

УДК 629.7.054

В. В. Карачун, В. Н. Мельник

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», Київ

О **дополнительных** **погрешностях** **гироинтегратора**
линейных **ускорений** **ракет-носителей,**
обусловленных **дифракцией** **звуковых** **волн**

Надійшла до редакції 08.02.01

Наведено аналіз та визначена природа виникнення додаткових похибок гіроскопічного інтегратора лінійних прискорень ракет-носіїв, що зумовлені дифракцією хвиль зовнішнього акустичного випромінювання на підвісі гіроскопа.

Значительная стартовая масса современных ракет-носителей требует наличия двигателей большой тяги, которые смогли бы обеспечить требуемое приращение скорости РН в единицу времени, а также осуществление всех предусмотренных программой полета маневров. Вместе с тем на границе струи, вытекающей из сопла двигателя со сверхзвуковой скоростью, обычно образуется зона турбулентного потока, которая генерирует в окружающую среду волны различной частоты. Интенсивность шума, создаваемого такой струей, пропорциональна ее средней скорости в степени 6—8.

Мощность акустического излучения, как известно, составляет 0.4—0.8 % механической мощности двигателей; увеличение тяги двигателей неизбежно приводит к увеличению суммарного уровня акустической нагрузки. В том случае, когда эти уровни достигают 150—160 дБ, воздействие звукового излучения начинает оказывать существенное влияние на режимы вибрации собственно корпуса ракеты, а также приборов командно-измерительного комплекса. Наличие волнового совпадения, либо пространственно-частотного резонанса, приведет к возникновению усталостных явлений в материале, появлению необратимых деформаций и трещин. В итоге акустическое воздействие может стать определяющим с точки зрения надежности бортовой аппаратуры и изделия в целом.

Для достижения ракетой-носителем заданной точки пространства необходимо, чтобы в конце активного участка полета, т. е. в момент отключения двигательных установок, вектор скорости ее центра масс имел требуемую величину и направление. Первая задача решается, как правило, с помощью гироскопического интегратора линейных ускорений.

Наличие перекрещивающихся осей карданового подвеса гироскопа при работе прибора в замкнутом реверберационном акустическом пространстве приводит к появлению особенностей функционирования, которые могут стать причиной дополнительной погрешности измерений.

Рассмотрим вначале подвес гироскопа как совокупность твердых, недеформируемых тел (рис. 1).

Под действием звуковой волны P , например плоской монохроматической, кожух с гиromотором будут испытывать возмущающее действие двух моментов — $M_1(P)$ и $M_2(P)$:

$$\begin{aligned} M_1(P) &= P S \cos(\mathbf{n}, \hat{O}y) l_1, \\ M_2(P) &= P S \cos(\mathbf{n}, \hat{O}x) l_2, \end{aligned} \quad (1)$$

где P — давление в падающей волне; S — площадь поверхности кожуха; l_1, l_2 — расстояния от оси вращения до точки приложения равнодействующей сил акустического давления.

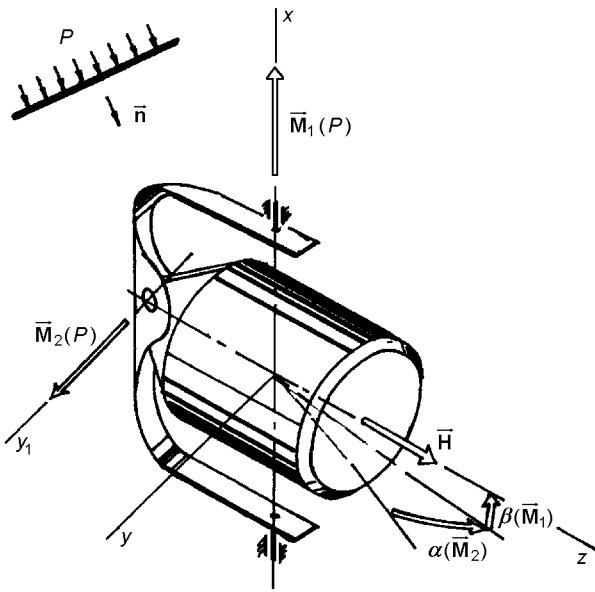


Рис. 1. Влияние звуковой волны на динамику гироинтегратора

Наличие возмущающего момента $M_1(P)$ приводит к отклонению главной оси на угол $\beta(M_1)$, нарушающему требованию перпендикулярности оси фигуры и оси наружной рамки. Это, в свою очередь, приведет к искажению входного сигнала —

$$M(W) = -mlW \cos\beta,$$

где W — ускорение движения ракеты-носителя; l — расстояние от центра масс до оси подвеса кожуха, и следовательно, к появлению погрешности измерений.

Реализация в подвесе гироскопа перекрещивающихся осей приводит к тому, что кожух с гиромотором, по сути дела, является физическим маятником, подверженным действию волны давления. Причем наиболее опасной является ее антисимметричная составляющая

$$P_a = \frac{1}{2} (P_{10} + P_{20} - P_{30}) \exp i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}),$$

приводящая к раскачке относительно осей подвеса. Здесь P_{10} , P_{20} , P_{30} — соответственно давление в падающей, отраженной и прошедшей волнах; $\mathbf{k} = \mathbf{n} (\omega/c)$ — волновой вектор; c — скорость звука.

Проанализируем влияние упругих перемещений поверхности кожуха под действием акустической волны на возникновение дополнительной погрешности прибора. С этой целью представим его в виде

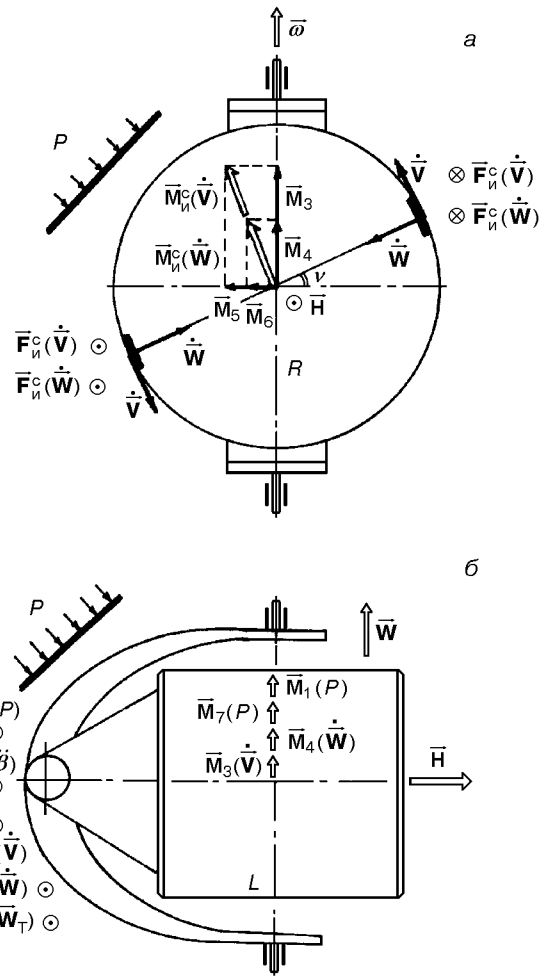


Рис. 2. Природа возникновения возмущающих моментов при дифракции звуковых волн на подвесе гироинтегратора

цилиндрической оболочки, соединенной шарнирно с двумя торцевыми крышками [1].

Цилиндрическая часть кожуха. Под действием звуковой волны ее поверхность получит упругие перемещения $V(t)$ и $W(t)$ в плоскости шпангоута (рис. 2). Перемещениями вдоль образующей цилиндра можно пренебречь. Тогда при угловом движении корпуса ракеты-носителя со скоростью ω элементы поверхности будут совершать сложное движение и испытывать действие сил инерции Кориолиса. Последние образуют пары сил с моментами $M_i^c(\dot{V})$ и $M_i^c(\dot{W})$, которые выступают возмущающими факторами для кожуха интегратора. Их составляющие дают возможность оценить механизм явления (рис. 2, б):

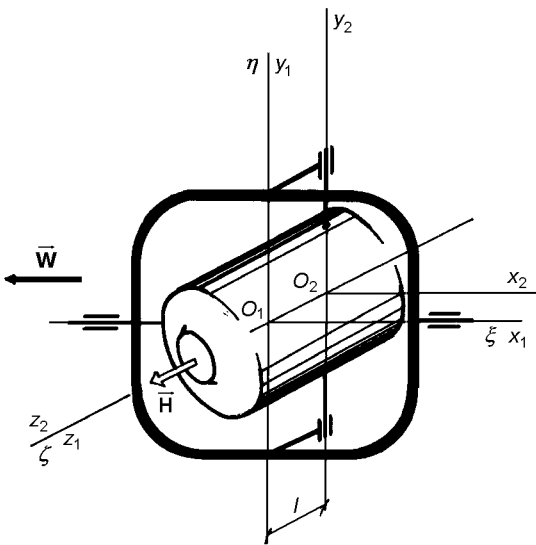


Рис. 3. К выводу уравнений движения гироскопа. Системы координатных осей, связанные с прибором и с ракетой-носителем

$$\begin{aligned}
 M_3(\dot{V}) &= \frac{2A}{R} \omega \dot{V}(t), \\
 M_4(\dot{W}) &= \frac{2A\pi}{R} \omega \dot{W}(t), \\
 M_5(\dot{V}) &= \frac{2B\pi}{R} \omega \dot{V}(t), \\
 M_6(\dot{W}) &= \frac{2B}{R} \omega \dot{W}(t),
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

где A, B — моменты инерции кожуха. Таким образом, моменты $M_3(\dot{V}), M_4(\dot{W})$ вызовут прецессию гироскопа относительно оси привеса кожуха, а моменты $M_5(\dot{V}), M_6(\dot{W})$ — относительно наружной рамки. Последние внесут искажение в выходной сигнал непосредственно, вторые — опосредованно, нарушая перпендикулярность оси чувствительности и оси фигуры. В свою очередь, акустическая вибрация крышек кожуха в направлении их нормали приведет к появлению возмущающего момента $M_7(P)$ [1]:

$$M_7(P) = 2m_T L \omega \dot{W}_T(t) \sin(\omega, \hat{\dot{W}}(t)), \tag{3}$$

где m_T — масса крышки; $\dot{W}_T(t)$ — скорость ее изгибного движения.

Для вывода уравнений движения гироскопа жестко свяжем с корпусом ракеты систему координат $O_1\xi\eta\zeta$ и будем считать ее опорной. Начало O_1 будет совмещено с центром масс прибора. Ось $O_1\xi$ направлена вдоль оси наружной

рамки, параллельно продольной оси РН — к обтекателю, ось $O_1\zeta$ совмещена с главной осью гироскопа, параллельно поперечной оси, расположенной в плоскости шпангоута, ось $O_1\eta$ — перпендикулярно к первым двум (рис. 3). Оси ξ, η, ζ образуют правую систему координат.

С наружной рамкой свяжем координатную систему $O_1x_1y_1z_1$. Ось O_1x_1 совместим с осью $O_1\xi$, ось O_1y_1 направим параллельно оси кожуха гироскопа, ось O_1z_1 — перпендикулярно к плоскости наружной рамки, чтобы образовать правую систему координат.

С кожухом жестко свяжем систему координатных осей $O_2x_2y_2z_2$. Ось O_2y_2 совместим с осью поворота внутренней рамки, ось O_2z_2 совместим с осью фигуры. Начало координат O_2 расположим на оси подвеса кожуха. Таким образом, эта точка отстоит от точки O_1 на расстоянии l вдоль оси O_1z_1 .

Оси Резаля — $Oxyz$ — направим параллельно осям $O_2x_2y_2z_2$, а начало, точку O , совместим с центром масс G гироскопа.

Такая ориентация осей принята в случае использования прибора для измерения продольной составляющей скорости движения ракеты-носителя.

Положение ротора гироскопа относительно корпуса РН будет задаваться с помощью углов α, β, γ (α — угол поворота наружной рамки относительно корпуса ракеты, β — угол поворота кожуха относительно своей оси, γ — угол поворота ротора относительно кожуха прибора). Для вывода уравнений движения интегратора воспользуемся уравнениями Лагранжа II рода, выбрав в качестве обобщенных координат углы α, β и γ :

$$\frac{d}{dt} \frac{dT}{dq_j} - \frac{dT}{dq_j} = Q_j.$$

Ввиду наличия в подвесе перекрещивающихся осей, кинетическую энергию гироскопа ищем в виде суммы кинетической энергии поступательного движения центра масс прибора T_1 и кинетической энергии вращательного движения гироскопа T_2 вокруг центра масс РН и центра масс гироскопа:

$$T = T_1 + T_2.$$

Полагая, что масса гироскопа равна m , а абсолютная линейная скорость его центра масс — V , кинетическую энергию T_1 определим формулой

$$T_1 = \frac{1}{2} mV^2,$$

где

$$V = V_0 + \omega \times \rho_1 + (\omega + \dot{\alpha}) \times \rho_2 + (\omega + \dot{\alpha} + \dot{\beta}) \times \rho_3; \tag{4}$$

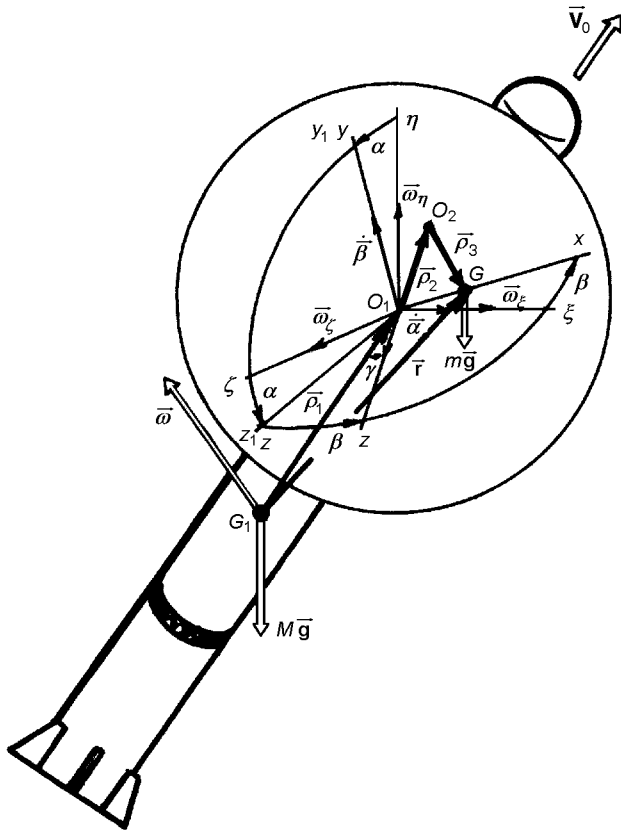


Рис. 4. Кинематическая схема гироскопа на ракете-носителе

Таблица направляющих косинусов

	x	y	z
ξ	cosβ	0	sinβ
η	sinαsinβ	cosα	-sinαcosβ
ζ	-cosαsinβ	sinα	cosαcosβ

в случае совпадения точки пересечения осей подвеса и центра масс гироскопа третье и четвертое слагаемые исчезают; V_0 — скорость поступательного движения центра масс ракеты-носителя; ω — угловая скорость поворота РН относительно своего центра масс; ρ_1 — радиус-вектор, соединяющий точку O_1 с центром масс ракеты; ρ_2 — радиус-вектор, определяющий положение точки O_2 относительно O_2 ; ρ_3 — радиус-вектор, определяющий положение центра масс ротора относительно O_2 ; $\dot{\alpha}$, $\dot{\beta}$ — угловые скорости поворота гироскопа вокруг осей наружной и внутренней рамок соответственно (рис. 4).

Угловая скорость корпуса ракеты-носителя ω может быть представлена через проекции на оси системы координат $O_1\xi\eta\zeta$, жестко связанные с носителем, т. е. в виде составляющих ω_ξ , ω_η и ω_ζ . Чтобы найти проекции этих величин на оси Резаля, удобно воспользоваться таблицей направляющих косинусов (рис. 4).

С целью упрощения дальнейших математических преобразований считаем подвижную часть прибора лишенной технологического дебаланса. Кроме того, предполагаем, что при $\beta = 0$ (взаимной перпендикулярности оси фигуры и выходной оси) центр масс системы ротор—кожух—наружная рамка находится на главной оси, но смещен относительно оси привеса кожуха на величину l вдоль этой оси.

Принятые предположения позволяют утверждать, что

$$\begin{aligned} \rho_{3x} = \rho_{3y} = 0, \quad \rho_{3z} = l, \\ \rho_{2x} = l \sin\beta, \quad \rho_{2y} = 0, \quad \rho_{2z} = -l \cos\beta. \end{aligned} \quad (5)$$

В предположении малости величин ω_ξ , ω_η и ω_ζ , а также угла β , можно провести линеаризацию и окончательно записать кинетическую энергию T_1 в виде

$$\begin{aligned} T_1 = \frac{1}{2} m \{ V_{01}^2 + \dot{\beta}^2 l^2 + 2\dot{\beta} l \times \\ \times [V_{G\xi} \cos\beta + V_{G\eta} \sin\alpha \sin\beta - V_{G\zeta} \cos\alpha \sin\beta + \\ + (\omega_\eta \rho_{1\xi} - \omega_\zeta \rho_{1\eta}) \cos\beta + (\omega_\zeta \sin\alpha + \omega_\eta \cos\alpha) \rho_{1\xi} \sin\beta - \\ - (\rho_{1\xi} \sin\alpha + \rho_{1\eta} \cos\alpha) \omega_\xi \sin\beta] \}, \end{aligned} \quad (6)$$

где величина V_{01} не зависит от углов α и β .

Вычислим кинетическую энергию T_2 . Оси Резаля совершают два вращательных движения — переносное вместе с кожухом ракеты, т. е. вместе с осями $O_1\xi\eta\zeta$ относительно корпуса ракеты. Первое определяется угловыми скоростями ω_ξ , ω_η и ω_ζ , второе — $\dot{\alpha}$ и $\dot{\beta}$ (рис. 4). Тогда

$$T_2 = \frac{1}{2} (A_0 p^2 + B_0 q^2 + C_0 r^2), \quad (7)$$

где A_0 , B_0 , C_0 — главные центральные моменты инерции гироскопа относительно осей x , y , z , а p , q , r — проекции абсолютной угловой скорости гироскопа на оси Резаля:

$$\begin{aligned} p &= (\dot{\alpha} + \omega_\xi) \cos\beta + \omega_\eta \sin\alpha \sin\beta - \omega_\zeta \cos\alpha \sin\beta, \\ q &= \dot{\beta} + \omega_\eta \cos\alpha + \omega_\zeta \sin\alpha, \\ r &= \dot{\gamma} + (\dot{\alpha} + \omega_\xi) \sin\beta - \omega_\eta \sin\alpha \cos\beta + \omega_\zeta \cos\alpha \cos\beta. \end{aligned} \quad (8)$$

В окончательном виде полная кинетическая энергия теперь может быть определена, и в соот-

ветствии с уравнениями Лагранжа II рода уравнения гиросинтезатора примут вид

$$\begin{aligned} A_0(\ddot{\alpha} + \dot{\omega}_\xi) + H\dot{\beta} + H(\omega_\eta \cos\alpha + \omega_\zeta \sin\alpha) &= M_{X_1}, \\ (B_0 + ml^2)\ddot{\beta} + (B_0 + ml\rho_{1\xi}\beta)(\dot{\omega}_\eta \cos\alpha + \dot{\omega}_\zeta \sin\alpha) + \\ &+ ml(\dot{\omega}_\eta \rho_{1\xi} - \dot{\omega}_\zeta \rho_{1\eta}) + \\ &+ ml(\dot{V}_{G\xi} + \dot{V}_{G\eta}\beta \sin\alpha - \dot{V}_{G\xi}\beta \cos\alpha) - \\ &- H(\dot{\alpha} + \omega_\xi) = M_{Y_2}, \\ C_0[\dot{\gamma} + (\dot{\alpha} + \omega_\xi)\sin\beta - \omega_\eta \sin\alpha \cos\beta + \omega_\zeta \cos\alpha \cos\beta] &= \\ &= H = \text{const.} \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь приняты малыми величины α , $\dot{\alpha}$, β , $\dot{\beta}$, ω_ξ , ω_η и ω_ζ по сравнению с $\dot{\gamma}$, а величины $\dot{V}_{G\eta}$ и $\dot{V}_{G\xi}$ — по сравнению с продольной скоростью V_0 ;

$$\begin{aligned} M_{X_1} &= M_{X_1}(mg) + M_{\text{тр}X} + M_{\text{кор}} + M_{X_1}^{\text{ак}}, \\ M_{Y_2} &= M_{Y_2}(mg) + M_{\text{тр}Y} + M_{Y_2}^{\text{ак}}, \end{aligned} \quad (10)$$

M_{X_1} , M_{Y_2} — моменты внешних сил, действующие относительно осей подвеса, $M(mg)$ — момент силы веса гироскопа, $M_{\text{тр}}$ — момент сил сухого трения, $M_{\text{кор}}$ — коррекционный момент, обеспечивающий перпендикулярность оси фигуры и оси наружной рамки; $M_{X_1}^{\text{ак}}$, $M_{Y_2}^{\text{ак}}$ — дополнительные моменты от действия звукового излучения:

$$\begin{aligned} M_{X_1}^{\text{ак}} &= M_1(P) + M_3(\dot{V}) + M_4(\dot{W}) + M_7(P), \\ M_{Y_2}^{\text{ак}} &= M_2(P) + M_5(\dot{V}) + M_6(\dot{W}) + M_8(W_T). \end{aligned} \quad (11)$$

Проанализируем дополнительную погрешность прибора, вызванную акустическим воздействием.

Погрешность, обусловленная парусностью кожуха (геометрической асимметрией) относительно его оси привеса, в единицах выходной величины определяется соотношением

$$\begin{aligned} \Delta(P) &= (ml)^{-1} \int_0^1 [\rho_{2z_2}(P)P \text{Scos}(\mathbf{n}, \hat{O}_2x_2) - \\ &- \rho_{2x_2}(P)P \text{Scos}(\mathbf{n}, \hat{O}_2z_2)] d\tau = \\ &= (ml)^{-1} \int_0^1 [\rho_{2z_2}(P)\cos(\mathbf{n}, \hat{O}_2x_2) - \\ &- \rho_{2x_2}(P)\cos(\mathbf{n}, \hat{O}_2z_2)] SP_0 \exp(i\omega\tau - \mathbf{k} \cdot \rho_2) d\tau, \end{aligned} \quad (12)$$

где $\rho_2(P)$ — радиус-вектор точки приложения равнодействующей сил акустического давления, P_0 — звуковое давление, S — площадь поверхности кожуха.

Приведенная относительная погрешность гиросинтезатора имеет вид

тегратора имеет вид

$$\begin{aligned} \delta(P) &= V_{G\xi\text{max}}^{-1} P_0 \int_0^1 S [\rho_{2z_2}(P)\cos(\mathbf{n}, \hat{O}_2x_2) - \\ &- \rho_{2x_2}(P)\cos(\mathbf{n}, \hat{O}_2z_2)] \exp(i\omega\tau - \mathbf{k} \cdot \rho_2) d\tau. \end{aligned} \quad (13)$$

Аналогично вычисляются другие погрешности, обусловленные звуковым воздействием. Погрешность, обусловленная упругими касательными перемещениями $V(\tau)$ цилиндрической части кожуха под действием акустической волны:

$$\Delta(\dot{V}) = (Rml)^{-1} 2\pi B_1 \int_0^1 \dot{V}(\tau)(\omega_\xi + \omega_\eta) d\tau, \quad (14)$$

$$\delta(\dot{V}) = (RV_{G\xi\text{max}})^{-1} 2\pi B_1 \int_0^1 \dot{V}(\tau)(\omega_\xi + \omega_\eta) d\tau,$$

радиальными $W(\tau)$ перемещениями:

$$\Delta(\dot{W}) = (Rml)^{-1} 2B_1 \int_0^1 \dot{W}(\tau)(\omega_\xi + \omega_\eta) d\tau, \quad (15)$$

$$\delta(\dot{W}) = (RV_{G\xi\text{max}})^{-1} 2B_1 \int_0^1 \dot{W}(\tau)(\omega_\xi + \omega_\eta) d\tau,$$

акустической вибрацией крышек кожуха гироскопа:

$$\begin{aligned} \Delta(W_T) &= (ml)^{-1} \int_0^1 M_8(W_T) d\tau, \\ \delta(W_T) &= (V_{G\xi\text{max}})^{-1} \int_0^1 M_8(W_T) d\tau, \end{aligned} \quad (16)$$

где [1]:

$$V(\tau) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} V_{mn} \exp(im\beta) \sin \frac{n\pi x}{L},$$

$$W(\tau) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{mn} \exp(im\beta) \sin \frac{n\pi x}{L},$$

$$\dot{V}(\tau) = i\omega V(\tau), \quad \dot{W}(\tau) = i\omega W(\tau),$$

$$V_{mn} = -im \frac{F_{mn}}{\Delta_{mn}},$$

$$W_{mn} = \left[\omega^2 \rho - m^2 - \frac{1-\sigma}{2} \left(\frac{n\pi}{h} \right)^2 \right] \frac{F_{mn}}{\Delta_{mn}},$$

$$F_{mn} = P_0 l_{mn} \exp(i\omega\tau),$$

$$l_{mn} = l_{mn}(k, m, n, R, L, \tau),$$

$$W_T = W_{T0} \exp(i\omega\tau),$$

$$W_{T0} = c^j, \quad j = 1, 2, \dots, 6,$$

$$u_1 = \left(1 - \frac{x^2}{R^2} - \frac{1^2}{R^2} \right)^2, \quad u_2 = \frac{x}{R} u_1 \quad u_3 = \frac{y}{R} u_1,$$

$$u_4 = \frac{x^2}{R^2} u_1 \quad u_5 = \frac{y^2}{R^2} u_1 \quad u_6 = \frac{xy}{R^2} u_1,$$

$$C = (c^1, c^2, \dots, c^N)^T = G^{-1}F = P_0 \frac{R_1^4}{64D} \times$$

$$\times \begin{vmatrix} 4 & 0 & 0 & 5 & 5 & 0 \\ 0 & 9 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 9 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 19 & 7 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 7 & 19 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}^{-1} \cdot \begin{vmatrix} 4 - 2\left(\frac{\lambda}{2}\right)^2 \\ i6\frac{\lambda}{2}\cos\varepsilon \\ -i6\frac{\lambda}{2}\sin\varepsilon \\ 5 - 8\left(\frac{\lambda}{2}\right)^2\cos^2\varepsilon \\ 5 - 8\left(\frac{\lambda}{2}\right)^2\sin^2\varepsilon \\ 2\left(\frac{\lambda}{2}\right)\sin 2\varepsilon \end{vmatrix}^{-1},$$

$D = \frac{Eh}{12(1-\sigma)}$ — цилиндрическая жесткость крышки кожуха, $(\lambda/2)^2 \ll 1$, $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ — константы.

Формулы (12)—(16) позволяют провести количественный и качественный анализ каждой дополнительной акустической погрешности прибора. Для этого необходимо прежде всего установить закономерности упругого перемещения поверхности кожуха в акустических полях. Закон углового движения ракеты-носителя относительно продольной оси ξ и поперечной η целесообразно задать реализациями натуральных испытаний конкретных изделий.

В стороне остался вопрос влияния акустического излучения на параметры автоколебаний в системе коррекции по углу β перпендикулярности оси фигуры и выходной оси прибора. Эта задача представляет самостоятельный интерес и может быть решена для различных видов нелинейности, в том числе содержащих петли гистерезиса.

В заключение отметим, что полученные соотношения позволяют оценить степень влияния разброса значений параметров прибора на погрешность измерений, а также возникающие дополнительные девиации в акустических полях.

1. Многомерные задачи нестационарной упругости подвеса поплавкового гироскопа / В. В. Карачун., В. Г. Лозовик, Е. Р. Потапова, В. Н. Мельник / Под ред. В. В. Карачуна. — Киев: Корнейчук, 2000.—128 с.

ADDITIONAL ERRORS OF A GYROSCOPIC INTEGRATOR OF LINEAR LAUNCHER ACCELERATIONS CAUSED BY THE DIFFRACTION OF SOUND WAVES

V. V. Karachun and V. N. Melnik

We analyse the nature of the additional errors of the gyroscopic integrator of linear launcher accelerations which are due to the diffraction of external acoustic radiation waves on the gyro.