

УДК 656.61.053

В. С. Михайлов

Київська державна академія водного транспорту

**Исследование зоны действия
контрольно-корректирующей
радионавигационной системы
на внутренних водных путях
станции**

Досліджується радіус дії контрольно-коректуючих станцій, що здійснюють передачу диференціальних поправок на внутрішніх водних шляхах. Найдено розв'язок задачі оптимізації радіуса зони контрольно-коректуючої станції.

При разработке структуры системы контрольно-корректирующих станций (ККС) в диапазоне УКВ важное значение имеет решение задачи оптимизации размеров зон ККС, определяющей надежность передачи дифференциальных поправок, архитектонику и технологические особенности построения системы передачи дифференциальных поправок на внутренних водных путях (ВВП).

В литературных источниках приводятся различные процедуры оптимизации, базирующейся как на детерминированных, так и на статистических моделях УКВ-радиоканалов. Следуя методу А. В. Доровских и А. А. Сикарева [2], проведем решение задачи оптимизации размеров зон ККС при передаче аналоговых сообщений.

Наличие радиосвязи по направлению ККС — абонент — судно в рассматриваемых УКВ-радиолиниях есть вероятность события

$$P\{\text{связь есть}\} = P\{u_c > u_3\},$$

где u_c — уровень принимаемого сигнала,

$$u_3 = \alpha v_{\text{вх}}, \quad (1)$$

$v_{\text{вх}}$ — чувствительность приемника, α — заданное превышение u_c над $v_{\text{вх}}$.

Тогда решение задачи оптимизации размеров радиуса зоны ККС имеет вид

$$r_{\text{ср}}^{\text{опт}} = \operatorname{argmax}_{r_{\text{ср}}} P\{u_c > u_3\}, \quad (2)$$

где $r_{\text{ср}}$ — среднее расстояние между корреспондентами.

Для наиболее общего случая вероятность $P\{u_c > u_3\}$ может быть определена как вероятность одновременного наступления следующих трех событий: расстояние между корреспондентами не превышает предельно допустимое $R_{\text{пр}}$ при работе корреспондентов на ровной поверхности земли; случайный рельеф между корреспондентами не перекрывает I зоны Френеля ($\eta < b_1$); ожидаемый уровень сигнала при обязательном выполнении предыдущих условий превышает u_3 .

Учитывая изложенное, можно записать:

$$\begin{aligned} P\{u_c > u_3\} &= \\ &= P\{r_c < R_{\text{пр}}\} P\{\eta < b_1\} P\{u_c > u_3 / r_c < R_{\text{пр}}, \eta < b_1\}. \end{aligned} \quad (3)$$

Определим входящие в правую часть этого выражения вероятности.

Вероятность $P\{r_c < R_{\text{пр}}\}$ принято находить по плотности вероятности взаимного удаления корреспондентов. Для рассматриваемой ситуации наиболее типичным является закон Максвелла [2]:

$$W(r) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{r^2}{\sigma^3} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^3}\right), \quad (4)$$

где

$$\sigma^2 = \frac{\pi}{8} r_{\text{ср}}^2. \quad (5)$$

Тогда

$$P\{r_c < R_{\text{нр}}\} = \int_0^{R_{\text{нр}}} W(r) dr = \frac{2}{\pi} \gamma\left(\frac{3}{2}; \frac{R_{\text{нр}}^2}{2\sigma^2}\right), \quad (6)$$

где $\gamma(\alpha, \gamma)$ — неполная гамма-функция [4]. Поскольку

$$\gamma(\alpha + 1, x) = \alpha \gamma(\alpha, x) x^\alpha e^{-x} \quad (7)$$

и, кроме того,

$$\gamma(1/2, x_0^2) = \sqrt{\pi} \Phi(x_0/\sqrt{2}), \quad (8)$$

то, последовательно применяя (7), (8) и (6), после преобразований получим следующее выражение:

$$P\{r_c < R_{\text{нр}}\} = \Phi(\sigma/\sqrt{2}) - (2/\sqrt{\pi})\sigma \exp(-\sigma^2), \quad (9)$$

где $\Phi(\dots) = \sqrt{2/\pi} \int_0^x \exp(-t^2/2) dt$ — функция Крампа, табулированная в [3];

$$\sigma = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{R_{\text{нр}}}{r_{\text{ср}}}.$$

На рис. 1 построены в соответствии с выражением (9) зависимости вероятности $P\{r_c < R_{\text{нр}}\}$ от $r_{\text{ср}}$. Значение предельной дальности связи определяется соотношением

$$R_{\text{нр}} = 3.57(\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}),$$

где h_1 и h_2 — соответственно высоты приемной и передающей антенн в метрах. Значения этих высот для кривых представлены в табл. 1.

Из рис. 1 следует, что изменение высот подъема антенн существенно влияет на величину рассматриваемой вероятности P . Так, при $h_1 = h_2 = 3$ м

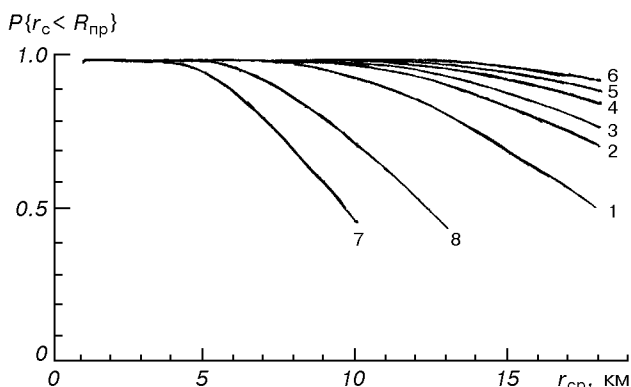


Рис. 1. Зависимость 1 составляющей вероятности $P\{r_c < R_{\text{нр}}\}$ от $r_{\text{ср}}$

Таблица 1. Соответствие номера кривой $P\{r_c < R_{\text{нр}}\}$ значению высоты антенны

№ кривой	h_1 , м	h_2 , м
1	10	10
2	15	15
3	15	20
4	15	30
5	15	40
6	15	50
7	3	3
8	5	5

$P\{r_c < R_{\text{нр}}\} \geq 0.7$ для $r_{\text{ср}} = 0 \dots 8$ км, при $h_1 = h_2 = 5$ м эта вероятность распространяется на интервал $r_{\text{ср}} = 0 \dots 10.3$ км. Наконец, при $h_1 \geq 15$ м, $h_2 \geq 15$ м вероятность равна 0.7 и более в интервале $r_{\text{ср}} = 0 \dots 18$ км. Характер изменения вероятности $P\{r_c < R_{\text{нр}}\}$ — монотонно убывающая с увеличением $r_{\text{ср}}$.

Для нахождения вероятности $P\{\eta < b_1\}$ воспользуемся плотностью распределения высот H случайного рельефа, вид которой зависит от рассматриваемого географического района.

Для районов Прибалтики, северо-западной части России, бассейнов Днепра и Дуная, юга Украины и др. наиболее близким к фактическому является показательный закон

$$W(H) = \alpha_H \exp(-\alpha_H H), \quad (10)$$

где α_H — параметр распределения, значения которого для выбранного района находится в пределах 0.01 ... 0.1 [2].

Запишем справедливое соотношение [2]

$$P\{\eta < b_1\} = \int_0^\infty F_\eta(b_1) W(b_1) db_1, \quad (11)$$

где $F_\eta(b_1)$ — интегральная функция распределения высот рельефа, определяемая по формуле (10) при $H \leq b_1$; $W(b_1)$ — плотность вероятности из (4) при $b_1 = \frac{1}{2} \sqrt{\lambda r/3}$, что соответствует определению величины 1-й зоны Френеля на середине радиотрассы; λ — длина волны. Интегрируя в (11), получаем

$$P\{\eta < b_1\} = 1 - \frac{8}{\sqrt{\pi}} \Theta^{3/2} u_1,$$

где

$$u_1 = \int_0^\infty x^4 \exp(-\alpha_H x - \Theta x^4) dx, \quad (12)$$

$$\Theta = \frac{2^5 3^2}{\pi \lambda^2} r_{\text{ср}}.$$

Для упрощения вычислений преобразуем выражение (12) следующим образом. Используя разложение

$$\exp(-\alpha_H x) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{\alpha_H^k x^k}{k!} \quad (13)$$

и интегрируя по (3.478.1) из [1], окончательно получим

$$P\{\eta < b_1\} = 1 - \frac{\Theta^{1/4}}{\sqrt{\pi}} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{\alpha_H^k \Gamma[(k+5)/4]}{k! \Theta^{k/4}}, \quad (14)$$

где $\Gamma(\dots)$ — полная гамма-функция [1]. В этом разложении всегда можно ограничиться конечным числом членов знакопеременного ряда, причем ошибка не превышает по абсолютной величине первый из отброшенных членов.

Заметим, что можно было бы попытаться использовать второй путь вычислений в (12), основанный согласно (1.211.1) из [1] на разложении

$$e^{-\Theta x} = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{\Theta^k}{k!} x^{4k},$$

$$u_1 = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{\Theta^k}{k!} \int_0^{\infty} x^{4(k+1)} e^{-\alpha x} dx.$$

Интегрируя согласно (3.381.4) из [1], получим

$$u_1 = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{\Theta^k \Gamma[4(k+1)+1]}{k! \alpha^{4(k+1)+1}} =$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{\Theta^k [4(k+1)]!}{k! \alpha^{4(k+1)}}.$$

Однако использование такой оценки для количественных расчетов менее удобно, чем в (14), поскольку $\alpha < 1$.

На рис. 2 представлены графики, построенные в соответствии с выражением (14). Здесь $\alpha_H = 0.01$ для кривой 3, $\alpha_H = 0.05$ для кривой 2, $\alpha_H = 0.1$ для кривой 4. Видно, что вероятность $P\{\eta < b_1\}$ для всего диапазона рассматриваемых дальностей связи существенно зависит от величины α_H , но достаточно высока, превышая значения 0.85. С увеличением r_{cp} она монотонно увеличивается.

Наконец, вероятность $P\{u_c > u_3/r_c < R_{np}, \eta < b_1\}$ в (3) определяется соотношением

$$P\{u_c > u_3/r_c < R_{np}, \eta < b_1\} = 1 - \int_0^{u_3} W(u_c) du_c, \quad (15)$$

где согласно [2] распределение уровня принимае-

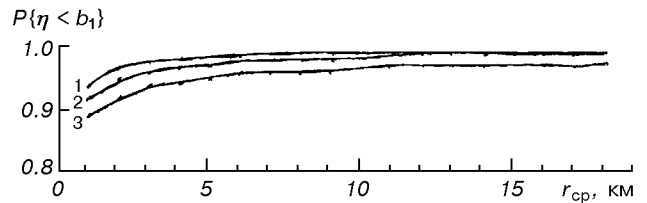


Рис. 2. Зависимость II составляющей вероятности $P\{r_c < R_{np}\}$ от r_{cp}

мого сигнала в случае прямого радиолуча имеет вид

$$W(u_c) = \sqrt{2/\pi} \frac{A}{\sigma^3 u_c} \exp\left(-\frac{A}{2\sigma^2 u_c}\right) \left(\frac{\sqrt{A}}{\sqrt{u_c^3}}\right). \quad (16)$$

Здесь σ^2 определяется выражением (5), кроме того,

$$A = [P_u G_1 \eta_1 G_2 \eta_2 W_{вх} (h_1^2 + h_0^2)(h_2^2 + h_0^2)]^{1/2},$$

где h_0 — минимальная эффективная высота антенны в метрах, определяемая для параметров средних между сухой и влажной почвой; P_u — мощность излучения передатчика; $W_{вх}$ — входное сопротивление приемника; G_1 и G_2 — коэффициенты усиления соответственно передающей и приемной антенн; η_1 и η_2 — коэффициенты полезного действия систем передачи энергии соответственно от передатчика к передающей антенне и от приемника к приемной антенне.

Подставляя (16) в (15) и интегрируя с помощью (3.381.3) из [1], получим

$$P\{u_c > u_3/r_c < R_{np}, \eta < b_1\} = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \Gamma\left(\frac{3}{2}; \frac{A}{2\sigma^2 u_3}\right), \quad (17)$$

где $\Gamma(\dots)$ — неполная гамма-функция [1]. Учитывая, что

$$\Gamma(\alpha + 1, x) = \alpha \Gamma(\alpha, x) + x^\alpha e^{-x},$$

а также

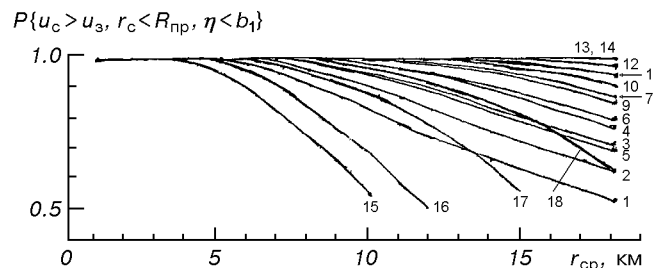


Рис. 3. Зависимость III составляющей вероятности $P\{r_c < R_{np}\}$ от r_{cp}

$$\Gamma(1/2, x_0^2) = \sqrt{\pi} [1 - \Phi(x_0/\sqrt{2})],$$

после преобразования (17) окончательно получим

$$P\{u_c > u_3/r_c < R_{np}, \eta < b_1\} = \Phi(\beta/\sqrt{2}) - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \beta e^{-\beta^2}, \quad (18)$$

где $\beta = A/(2\sigma^2 u_3)$, а величина u_3 определена по формуле (1).

Таблица 2. Соответствие номера кривой (18) высоте антенны и мощности передатчика

№ кривой	h_1 , м	h_2 , м	P_u , Вт
1	10	10	7
2	10	10	15
3	10	10	30
4	10	10	50
5	15	15	7
6	15	15	15
7	15	15	30
8	15	20	7
9	15	30	7
10	15	40	7
11	15	50	7
12	15	50	15
13	15	50	30
14	15	50	50
15	3	3	7
16	3	3	50
17	5	5	7
18	5	5	50

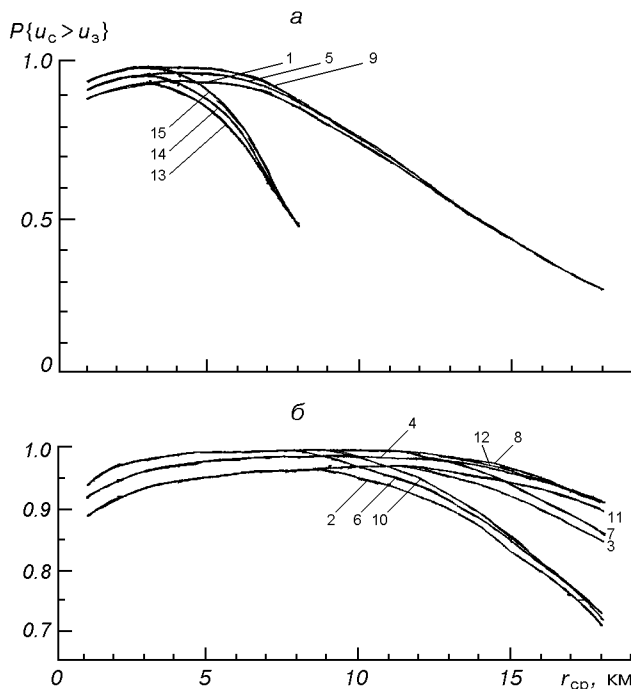


Рис. 4. Зависимость вероятности $P\{r_c < R_{np}\}$ от r_{cp}

На рис. 3 представлен график зависимости вероятности от r_{cp} в соответствии с (18). Множеству параметров приданы значения, типичные для УКВ-радиостанций, в том числе типа «Кама», и прежде всего «Кама-Р», а также GSM, ММТ-450 и др. Кроме того, приняты следующие значения параметров:

$$G_1 = G_2 = 1, \quad \eta_1 = \eta_2 = 0.9,$$

$$W_{вх} = 75 \text{ Ом}, \quad x_{вх} = 1.5 \text{ мкВ},$$

$\alpha = 3$ (соотношение сигнал/шум).

Высоты передающей и приемной антенн, а также мощности передатчиков для соответствующих номеров кривых сгруппированы в табл. 2.

Как видно из рисунка, рассматриваемая вероятность существенно зависит от высот антенн и мощности передатчика. При прочих равных условиях с увеличением r_{cp} вероятность монотонно уменьшается.

Соотношения (9), (14) и (18) с учетом (3) позволяют решить задачу оптимизации, определяемую выражением (2). Учитывая сложный функциональный вид сомножителей, входящих в выражение (3), а также значительное число входящих в них параметров, такое решение можно получить путем численных расчетов на ЭВМ, в том числе на основе графического построения вероятности в зависимости от значений r_{cp} , соответствующих максимуму этой вероятности. Для иллюстрации этого положения на рис. 4 представлены результаты расчета зависимости $P\{u_c > u_3\}$ от r_{cp} . Значения параметров приемо-передатчиков радиотрассы, рельефа и динамики движения корреспондентов приняты

Таблица 3. Соответствие $P\{u_c > u_3\}$ параметрам h_1 , h_2 , P_u , σ_H

№ кривой	σ_H	h_1 , м	h_2 , м	P_u , Вт
1	0.01	10	10	7
2	0.01	15	30	7
3	0.01	15	50	7
4	0.01	15	50	50
5	0.05	10	10	7
6	0.05	15	30	7
7	0.05	15	50	7
8	0.05	15	50	50
9	0.1	10	10	7
10	0.1	15	30	7
11	0.1	15	50	7
12	0.1	15	50	50
13	0.01	3	3	7
14	0.05	3	3	7
15	0.1	3	3	7

такими, как указано выше. Соответствие кривых рис. 4, а и б параметрам h_1 , h_2 , P_u , α_H показано в табл. 3.

Как видно из рис. 4, значения вероятности $P\{u_c > u_3\}$ плавно изменяются в окрестности ее максимума. При этом значение r_{cp} изменяется в пределах от 3 км при $\alpha = 0.01$, $h_1 = h_2 = 3$ м, $P_u = 7$ Вт — до 10 км при $\alpha = 0.1$, $h_1 = 15$ м, $h_2 = 50$ м, $P_u = 50$ Вт.

Необходимо отметить, что с увеличением высоты антенн и мощности передатчика характер кривых в окрестности максимума становится более плавным, и оптимальное значение r_c^{opt} увеличивается.

Таким образом, предлагаемое в данной работе решение задачи оптимизации радиуса зоны ККС при передаче дифференциальных поправок в аналоговой форме показало, что для наиболее характерного случая максвелловского закона распределения перемещения абонентов относительно ККС и для типичных эксплуатационно-технических параметров радиопередатчиков ККС и судовых навигационных приемников оптимальные и квазиопти-

мальные радиусы зон ККС имеют значения от 3 км до 12...15 км при вероятности правильного приема аналоговых дифференциальных поправок не меньше 0.75.

1. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. — М.: Госиздат Физматлит-ры, 1963.—1100 с.
2. Доровских А. В., Сикарев А. А. Сети связи с подвижными объектами. — Киев: Техника, 1989.—158 с.
3. Таблицы вероятностных функций / Пер. с англ. Л. С. Барк. — М.: ВЦ АН СССР, 1970.—344 с.
4. Янке Е., Эмде Ф., Лем Ф. Специальные функции. — М.: Наука, 1964.—344 с.

EXPLORATION OF ACTION ZONE IN INLAND WATERWAYS FOR MONITORING AND CORRECTING STATION OF RADIO-NAVIGATION SYSTEM

V. S. Mykhailov

It is investigated the action radius of monitoring and correcting stations realized the differential corrections transmission in inland waterways. The solution of task optimization of radius dimensions for monitoring and correcting station is founded.