

УДК 629.7.05:621.391.268

Д. В. П'ясковський, С. В. Водоп'ян, І. Д. Варламов

Житомирського військового інституту радіоелектроніки імені С. П. Корольова

**Адаптивний кореляційно-екстремальний
алгоритм навігації космічного апарата
по геофізичних полях на основі
диференціально-тейлорівських перетворень**

Розглядається задача навігації космічних апаратів по фізичних полях Землі. Для розв'язку задачі пропонується використовувати ітераційний процес байєсівського уточнення на основі диференціальних перетворень. Показано, що такий підхід забезпечує спрощення обчислень у порівнянні з традиційними кореляційно-екстремальними методами. Наводяться результати досліджень запропонованого алгоритму.

ВСТУП

Для вирішення задач навігації широко застосовуються кореляційно-екстремальні методи [2, 3], в тому числі для навігації сучасних орбітальних засобів по геофізичних полях Землі [4, 5]. Ці поля забезпечують значно більшу надійність, завадостійкість та автономність у порівнянні з штучними навігаційними полями [4]. Частіше за все вирішення такої задачі базується на методах цифрової обробки просторового розподілу інтенсивності навігаційного поля, але широкому застосуванню алгоритмів просторової обробки на борту космічних апаратів в реальному масштабі часу перешкоджає значна складність обчислень [10].

Проблемам обчислень кореляційно-екстремальних алгоритмів приділяється значна увага, однак традиційні методи (різницево-кореляційний, обчислення кореляційної функції за допомогою швидкого перетворення Фур'є, послідовного визначення подібності зображень та інші) зменшують тривалість обчислень лише на порядок у порівнянні з класичним кореляційно-екстремальним алгоритмом [2]. Підвищення ефективності можливе при доповненні їх процедурами управління спостереженням [11].

Ще більшу ефективність дає використання диференціально-тейлорівських перетворень [12], що дозволяє подати широке коло нелінійних або нестационарних рівнянь у вигляді алгебраїчних спів-

відношень [8, 9]. На відміну від інших операційних методів алгебраїчні моделі нестационарних та нелінійних рівнянь, отримані за допомогою диференціальних перетворень, не містять методичної похибки, а синтезовані алгоритми оцінювання або управління ефективні з погляду швидкодії та точності.

АНАЛІЗ ЗАДАЧІ

Розглянемо цифрову еталонну модель просторового або поверхневого навігаційного поля розміром $M \times M \times M$ або $M \times M$ та поточний вимір (зображення) даного поля розміром $N \times N$. Розмір поточного виміру може бути значно меншим за розмір еталонної моделі.

Пристрій вимірювання навігаційного поля жорстко закріплений на космічному апараті, який здійснює одночасно два види керованого руху: поступальний — центра мас та обертальний — відносно центра мас. Крім того, на платформу діють збурюючі фактори, які призводять до зсуву платформи як по кутових $\Delta\alpha$, $\Delta\beta$, так і по лінійних Δx , Δy , Δz координатах. Як наслідок, виникає відхилення поточного положення платформи від прогнозованого.

Слід визначити оцінку величин Δx , Δy (для поверхневого поля) чи Δx , Δy , Δz (для просторового

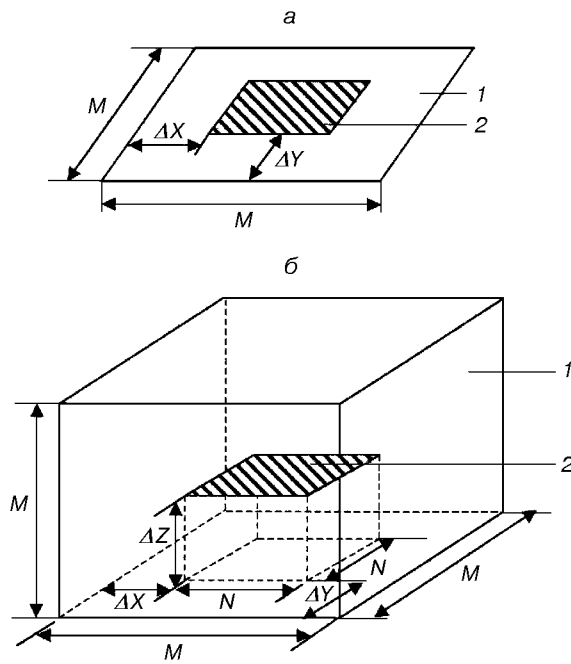


Рис. 1. Прив'язка зображень: *a* — двовимірний зсув, *б* — тривимірний зсув. 1 — еталонна модель поля, 2 — поточний вимір навігаційного поля

поля), які характеризують зсув поточного виміру відносно еталону (рис. 1), що дає змогу визначити положення космічного апарата у потрібній системі координат.

Традиційно для розв'язку задачі прив'язки зображень використовують різні модифікації класичного кореляційно-екстремального алгоритму [1—3, 7, 11, 13, 14]. Як правило, всі ці алгоритми мають комбінаторний характер, тобто тривалість розв'язку задачі визначається функцією виду $\tau = kN^m$, $m > 1$. Наприклад, класичний кореляційно-екстремальний алгоритм, що ґрунтується на повному переборі варіантів, має складність порядку $O(N^4)$. Таким чином, при збільшенні розміру зображення кількість елементарних операцій значно збільшується. Наприклад, якщо $N = 10$, то треба зробити 10^4 операцій, якщо $N = 1000$, то кількість операцій буде дорівнювати 10^{12} . Внаслідок цього комбінаторні алгоритми не дозволяють розв'язувати задачі поєднання зображень у реальному масштабі часу в системах, де потрібно обробляти зображення зі значними розмірами, в тому числі й в кореляційно-екстремальних системах навігації, де розміри зображень можуть складати тисячі — десятки тисяч дискрет.

МАТЕМАТИЧНИЙ ОПИС ЗАДАЧІ СУМІЩЕННЯ ЗОБРАЖЕНЬ ТА АНАЛІЗ МЕТОДІВ ОБРОБКИ СИГНАЛІВ В КОРЕЛЯЦІЙНО-ЕКСТРЕМАЛЬНИХ СИСТЕМАХ (КЕС)

Еталонне зображення є реалізацією стохастичного двовимірного поля і для його обробки засобами електронної обчислювальної техніки найчастіше використовують форму, що подана у вигляді матриці:

$$S(x, y), \quad x \leq M, \quad y \leq M,$$

де $M \times M$ — розмір зображення.

Аналогічно може бути описане поточне зображення:

$$R(x - \Delta x, y - \Delta y), \quad x \leq N, \\ y \leq N, \quad N \leq M,$$

де $\Delta x, \Delta y$ — величина дискретного зсуву по відповідних координатах; $N \times N$ — розмір зображення.

В цілому еталонне та поточне зображення пов'язані сукупністю перетворень [1]:

$$R = A_r A_p A_k [S] + F, \quad (1)$$

де A_r, A_p — оператори геометричного і радіометричного перетворень відповідно; A_k — оператор квантування за часом та простором; F — просторово-часовий стохастичний процес.

Метою розв'язку задачі суміщення зображень є визначення величин зсуву $\Delta x, \Delta y$, тобто

$$\Delta = A_0 [S, R],$$

де $\Delta = [\Delta x, \Delta y]$, A_0 — оператор (алгоритм) обробки.

Слід відмітити, що розв'язок задачі у загальному випадку (1) є складною науково-технічною проблемою, тому у більшості випадків [2, 3, 7] дослідники вимушені розділяти процес обробки зображень на певні етапи.

Будемо вважати, що на етапі первинної обробки виконані геометричні та радіометричні перетворення і обидва зображення подані в єдиному просторово-часовому базисі. Тоді класичний алгоритм кореляційно-екстремального аналізу (КЕА) полягає у знаходженні глобального максимуму функціонального виду:

$$I = \int_x \int_y S(x - \tau_x, y - \tau_y, t) R(x - \tau_x, y - \tau_y, t) d\tau_x d\tau_y. \quad (2)$$

Хоча алгоритм (2) і дозволяє отримати оцінки $\Delta x, \Delta y$ з достатньо високою точністю, його застосування обмежене через значну складність обчислень.

У багатьох навігаційних та деяких інших системах, що працюють в реальному масштабі часу, визначення розгодження зображень проводиться із умови [3]:

$$\frac{\partial I}{\partial x^*} = 0, \quad \frac{\partial I}{\partial y^*} = 0. \quad (3)$$

Технічна реалізація алгоритмів КЕА на основі (3) може бути достатньо простою у вигляді автоматичної слідкувальної системи з моноімпульсним способом вимірювання вхідної інформації [4]. При цьому слідкувальна диференційна КЕНС в усталеному режимі знаходить і підтримує положення, що визначає Δx , Δy із умови (3).

Незважаючи на високу точність і можливість роботи в режимі реального часу, диференційним КЕНС властивий ряд недоліків, основним із яких є обмеження поля зору моноімпульсного вимірювача виду:

$$\begin{aligned} |t_{\max} - t_{\min}| &< \alpha_t, \\ |x_{\max} - x_{\min}| &< \alpha_x, \\ |y_{\max} - y_{\min}| &< \alpha_y, \end{aligned} \quad (4)$$

де α_x , α_y , α_t — інтервали кореляції просторово-часового поля.

Під час порушення умов (4) диференційна КЕНС втрачає працездатність внаслідок зриву процесу супроводження [4].

У більшості випадків отримане зображення з борту КА характеризується нестационарним розподілом просторово-часового поля, внаслідок чого інтервали кореляції (4) можуть змінюватись в широкому діапазоні. Таким чином, досить актуальною є задача розробки КЕА з невисокою обчислювальною складністю, адаптивного до структури просторово-часового поля.

СТРУКТУРА КЕА НА ОСНОВІ АПРОКСИМАЦІЇ

Для реалізації адаптивного алгоритму розглянемо можливість застосування процедури послідовного уточнення з використанням структури фільтра Калмана (рис. 2).

Робота алгоритму ґрунтується на процесах послідовного уточнення попередньої оцінки та управління спостереженням.

Для управління процесом спостереження використовується дискримінатор, що дозволяє вибрати із еталонного зображення кадр із заданими розмірами $K \times K$ та положенням K .

На першому кроці ще невідома оцінка зсуву Δ , і ширина дискримінаторної характеристики визначає

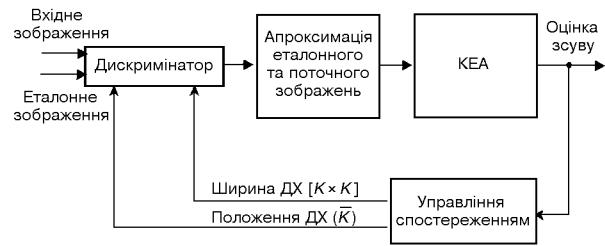


Рис. 2. Процедура послідовного уточнення з використанням структури фільтра Калмана

повне поле еталонного зображення (ЕЗ). У цих умовах поліноміальна апроксимація ЕЗ відтворює в основному низькі просторові частоти, а оцінка зсуву Δ забезпечує лише перше наближення. Процедура управління спостереженням на основі першої оцінки зсуву визначає нове положення та ширину дискримінаторної характеристики. Критерієм ефективності оцінювання є умова:

$$K_i < K_{i-1},$$

де K_i , K_{i-1} — значення ширини ДХ відповідному кроку ітеративного процесу.

Таким чином, на другому кроці КЕА розміри аналізованого фрагменту еталонного зображення повинні зменшитись за рахунок звуження ширини ДХ. При цьому точність апроксимації покращується внаслідок відтворення більш високочастотних просторових компонентів. У результаті оцінка Δ буде краща за попередню, а ширина ДХ для проведення наступної ітерації ще більш звужиться. Процедура послідовного уточнення величини зсуву Δ може повторюватись до моменту, коли буде досягнута необхідна точність прив'язки зображень.

АЛГОРИТМ АПРОКСИМАЦІЇ ЗОБРАЖЕНЬ

Нехай поточне зображення складається з детермінованої $r(x, y, t)$ та стохастичної $f(x, y, t)$ складових:

$$R(x, y, t) = r(x, y, t) + f(x, y, t),$$

$$\Delta x_s \ll X, \quad \Delta y_s \ll Y,$$

$$\Delta n_x \ll X, \quad \Delta n_y \ll Y,$$

причому r та f некорельовані.

Тоді функціонал (2) може бути поданий у такий спосіб:

$$\begin{aligned} I &= M[S(x, y, t)R(x, y, t)] = \\ &= M[S(x, y, t)r(x, y, t)] + M[S(x, y, t)f(x, y, t)] = \end{aligned}$$

$$= M[S(x, y, t)r(x, y, t)] \approx M[\widehat{S}(x, y, t)\widehat{r}(x, y, t)], \quad (5)$$

де $\widehat{S}(x, y, t)$, $\widehat{r}(x, y, t)$ — апроксимація еталонного та поточного зображень.

Приблизна рівність (5) буде тим точніша, чим вища точність апроксимуючого полінома або вужча ширина ДХ.

Для синтезу алгоритму апроксимації скористаємось методом рівних площин [9], згідно з яким умовою точної апроксимації даблично заданої функції $S(t)$ деяким поліномом $\widehat{S}(t)$ є тотожність площин під їхніми графіками на заданому відрізку $G = [0, b]$, тобто

$$\int_0^{b_i} S(t)dt = \int_0^{b_i} \widehat{S}(t)dt, \quad V_i, \quad 0 \leq i \leq V,$$

$$\begin{aligned} S(t) &= S_0 + S_1 t + \dots + S_n t^n, \\ \widehat{S}(t) &= \widehat{S}_0 + \widehat{S}_1 t + \dots + \widehat{S}_n t^n. \end{aligned} \quad (6)$$

Використовуючи диференціально-тейлорівські перетворення Г. Е. Пухова [8, 9]:

$$X_k = \frac{H^k}{k!} \left[\frac{d^k x(t)}{dt^k} \right]_{t=0},$$

$$k = 0, 1, 2, \dots,$$

$$x(t) = X_{(0)} + X_{(1)} \frac{t}{H} + X_{(2)} \left(\frac{t}{H} \right)^2 + \dots,$$

отримаємо модель апроксимації на основі використання диференціальних спектрів $S(q)$ та $\widehat{S}(q)$, тобто

$$S(q) = S_0 + S_1 H q + S_2 H^2 q^2 + \dots + S_v H^v q^v,$$

$$S_v(q) = S(q) + \tau \partial [S(q)] + \tau^2 \partial^2 [S(q)] + \dots + \widehat{S}_v H^v q^v,$$

$$q \equiv \frac{t}{H}.$$

Тут $\widehat{S}_0, \widehat{S}_1, \dots, \widehat{S}_v$ — невідомі коефіцієнти апроксимуючого полінома. Для знаходження невідомих коефіцієнтів розіб'ємо діапазон визначення $[0, b]$ на v діапазонів виду $[0, b_i]$, $0 \leq i \leq v$, b_i — задані величини. Тоді на кожному з цих діапазонів чисельними методами може бути визначений функціонал:

$$V_i = \int_0^{b_i} S(t)dt. \quad (7)$$

Сукупність співвідношень (6) для v діапазонів може бути подана у вигляді матричного запису системи лінійних рівнянь виду:

$$\mathbf{H} \times \mathbf{X} = \mathbf{V},$$

де

$$\mathbf{X} = [\widehat{S}_0 \widehat{S}_1 \dots \widehat{S}_v],$$

$$\mathbf{V} = [V_0 V_1 V_2 \dots V_v],$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} b_0 & \frac{b_0^2}{2} & \dots & \frac{b_0^{v+1}}{v+1} \\ b_1 & \frac{b_1^2}{2} & \dots & \frac{b_1^{v+1}}{v+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_v & \frac{b_v^2}{2} & \dots & \frac{b_v^{v+1}}{v+1} \end{bmatrix}.$$

Тут \mathbf{V} — вектор відомих значень, визначених за (7), \mathbf{H} — матриця відомих коефіцієнтів, \mathbf{X} — вектор невідомих коефіцієнтів.

Неважко впевнитися, що коефіцієнти апроксимуючого полінома можуть бути знайдені за виразом

$$\mathbf{X} = \mathbf{H}^{-1} \mathbf{V}.$$

АЛГОРИТМ АНАЛІТИЧНОГО ВИЗНАЧЕННЯ МАКСИМУМУ КОРЕЛЯЦІЙНОГО ІНТЕГРАЛА

Для значного зниження обчислювальної складності КЕА може бути використана аналітична форма подання еталонного та поточного зображень у вигляді поліномів відносно диференціальних спектрів (ДС), тобто

$$r(q) = (r_0 + r_1 H q + r_2 H^2 q^2 + \dots) - a,$$

$$S(q) = S_0 + S_1 H q + S_2 H^2 q^2 + \dots,$$

$$S_v(q) = S(q) + \tau \partial [S(q)] + \tau^2 \partial^2 [S(q)] + \dots - b,$$

де $S_v(q)$ — поліноміальний ДС зображення, зсунутого на невідому величину τ ; r_1, s_1 — відомі коефіцієнти $\frac{\partial I}{\partial \tau}$.

Із умови $\frac{\partial I}{\partial \tau} = 0$ маємо рівняння для визначення невідомого зсуву τ виду

$$m_0 + m_1 \tau + m_2 \tau^2 + \dots + m_v \tau^v = 0,$$

де $m_i = F(r_0, r_1, \dots, r_v, S_0, S_1, \dots, S_v)$.

Таким чином, задача пошуку максимуму кореляційного інтегралу аналітичним методом зводиться до пошуку кореня τ алгебраїчного рівняння степеня v , що можна зробити відомими чисельними методами без значних обчислювальних затрат.

ПРИКЛАД

Розглянемо приклад використання запропонованого алгоритму прив'язки зображень для розв'язання задачі навігації космічного апарата по магнітному

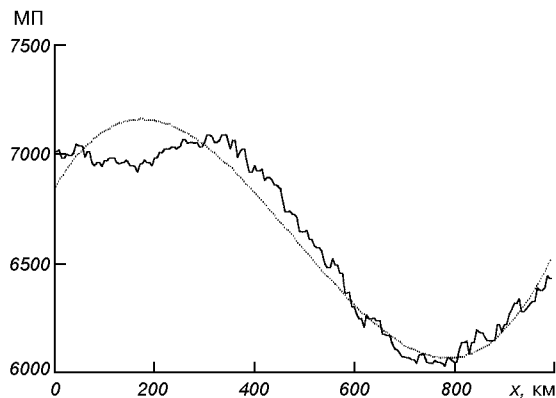


Рис. 3. Еталонне зображення магнітного поля розміром 1000 км та його апроксимація поліноміальною функцією

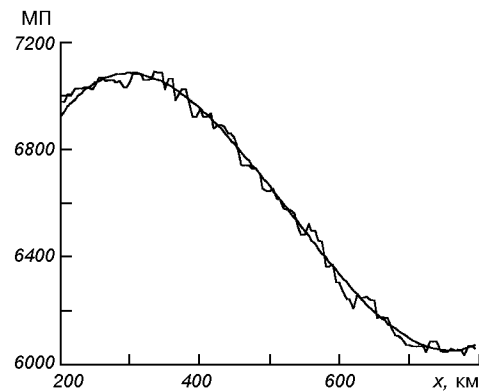


Рис. 5. Еталонне зображення магнітного поля з найбільш інформативною частиною для другого кроку ітерації та його апроксимація

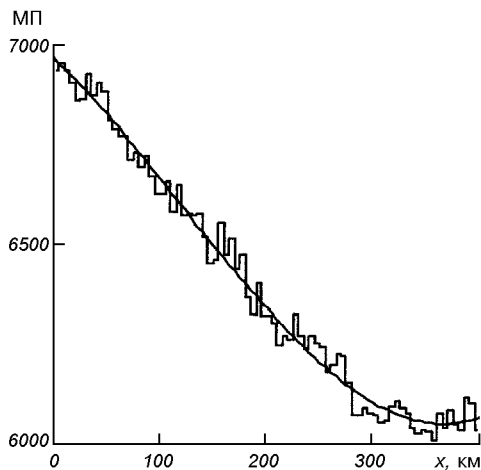


Рис. 4. Поточне зображення магнітного поля та його апроксимація

полю Землі [4, 6].

Еталонне зображення магнітного поля розміром 1000 км для прийнятих параметрів руху космічного апарата та його апроксимація поліноміальною функцією наведена на рис. 3.

Зображення результатів вимірювання магнітного поля з борту КА протягом 400 км подано на рис. 4. Для проведення моделювання було здійснено зсув у обох зображень, що дорівнював 400 км.

На першому кроці ітераційного процесу отримано такі результати: оцінка зсуву дорівнює 300 км, що дає похибку у 100 км, та середнє квадратичне відхилення — 40 км. Таким чином, найбільш вірогідно, що дійсне розугодження за законом 3σ знаходиться в діапазоні від 180 до 820 км. У подальшому для аналізу візьмемо цей відрізок еталону. Він та його апроксимація показані на рис. 5.

З рис. 5 видно, що в результаті звуження діапазону відрізок аналізованого еталону менший за $X \in [180, 820]$ км, точність апроксимації вища, а результати прив'язки повинні бути кращими.

На другому кроці ітераційного процесу отримано такі результати: оцінка зсуву зображень дорівнює 390 км (що знижує похибку до 10 км), середнє квадратичне відхилення складає 10 км.

Якщо отримана точність оцінки незадовільна, то робиться наступний крок ітерації, де аналізується діапазон еталону на відрізку від 360 до 820 км. При необхідності робиться ще крок і т. п.

На двадцятій ітерації точність прив'язки досягає 150 м, що значно краще за точність балістичної прив'язки $\Delta L = 3.5$ км.

Потенційні характеристики розробленого алгоритму кореляційно-екстремальної прив'язки зображення залежить від характеристик використовуваного поля. В наведеному прикладі гранична точність оцінки навігаційних параметрів по магнітному полю Землі визначається радіусом кореляції, величина якого за матеріалами [4] складає десятки метрів.

Таким чином, розроблено кореляційно-екстремальний алгоритм, ефективний за точністю та обчислювальною складністю. Особливістю алгоритму є його структура, еквівалентна фільтру Калмана, та невисока обчислювальна складність за рахунок використання математичного апарата диференціальних перетворень. Розроблений алгоритм був використаний для розв'язання задачі навігації космічного апарата по магнітному полю Землі. Ефективність алгоритму підтверджена математичним моделюванням.

1. Андросов В. А., Бойко Ю. В., Бочкарев А. М., Одиног А. П. Совмещение изображений в условиях неопределенности // Зарубежная радиоэлектроника.—1985.— № 4.—С. 54—70.
2. Баклицкий В. К., Бочкарев А. М., Мусьяков М. П. Методы фильтрации сигналов в корреляционно-экстремальных системах навигации / Под ред. В. К. Баклицкого. — М.: Радио и связь, 1986.—216 с.
3. Баклицкий В. К., Юрьев А. Н. Корреляционно-экстремальные методы навигации. — М.: Радио и связь, 1982.—256 с.
4. Белоглазов И. Н., Джанжгава Г. И., Чигин Г. П. Основы навигации по геофизическим полям. — М.: Наука, 1985.—328 с.
5. Бесеерский В. А., Иванов В. А., Самотокин Б. Б. Орбитальное гирокомпасирование / Под ред. Б. Б. Самотокина. — Санкт-Петербург: Политехника, 1993.—256 с.
6. Лебедев Д. В., Ткаченко А. И., Магнитометрическая система определения параметров движения космического аппарата // Проблемы управления и информатики.—1997.— № 4.—С. 139—154.
7. Прэтт У. Цифровая обработка изображений: Пер. с англ. / Под ред. Д. С. Лебедева. — М.: Мир, 1982.—Кн. 1, 2.—792 с.
8. Пухов Г. Е. Дифференциальный анализ электрических цепей. — Киев: Наук. думка, 1982.—496 с.
9. Пухов Г. Е. Дифференциальные преобразования и математическое моделирование физических процессов. — Киев: Наук. думка, 1986.—160 с.
10. Пясковский Д. В., Варламов И. Д., Евдокимов А. В. Анализ методов совмещения изображений при распознавании объектов // Вопросы теории сложных радиоэлектронных систем: Тем. науч.-техн. сб. / Отв. ред. П. В. Фриз. — Житомир: ЖВУРЭ ПВО, 1993.—Вып. 15.—С. 3—8.
11. П'ясковський Д. В., Водоп'ян С. В., Варламов І. Д. Алгоритм поєднання цифрових зображень на основі екстраполяції руху платформи // Проблеми створення, випробування, застосування та експлуатації складних інформаційних систем: Збірник наук. праць. — Житомир: ЖВІРЕ, 1999.— Вип. 1.—С. 73—79.
12. П'ясковський Д. В., Водоп'ян С. В., Варламов І. Д. Кореляційно-екстремальна прив'язка зображень на основі диференційних перетворень// Проблеми створення, випробування, застосування та експлуатації складних інформаційних систем: Збірник наук. праць. — Житомир: ЖВІРЕ, 2001.— Вип. 3—С. 157—168.
13. Ярославский Л. П. Введение в цифровую обработку изображений. — М.: Сов. Радио, 1979.—312 с.
14. Ярославский Л. П. Цифровая обработка сигналов в оптике и голографии: Введение в цифровую оптику. — М.: Радио и связь, 1987.—296 с.

ADAPTIVE CORRELATIVE-EXTREME ALGORITHM OF SPACECRAFT NAVIGATION ON GEOPHYSICAL FIELDS USING DIFFERENTIAL TAYLOR TRANSFORMATIONS

D. V. Piaskovs'kyi, S. V. Vodop'ian, I. D. Varlamov

The problem of spacecrafts navigation on Earth's physical fields is considered. Iterative process of Bayer's accuracy rise using the differential transformations is proposed for task solution. It is shown that such approach makes the calculating algorithm more simple in comparison with traditional correlative-extreme methods. The results of the proposed algorithm researches are presented.