (рис. 4, б, в) но еще полностью определяет характер движения. При дальнейшем ослаблении потока он уже не в состоянии вынести воображаемый шарик из глубокой резонансной воронки (рис. 4, б) и не в состоянии «покрыть» разделители движений возле положений равновесия (рис. 4, б, в).

При определенных параметрах системы, таких

как $z = 0.8$, $k = 0.01 \text{ с}^{-1}$ и $z = 0.9$, $k = 0.02 \text{ с}^{-1}$, колебательные режимы движений возле положений равновесия при отсутствии диссипативных сил невозможны (при любых начальных данных траектория переходит во вращательный режим движения). В этом случае при достаточно большом параметре ξ , таком, что уже не существует устойчивых движений в резонансных воронках, единственным притягивающим множеством может быть так называемый «странный аттрактор» (рис. 3). В движении по странному аттрактору траектория проходит каскады разделителей движений, иногда достигая своего максимального значения энергии, но под действием диссипативных сил опять возвращается в область, близкую к положению равновесия. На рис. 3 отчетливо видны «языки» прорыва траектории к ее максимальным значениям энергии. На рис. 4, z показано изменение странного аттрактора при увеличении диссипативных воздействий — $\xi = 0.001 \text{ с}^{-1}$ ($z = 0.8$, $k = 0.01 \text{ с}^{-1}$). При $\xi = 0.002 \text{ с}^{-1}$ для тех же параметров системы притягивающим множеством является резонансное колебание возле положения равновесия.

Для параметров системы $z = 0.9$, $k = 0.02 \text{ с}^{-1}$ не удалось обнаружить странного аттрактора при различных значениях ξ . Здесь, при увеличении ξ всегда существуют устойчивые резонансные движения возле положения равновесия. Проведенный анализ позволяет предположить, что наличие странных аттракторов связано с отсутствием в движении системы устойчивых траекторий и ограниченностью области движений. В этом смысле возможно построение математических критериев существования странных аттракторов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Явление детерминированного хаоса в динамике механических систем должно вызвать дискуссию о направлениях развития и задачах теоретической механики. Это явление позволяет и иначе взглянуть на историю развития механики.

Детерминированное описание движения механических систем, определяемое законами Ньютона, фактически сводит задачу определения движения механической системы в случае известных законов взаимодействия тел к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Начиная от анаграммы Ньютона о пользе решения дифференциальных уравнений, развитие классической (ньютоновой) механики в значительной степени связано с развитием математических методов анализа дифференциальных уравнений. Описанию ис-

тории попыток человечества воспользоваться детерминированностью движения для его расчета, т. е. попыткам проинтегрировать дифференциальные уравнения движения, можно предпослать эпиграф — «боги смеются». Достаточно просмотреть историю развития небесной механики и историю исследований задачи динамики твердого тела — одних из основных прикладных проблем теоретической механики. В небесной механике основной задачей является задача n тел, т. е. изучение движения n материальных точек, притягивающих друг друга по закону Ньютона. Эта задача полностью решена только в случае $n = 2$. При $n \geq 3$, несмотря на громадную работу выдающихся механиков в течение веков, «могли быть сколь-нибудь изучены лишь немногие частные случаи движения» [7]. В задаче движения твердого тела — четырех материальных точек с неизменными расстояниями между ними — несмотря на огромную проделанную работу, исследованы лишь частные случаи движения. От всевозможных способов и приемов интегрирования в явном виде дифференциальных уравнений и создания многочисленных новых функций до доказательства теорем о невозможности проинтегрировать данные дифференциальные уравнения. От построения всевозможных рядов, дающих решение дифференциальным уравнениям, до доказательства теорем о расходимости этих рядов. Казалось бы, развитие современной вычислительной техники снимает остроту проблемы интегрирования дифференциальных уравнений динамики. Но именно это развитие и позволило определить явление детерминированного хаоса, которое ставит под сомнение ценность всех расчетных моделей (моделей, стремящихся к полноте учета всех факторов динамики и предназначенные для проверки работоспособности механических систем и точного предсказания их движения) если заранее не определены режимы движений, а значит и основные их закономерности. Представляется, что проведенные исследования хаотических движений орбитального маятника наглядно демонстрируют тщетность попыток построения аналитического (точного или приближенного) решения уравнений движения методами современного математического анализа.

В послевоенном бурном развитии механики, и в частности механики космического полета, часто первостепенное значение придается развитию математических методов анализа уравнений движения. Доминирующая в настоящее время в Москве школа математиков-механиков фактически сводит теоретическую механику к особой математической теории. Представляется, что явление детерминированного хаоса еще раз подтверждает, что прогресс

механики связан в первую очередь с развитием искусства моделирования динамики механических систем, составной частью которого (и только) являются методы Лагранжа и Гамильтона. Представляется, что понимание ограниченности математических методов возвращает классическую механику к физике, где интуиция исследователя, его неформальное искусство моделирования и хорошо продуманный эксперимент дают гораздо больше, чем математические теории динамических систем. Здесь ни в коем случае не ставится под сомнение необходимость развития, или, тем более, полезность математических теорий динамических систем. Необходимо только видеть за громадностью стройных рядов математических выкладок малость наших познаний, понимать, что мы работаем лишь в рамках частных моделей, чтобы не абсолютизировать отдельные методы исследований до «истинной» науки. Представляется, что нужно смириться с тем, что на любом этапе развития науки будут существовать неразрешимые проблемы, и с тем, что человеческий разум ограничен (на современном этапе он уже не в состоянии освоить выработанных знаний даже одной ветви науки), чтобы стремиться не противопоставлять, а сопрягать методы и результаты исследований.

Детерминизм ньютоновой механики приобретает существенно ограниченный смысл, если вспомнить, что одной из основных задач механики является определение силовых воздействий на движение тел. Известно, что эти воздействия могут зависеть не только от механического движения тел системы, но и от других физических процессов (например, от солнечной активности). Представляется, что те, кто знаком с историей развития классической механики, и в частности, с исследованием двух выше названных ее классических проблем, понимают, что возводить детерминизм в качестве принципа ньютоновой механики [1] не нужно.

Проведенные исследования показывают, что во многих механических системах существуют режимы движения которые могут наблюдаться только как случайные движения, а при наличии в системе диссипативных сил — и как необратимые. Стремление траекторий движения к резонансным воронкам, а системы — к синхронизации движений, выдвигают еще одну проблему. Дело в том, что к одним и тем же резонансным режимам движения системы могут привести различные законы взаимодействия тел. Вообще говоря, этих законов может быть бесконечное множество, и задача определения сил взаимодействия тел по их движению в синхронных режимах может не иметь однозначного решения. Вспомнив гипотезу А. М. Молчанова [2] о

неизбежной резонансности эволюционно развитых колебательных систем и его гипотезу о том, что кеплерово движение — резонанс 1:1 — может быть также результатом эволюции, можно представить грандиозность задач стоящих перед теоретической механикой в связи с исследованием явления детерминированного хаоса. Сейчас по крайней мере можно утверждать, что представление о том, что закон Ньютона всемирного тяготения непосредственно следует из законов движения небесных тел Кеплера, имеющееся в некоторых учебниках по механике, неверно.

Представляется, что синхронные режимы движений найдут еще более широкое применение на практике как наиболее энергосберегающие режимы. Особый интерес представляет тот факт, что медленные изменения частоты продольных (задающих) колебаний в синхронном режиме приводят к синхронным изменениям частоты вращательных движений.

Хаотические режимы движения могут быть использованы для создания высокочувствительных измерительных устройств. Проходя возле «разделителей движений» — положений неустойчивого равновесия, — траектория системы может изменяться от малейшего воздействия. Поскольку траектории движений имеют случайный характер, то результатом внешнего малого воздействия будет изменение функции распределения. В этой связи можно утверждать, что не смотря на то, что построить «теорию рулетки», дающую выгоды отдельному игроку, в общем случае нельзя, в каждом конкретном случае построение такой теории возможно. Это связано с тем, что каждая конкретная рулетка не идеальна, а следовательно, функция распределения не будет симметричной. Более того, если бы было возможно создать идеальную рулетку, то учет положений Луны и Солнца позволил бы игроку получить дополнительные преимущества в игре. Здесь проявляется то противоречие, что чем идеальней случайный процесс, тем более он чувствителен к внешним воздействиям.

Закончить эти дискуссионные рассуждения о проблемах теоретической механики в связи с явлением детерминированного хаоса хотелось бы следующей картиной. Представим себе множество частиц как-то взаимодействующих между собой и находящихся в беспорядочном движении (типа броуновского). Механическая энергия системы с одной стороны рассеивается, переходя в другие виды энергии, а с другой стороны «подкачивается» из других видов энергии. И представим, что в этом хаосе движений по каким-то причинам, например, из-за доминирующей массы, или просто случайно,

появляется задающая частота — достаточно длительное почти периодическое движение. Тогда при определенных условиях из хаоса движений образуется стройный порядок синхронных движений, причем соизмеримости движений будут пронизывать все движение частиц, и могут проявляться самым неожиданным образом и различными соотношениями (типа соизмеримостей в движении планет Солнечной системы [2, 9]). Добавим к этой картине мазок случайности конкретной синхронизации. Не это ли путь к многообразию существующего?

Работа выполнена при поддержке INTAS, грант № 99-01096.

1. Арнольд В. И. Математические методы классической механики.—3-е изд. — М.: Наука, 1983.—472 с.
2. Белецкий В. В. Очерки о движении космических тел.—2-е изд. — М.: Наука, 1977.—430 с.
3. Берже П., Помо И., Видаль К. Порядок в хаосе. О детерминированном подходе к турбулентности. — М.: Мир, 1991.—386 с.
4. Пироженко А. В. Хаотические режимы движения в динамик космических тросовых систем. 1. Анализ проблемы // Космічна наука і технологія.—2001.—7, № 2/3.—С. 83—89.
5. Пироженко А. В. Хаотические режимы движения в динамик космических тросовых систем. 2. Механический образ явления // Космічна наука і технологія.—2001.—7,

№ 2/3.—С. 90—99.

6. Субботин М. Ф. Введение в теоретическую астрономию. — М.: Наука, 1968.—800 с.
7. Шустер Г. Детерминированный хаос. Введение. — М.: Мир, 1988.—240 с.
8. Lorenz E. N. Deterministic nonperiodic flow // J. Atmos. Sci.—1963.—20.—P. 130.
9. Molchanov A. M. The resonant structure of the solar system. The law of planetary distances // Icarus.—1968.—8, N 2.—P. 203—215.

CHAOTIC MOTIONS IN THE DYNAMICS OF SPACE TETHERED SYSTEMS.

3. INFLUENCE OF ENERGY DISSIPATION

A. V. Pirozhenko

The determined-chaos phenomenon in the dynamics of space tethered systems under the action of exterior dissipative forces is examined with the help of the numerical integration of the model problem equations of motion of an orbital pendulum with a periodically varying boom length. The dissipative forces are simulated as forces of viscous friction with the exterior medium. We show that the random synchronization of motions strange attractors may exist. Mechanical images of stochastic motions under the action of dissipative forces are constructed. The determined-chaos phenomenon is analyzed from the point of view of the history and problems of the classical mechanics.