

УДК 681.518

В. І. Іщенко, І. В. Зімчук

Житомирський військовий інститут радіоелектроніки імені С. П. Корольова

Синтез адаптивних алгоритмів оцінювання в умовах нестационарної параметричної невизначеності

Пропонується методика синтезу адаптивних алгоритмів оцінювання вимірювальної інформації в умовах апріорної невизначеності моделі вхідного впливу та статистичних характеристик шумів. Наводиться приклад з результатами цифрового моделювання.

При здійсненні навігації, спостереження за космічними об'єктами та управління літальними апаратами використовується інформація про координати та параметри руху, що отримується за допомогою радіолокаційних слідкувальних систем. В реальних умовах функціонування систем обробки радіолокаційної інформації відомості про помилки вимірювань та збурення в динаміці руху літальних об'єктів, як правило, апріорно невизначені [1, 4, 7]. Для усунення апріорної невизначеності є ряд напрямків у розв'язанні задачі оцінювання: мінімаксий підхід, принцип інваріантності та принцип адаптації [6, 7]. Завдяки можливості забезпечення максимальної точності фільтрації у всьому діапазоні можливих умов функціонування, найбільше розповсюдження отримав адаптивний підхід [6, 7].

Один із методів синтезу адаптивних систем фільтрації полягає в тому, що невідомі параметри вхідного впливу приєднуються до складу оцінюваних, і розглядається задача фільтрації для розширеного вектора стану [2, 6]. Однак такий підхід пов'язаний з підвищенням порядку системи оцінювання та збільшенням об'єму необхідних обчислень, що у свою чергу приводить до неможливості реалізації алгоритму в реальному часі.

Другий підхід ґрунтується на тому, що оцінки невідомих параметрів розраховуються окремим блоком адаптації та використовуються для корекції параметрів неадаптивного блоку фільтрації [1, 9]. Такий підхід порівняно з попереднім не збільшує порядок системи оцінювання та спрощує розв'язання задачі адаптивної фільтрації. Опису різних адап-

тивних алгоритмів, що синтезовані даним методом, присвячені численні публікації, наприклад [1, 2, 4, 6, 7, 9]. Однак практичному застосуванню деяких з них перешкоджають: структурна складність та пов'язана з цим необхідність виконувати велику кількість матричних обчислень за час, який дорівнює періоду дискретизації [1, 2, 4, 7, 9]; наявність певної кількості апріорної інформації про умови функціонування [1, 4]; умови сталості статистичних характеристик вхідних впливів [6, 9]. Тому при розв'язанні задачі оцінювання в умовах нестационарної параметричної невизначеності, велику зацікавленість викликають питання синтезу простих та водночас ефективних за точністю та обчислювальним затратам алгоритмів з робастними алгоритмами адаптації [7].

В роботі розв'язується задача розробки методики синтезу таких алгоритмів.

Припускається, що на вхід адаптивного алгоритму оцінювання в дискретні моменти часу $t_n = nT$ надходить адитивна суміш корисної складової

$$x(n) = x(n-1) + \sum_{i=1}^k \frac{T^i}{i!} \Delta^i x(n-1), \quad (1)$$

та некорельованої завади (помилки вимірювань) $f(n)$:

$$M[f(n)] = 0, \quad M[x(n)f(n)] = 0, \quad (2)$$

$$M[f(n)f(n-1)] = 0, \quad (3)$$

$$M[f^2(n)] = R(n), \quad (3)$$

Δ^i — ліва i -та різниця від $x(n-1)$; T — темп

обробки інформації.

Тоді рівняння спостереження прийме вигляд

$$g(n) = x(n) + f(n). \quad (4)$$

Необхідно отримати оцінку вхідної дії $\hat{x}(n)$ оптимальну за критерієм мінімум середнього квадрата помилки оцінки [6]:

$$P(n) = M[\varepsilon^2(n)] \rightarrow \min, \quad (5)$$

$$\varepsilon(n) = x(n) - \hat{x}(n), \quad (6)$$

(де $\varepsilon(n)$ — помилка оцінки) при умові, що модель вхідного впливу $x(n)$ та дисперсія помилок вимірювань $R(n)$ апріорно невизначені.

Відомо [6, 9], що адаптивні алгоритми складаються безпосередньо з алгоритмів фільтрації та адаптації. Алгоритм фільтрації може бути синтезований методом «трьох поліномів» [8]. Згідно з методом алгоритми оцінювання та управління визначаються виразами

$$\hat{x}(n) = \frac{C(z) - B(z)}{A(z)} \tilde{u}(n), \quad (7)$$

$$u(n) = \frac{C(z) - A(z)}{C(z) - B(z)} \hat{x}(n). \quad (8)$$

У співвідношеннях (7), (8) $A(z)$ та $B(z)$ — поліноми чисельників передаточних функцій за розузгодженням управління $\tilde{u}(n) = g(n) - u(n)$ та оцінювання $\tilde{\varepsilon}(n) = g(n) - \hat{x}(n)$; $C(z)$ — характеристичний поліном замкненої системи, який визначає її стійкість:

$$C(z) = \frac{A(z) - F_u(z)B(z)}{1 - F_u(z)}, \quad (9)$$

$F_u(z)$ — передаточна функція алгоритму управління.

Здійснити адаптацію синтезованого алгоритму оцінювання можна шляхом підстройки його вагових коефіцієнтів у відповідності зі зміною статистичних характеристик розузгодження спостереження [5, 6, 9], а саме середнім квадратом помилок вимірювань $R(n)$ та екстраполяції:

$$P_e(n) = M[\varepsilon_e^2(n)], \quad (10)$$

$$\varepsilon_e(n) = x(n) - u(n), \quad (11)$$

$\varepsilon_e(n)$ — помилка екстраполяції (управління).

Значення $R(n)$ та $P_e(n)$ розраховуються із взаємної кореляційної функції вибіркової послідовності відповідних помилок. Вказана послідовність помилок утворюється на основі властивості симетрії [3].

Так, для реалізації послідовності помилок вимірювань розраховується N -та різниця від вхідної дії:

$$\Delta^N g(n) = C_N^0 g(n) - C_N^1 g(n-1) + \dots + C_N^N g(n-N).$$

де C_N^i — біноміальний коефіцієнт.

Із рівняння (4)

$$\Delta^N g(n) = \Delta^N x(n) + \Delta^N f(n).$$

Якщо

$$N = k + 1, \quad (12)$$

де k — максимальний степінь задаючого впливу, то

$$\Delta^N x(n) = 0,$$

і тоді

$$\Delta^N g(n) = \Delta^N f(n),$$

або

$$\Delta^N g(n) = \sum_{i=0}^N (-1)^i C_N^i f(n-i). \quad (13)$$

Застосовуючи до різниці $\Delta^N g(n)$ операцію розрахунку дисперсії, з урахуванням умов (2), (3) отримаємо

$$D[\Delta^N g(n)] = \sum_{i=0}^N (-1)^i (C_N^i)^2 R(n-i).$$

Тепер вираз для розрахунку дисперсії помилок вимірювань прийме вигляд

$$R(n) = D[\Delta^N g(n)] - \sum_{i=1}^N (-1)^i (C_N^i)^2 R(n-i). \quad (14)$$

Аналогічний підхід використовується і для визначення середнього квадрата помилок екстраполяції. На підставі рівняння (11) екстрапольоване значення може бути представлене як адитивна сума корисної складової та помилки екстраполяції:

$$u(n) = x(n) + [-\varepsilon_e(n)].$$

З метою утворення послідовності помилок екстраполяції розраховується N -та різниця від управління $u(n)$:

$$\Delta^N u(n) = \Delta^N x(n) - \Delta^N \varepsilon_e(n). \quad (15)$$

При виконанні умови (12) $\Delta^N x(n) = 0$, і тоді рівняння (15) прийме вигляд

$$\Delta^N u(n) = -\Delta^N \varepsilon_e(n) = -\sum_{i=0}^N (-1)^i C_N^i \varepsilon_e(n-i).$$

Розраховуючи математичне очікування квадрата величини $\Delta^N u(n)$, отримаємо

$$\begin{aligned} M[(\Delta^N u(n))^2] &= \\ &= \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N (-1)^{i+j} C_N^i C_N^j K(n-i, n-j), \end{aligned} \quad (16)$$

де

$$K(n-i, n-j) = M[\varepsilon_e(n-i) \varepsilon_e(n-j)]$$

— коваріаційна функція помилок екстраполяції, яка розраховується наступним чином:

$$K(n-i, n-j) = P_e(n-i), i=j,$$

$$K(n-i, n-j) = M[\tilde{u}(n-i)\tilde{u}(n-j)], i \neq j.$$

Із рівняння (16) визначається середній квадрат помилки екстраполяції:

$$P_e(n) = M[(\Delta^N u(n))^2] - \sum_{i=1}^N (-1)^i C_N^i K(n, n-i) - \sum_{i=1}^N \sum_{j=0}^N (-1)^{i+j} C_N^i C_N^j K(n-i, n-j). \quad (17)$$

В умовах, коли максимальна степінь задаючого впливу $x(n)$ апіорно відома, розрахунок $P_e(n)$ та $R(n)$ труднощів не викликає. Якщо такої інформації немає, то необхідно розраховувати різницю на максимальну розмірність. При виконанні цієї вимоги задаючий вплив компенсується повністю і рівняння (14) та (17) залишаються справедливими.

Викладена методика синтезу адаптивних алгоритмів оцінювання в умовах нестаціонарної параметричної невизначеності описується рівняннями (7), (8), (12), (14), (17). Відмінними рисами запропонованого рішення від відомих є: утворення коваріаційної функції послідовності випадкових помилок, що пов'язує параметри фільтра з невідомими статистичними характеристиками розузгодження, здійснюється з використанням концепції зворотних задач динаміки; можливість синтезу інваріантних відносно задаючого впливу алгоритмів адаптації з урахуванням різної міри апіорної невизначеності; синтез адаптивних алгоритмів виконується в скалярній формі, без застосування чисельних методів, що не потребує великих обчислювальних затрат для своєї реалізації.

Приклад. Розглянемо задачу оцінювання координати $x(n)$ об'єкта, що рухається зі швидкістю $V(n)$ та здатного маневрувати з постійним прискоренням а в непередбачені для спостерігача (системи оцінювання) моменти часу. Дані про стан об'єкта поступають через сталий проміжок часу T у вигляді вимірювань його координати при наявності некорельованого адитивного шуму (умови (2)). Припускається, що параметри a , $R(n)$ апіорно невизначені. Рівняння руху об'єкта з постійною швидкістю та з постійним прискоренням відповідно мають вигляд

$$x(n) = x(n-1) + V(n-1)T,$$

$$x(n) = x(n-1) + V(n-1)T + \frac{aT^2}{2}.$$

Синтезуємо адаптивний алгоритм оцінювання другого порядку астатизму за каналами оцінювання та управління. Для цього поліноми $A(z)$, $B(z)$, $C(z)$ визначимо у вигляді [8]:

$$A(z) = (1 - z^{-1})^2,$$

$$B(z) = b_0(1 - z^{-1})^2,$$

$$C(z) = 1 - 2b_0z^{-1} + b_0z^{-2}.$$

На підставі рівнянь (7), (8) отримаємо алгоритми оцінювання та управління:

$$\hat{x}(n) = K(n)\tilde{u}(n) + 2\hat{x}(n-1) - \hat{x}(n-2), \quad (18)$$

$$u(n) = 2\hat{x}(n-1) - \hat{x}(n-2),$$

$K(n) = 1 - b_0(n)$ — ваговий коефіцієнт, оптимальне значення якого визначається співвідношенням [5]:

$$K(n) = \frac{P_e(n)}{P_e(n) + R(n)}. \quad (19)$$

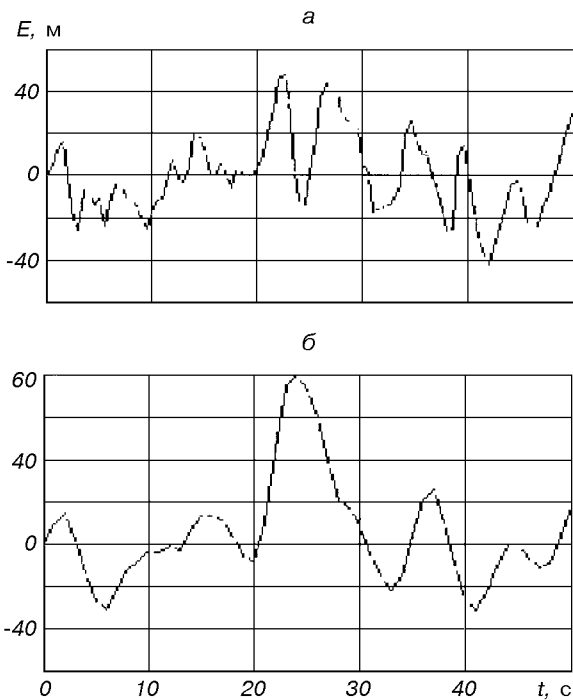
Для розрахунку $R(n)$, $P_e(n)$ скористаємось виразами (14) та (17). Через те що $k=2$, отримаємо наступні алгоритми:

$$R(n) = D[\Delta^N g(n)] + 9R(n-1) - 9R(n-2) + R(n-3), \quad (20)$$

$$P_e(n) = M[(\Delta^3 u(n))^2] + 6M[\tilde{u}(n)\tilde{u}(n-1)] - 6M[\tilde{u}(n)\tilde{u}(n-2)] + 2M[\tilde{u}(n)\tilde{u}(n-3)] + 18M[\tilde{u}(n-1)\tilde{u}(n-2)] - 6M[\tilde{u}(n-1)\tilde{u}(n-3)] + 6M[\tilde{u}(n-2)\tilde{u}(n-3)] - 9P_e(n-1) - 9P_e(n-2) - P_e(n-3). \quad (21)$$

Рівняння (18)—(21) повністю описують синтезований адаптивний алгоритм оцінювання, що адаптується як до статистичних характеристик помилок вимірювань, так і до зміни моделі вхідного впливу.

З метою оцінки ефективності синтезованого алгоритму проводилось цифрове моделювання. На інтервалах часу $t = 0...20$ с та $t = 30...50$ с модель вхідного впливу $x(n)$ описувалась поліномом першого порядку, а на інтервалі $t = 20-30$ с — поліномом другого порядку. Під час маневрування прискорення дорівнювало -20 м/с². Похибки вимірювань моделювались з нормальним законом розподілу, нульовим математичним очікуванням та дисперсією 625 м². Дослідження проводилось з темпом обробки інформації 2 Гц [6].



Похибка оцінки адаптивного алгоритму оцінювання (а) та похибка оцінки α - β -фільтра (б)

Ефективність синтезованого адаптивного алгоритму оцінювалась за помилкою оцінювання (б) (рисунок а) у порівнянні з роботою α - β -фільтра [4] (рисунок б).

З результатів моделювання видно, що на інтервалах рівномірного руху об'єкта спостереження в адаптивному алгоритмі значення помилки оціню-

вання таке саме, як і у α - β -фільтра, а на інтервалах рівноприскореного руху об'єкта значення помилки в 2.3 раза менше.

1. Гриценко Н. С., Гусаров А. И., Логинов В. П., Севастьянов К. К. Адаптивное оценивание. Часть 1 // Зарубежная радиоэлектроника.—1983.—№ 7.—С. 3—27.
2. Гриценко Н. С., Гусаров А. И., Логинов В. П., Севастьянов К. К. Адаптивное оценивание. Часть 2 // Зарубежная радиоэлектроника.—1985.—№ 3.—С. 3—26.
3. Крутько П. Д. Обратные задачи динамики управляемых систем: нелинейные модели. — М.: Наука, 1988.—328 с.
4. Кузьмин С. З. Основы теории цифровой обработки радиолокационной информации. — М.: Сов. радио, 1974.—432 с.
5. Медич Дж. Статистически оптимальные оценки и управление / Под ред. А. С. Шаталова. — М.: Энергия, 1973.—440 с.
6. Первачев С. В., Перов А. И. Адаптивная фильтрация сообщений. — М.: Радио и связь, 1991.—160 с.
7. Петров А. В., Яковлев А. А. Анализ и синтез радиотехнических комплексов / Под ред. В. Е. Дулевича. — М.: Радио и связь, 1984.—248 с.
8. Пушкарев Ю. А., Ревенко В. Б. Новый структурный метод синтеза эффективных цифровых фильтров обработки информации для автоматических следящих систем // Проблемы управления и информатики.—1995.—№ 1.—С. 38—48.
9. Фильтрация и стохастическое управление в динамических системах / Пер. с англ. и под ред. К. Т. Леондеса. — М.: Мир, 1980.—408 с.

SYNTHESIS OF ADAPTIVE ESTIMATE ALGORITHMS UNDER CONDITIONS OF INSTABILITY PARAMETRIC VAGUENESS

V. I. Ischenko, I. V. Zimchuk

Synthesis procedure of the adaptive algorithms of the measuring information estimating under conditions of a priori vagueness of the entrance influence simulation and statistical noises characteristics is proposed. The results of numerical simulation are given.