

УДК 621.39

Прием фазоманипулированных сигналов оптического диапазона квантовым счетчиком

А. С. Мазманишвили

Харківський державний політехнічний університет

Надійшла до редакції 30.08.99

Вивчена статистика фотовідрахунків фазоманіпульованого оптичного сигналу на фоні нормального марковського шуму. Знайдена твірна функція фотовідрахунків адитивного поля випромінювання. Приведено чисельні характеристики розподілу відрахунків та ймовірність прийняття помилкового висновку при реєстрації. Показано, що зі зменшенням ширини спектрального контура лінії шумового випромінювання ймовірність помилки збільшується.

ВВЕДЕНИЕ

Лазерные информационные системы объединяют широкий класс оптических систем, в которых излучение оптических квантовых генераторов (ОКГ) является носителем информации. Применение ОКГ в информационных системах оптической связи, локации и измерения (лидары, дальнометры, спектрометры) обеспечивает высокие потенциальные возможности таких систем, пределы которых ограничиваются физическими законами. Существенные ограничения накладываются шумами как в самих ОКГ, так и в других элементах систем. Поэтому анализ, методы учета и расчета шумов, возникающих в ОКГ и в других элементах на участках тракта систем, требуют внимания и корректного учета. Используя ОКГ, можно обеспечить достаточно высокую направленность пучков светового излучения, большую мощность в импульсном режиме. Современное развитие квантовой радиоэлектроники позволяет надеяться на успешное решение проблемы нацеливания узких лучей ОКГ.

В настоящей работе будут рассмотрены предельные возможности лазерных систем связи, их помехоустойчивость при приеме фазоманипулированных сигналов квантовым счетчиком, регистрирующим когерентное излучение на фоне нормального

марковского шума. Анализ такой проблемы со статистических позиций связан с практической возможностью создания антенных устройств спутниковых приемопередатчиков и действием помех в каналах при больших дальностях.

Большие дальности космических трасс оптической связи, многоканальность систем, высокое быстродействие и, как следствие, малая длительность временного интервала, отводимого для анализа, невысокая мощность ОКГ в непрерывном режиме — все это обуславливает слабую интенсивность принимаемого сигнала (малое число отсчетов на выходе приемной системы).

При малом числе фотоотсчетов, регистрируемых квантовым счетчиком, основной характеристикой, описывающей результат детектирования, является распределение вероятностей $P(m)$ появления фиксированного числа m отсчетов (фотоэлектронов) за интервал регистрации T . Согласно формуле Манделя [1] эта вероятность равна

$$P(m) = \left\langle \frac{1}{m!} \Omega^m \exp(-\Omega) \right\rangle, \quad (1)$$

$$\Omega = \int_0^T |\xi(t)|^2 dt. \quad (2)$$

Здесь $\xi(t)$ — комплексная амплитуда поля излу-

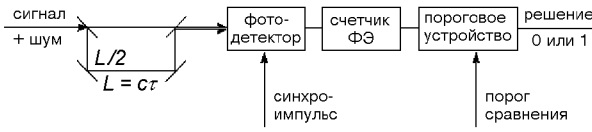


Рис. 1. Блок-схема приема сигналов с фазовой манипуляцией; τ — время задержки

ния. Для приема двоичных фазоманипулированных сигналов на фоне шума с помощью двухлучевого интерферометра с временным сдвигом τ в одном из плеч интерферометра длиной L имеем (рис. 1)

$$\xi(t) = \frac{1}{2} \{ \beta(t) + \alpha(t) + [\beta(t + \tau) + \alpha(t + \tau)] \exp(i\omega\tau) \}, \quad (3)$$

где $\beta(t)$ и $\alpha(t)$ — комплексные амплитуды когерентной и шумовой составляющих оптического излучения; ω — несущая частота; τ — длительность временной задержки в плече фазоманипулятора. При отсутствии помехи распределение (1) является пуассоновским. При наличии помехи распределение $P(m)$ будет результатом статистического усреднения (обозначенного в (1) угловыми скобками) по реализациям в интервале длительностью T случайной функции — комплексной амплитуды $\alpha(t)$.

Исчерпывающей величиной, содержащей все характеристики распределения отсчетов, является производящая функция

$$\begin{aligned} Q_\alpha(\lambda; \beta; \alpha) &\equiv \langle \exp(-\lambda\Omega) \rangle = \\ &= \int D^2\alpha(t) \exp\left(-\lambda \int_0^T |\xi(t)|^2 dt\right), \end{aligned} \quad (4)$$

где символом $D^2\alpha(t)$ обозначен «дифференциал» в пространстве функций $\alpha(t)$ [4]. Согласно [1]

$$P(m) = \frac{(-1)^m}{m!} \frac{d^m}{d\lambda^m} Q_\alpha(\lambda; \beta; \alpha) \Big|_{\lambda=1}. \quad (5)$$

В настоящей работе будет принято, что шумовой компонент $\alpha(t)$ поля излучения обладает свойствами комплекснозначного стационарного нормального марковского процесса [3, 5], характеризуемого следующей переходной плотностью распределения вероятностей:

$$\begin{aligned} w(\alpha, t; \alpha', t') &= \\ &= \frac{1}{\pi\sigma_\alpha(1 - |q|^2)} \exp\left(-\frac{|\alpha - q\alpha'|^2}{\sigma_\alpha(1 - |q|^2)}\right), \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$q = \exp[-(v - i\omega_\alpha) |t - t'|],$$

и равновесной плотностью распределения вероятностей

$$w(\alpha) = \frac{1}{\pi\sigma_\alpha} \exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{\sigma_\alpha}\right), \quad (7)$$

где $\sigma_\alpha = \langle |\alpha(t)|^2 \rangle$ — интенсивность шума, ω_α и v — несущая частота и ширина линии шумового излучения.

Для успешного синтеза оптимального приемника оптического диапазона необходимо полное статистическое описание (т. е. предъявление вероятностных характеристик) наблюдаемых величин типа (2). Перейдем к решению этой задачи.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОТСЧЕТОВ

Производящая функция (4) и вероятность (5) являются математическими ожиданиями — функциональными интегралами в пространстве функций $\alpha(t)$ [4]. Для их нахождения воспользуемся тождеством

$$\exp(-|\xi|^2) = \int \exp[-\pi |z|^2 + i\sqrt{\pi}(z\xi^* + z^*\xi)] d^2z, \quad (8)$$

с помощью которого перейдем в выражении (4) к функциональному фурье-интегралу

$$\begin{aligned} Q_\alpha(\lambda; \beta; \alpha) &= \int D^2\alpha(t) \int D^2z(t) \times \\ &\times \exp\left[-\pi \int_0^T |z(t)|^2 dt + i\sqrt{\pi}\lambda/4 \int_0^T \text{Re}[z(t)\xi^*(t)] dt\right]. \end{aligned} \quad (9)$$

Процесс $\alpha(t)$ в силу (6), (7) является гауссовым, следовательно, интеграл

$$G = \sqrt{\pi\lambda/4} \int_0^T [z(t)\xi^*(t) + z(t)^*\xi(t)] dt \quad (10)$$

также является нормальной случайной величиной. Поэтому

$$\langle \exp(iG) \rangle = \exp\left(i\langle G \rangle - \frac{1}{2} [\langle |G|^2 \rangle - \langle G \rangle^2]\right). \quad (11)$$

Возникшие первый и второй моменты равны

$$\begin{aligned} \langle G \rangle &= \sqrt{\pi\lambda} \text{Re} \int_0^T z^*(t) [\beta(t) + \beta(t + \tau) \exp(i\omega\tau)] dt, \\ \langle |G|^2 \rangle &= \langle G \rangle^2 + 2\pi\lambda\sigma_\alpha(1 + \cos\omega\tau) \times \\ &\times \int_0^T \int_0^T z(t)z^*(t') \exp(-v|t - t'|) dt dt'. \end{aligned} \quad (12)$$

Введем обозначения: $\varphi_\tau = \omega\tau$ — разность фаз в манипуляторе, $\Phi_\tau = \exp(i\varphi_\tau)$, а также

$$R_\tau = \frac{1}{2} [1 + \cos(\omega\tau)\exp(-\nu\tau)]. \quad (13)$$

В результате усреднения по множеству случайных функций $\alpha(t)$ найдем

$$\begin{aligned} Q_\tau(\lambda; \beta; \alpha) = & \int D^2 z(t) \exp \left\{ -\pi \int_0^T |z(t)|^2 dt + \right. \\ & + i\sqrt{\pi\lambda} \int_0^T \operatorname{Re}[z^*(t)[\beta(t) + \Phi_\beta \beta(t + \tau)]] dt - \\ & \left. - \pi\lambda\sigma_\alpha R_\tau \int_0^T \int_0^T z(t)z^*(t') \exp(-\nu|t - t'|) dt dt' \right\}. \quad (14) \end{aligned}$$

Выражение (14) описывает фотодетектирование с произвольным временем задержки τ в плече фазоманипулятора. Для случая прямого фотодетектирования ($\tau = 0$) получим из (14)

$$\begin{aligned} Q_0(\lambda; \beta; \alpha) = & \int D^2 z(t) \exp \left\{ -\pi \int_0^T |z(t)|^2 dt + \right. \\ & + 2i\sqrt{\pi\lambda} \int_0^T \operatorname{Re}[z^*(t)\beta(t)] dt - \\ & \left. - \pi\lambda\sigma_\alpha \int_0^T \int_0^T z(t)z^*(t') \exp(-\nu|t - t'|) dt dt' \right\}. \quad (15) \end{aligned}$$

Сопоставляя выражения (14) и (15), найдем

$$Q_\tau(\lambda; \beta; \alpha) = Q_0(\lambda R_\tau; \gamma_\tau(t); \alpha(t)), \quad (16)$$

где $\gamma_\tau(t)$ — сигнал на выходе фазоманипулятора:

$$\gamma_\tau(t) = \frac{1}{2} [\beta(t) + \Phi_\beta \beta(t + \tau)].$$

Таким образом, статистическая структура фотоотсчетов в случаях $\tau \neq 0$ и $\tau = 0$ одинаковая, поскольку они описываются в терминах аналогичной производящей функции. Используя ранее найденный результат [2] для $Q_0(\lambda; \beta; \alpha)$, найдем окончательно

$$\begin{aligned} Q_\tau(\lambda; \beta; \alpha) = & \frac{4\rho\nu\exp(\nu T)}{\rho_+^2 \exp(\rho T) - \rho_-^2 \exp(-\rho T)} \times \\ & \times \exp \left\{ -\lambda \int_0^T |\gamma_\tau(t)|^2 dt + \frac{\lambda^2 \sigma_\alpha^2 \nu R_\tau / \rho}{\rho_+^2 \exp(\rho T) - \rho_-^2 \exp(-\rho T)} \times \right. \\ & \times \int_0^T \int_0^T [\rho_+^2 \exp(\rho t) + \rho_-^2 \exp(-\rho t)] [\rho_+ \exp(\rho(T - t')) + \\ & \left. + \rho_- \exp(-\rho(T - t'))] \operatorname{Re}[\gamma_\tau(t)\gamma_\tau^*(t')] dt dt' \right\}, \quad (17) \end{aligned}$$

где

$$\rho = (\nu^2 + 2\lambda\nu\sigma_\alpha R_\tau)^{1/2}, \quad \rho_+ = \rho + \nu, \quad \rho_- = \rho - \nu.$$

В случае, когда несущая частота ω_β когерентного сигнала и центральная частота спектра ω_α нормального шума разнесены, результат (17) остается в силе, если под R_τ и $\gamma_\tau(t)$ понимать

$$R_\tau = \frac{1}{2} [1 + \cos(\omega_\alpha \tau) \exp(-\nu\tau)], \quad (18)$$

$$\gamma_\tau(t) = \frac{1}{2} [\beta(t) + \beta(t + \tau) \exp(i\omega_\beta \tau)] \exp(i\omega_\beta t - i\omega_\alpha t).$$

Найденные выражения (17), (18) имеют место для когерентного излучения с произвольной зависимостью его комплексной амплитуды $\beta(t)$. Из них следует, что среднее число отсчетов равно

$$\langle m \rangle = - \frac{d}{d\lambda} Q_\tau(\lambda; \beta; \alpha) |_{\lambda=0} = \int_0^T |\gamma_\tau(t)|^2 dt + \sigma_\alpha R_\tau T \quad (19)$$

и испытывает как функция τ интерференционную модуляцию. Второй факториальный момент числа фотоотсчетов равен

$$\langle m(m - 1) \rangle = \frac{d^2}{d\lambda^2} Q_\tau(\lambda; \beta; \alpha) |_{\lambda=0} =$$

$$= \frac{\sigma_\alpha^2 R_\tau^2}{2\nu^2} [-1 + 2\nu T + \exp(-2\nu T)] +$$

$$+ 2\sigma_\alpha R_\tau \int_0^T \int_0^T [\gamma_\tau(t)\gamma_\tau^*(t') + \gamma_\tau^*(t)\gamma_\tau(t')] \exp[-\nu(t - t')] dt dt'. \quad (20)$$

Отсюда вытекает для дисперсии числа фотоотсчетов

$$\Delta = \langle m^2 \rangle - \langle m \rangle^2 =$$

$$= \langle m \rangle + \frac{\sigma_\alpha^2 R_\tau^2}{2\nu^2} [-1 + 2\nu T + \exp(-2\nu T)] +$$

$$+ 4\sigma_\alpha R_\tau \int_0^T \int_0^T \operatorname{Re}[\gamma_\tau(t)\gamma_\tau^*(t')] \exp[-\nu(t - t')] dt dt'. \quad (21)$$

Второе слагаемое в выражении для дисперсии Δ определяется наличием шумового компонента поля излучения. Последнее слагаемое в выражении (21) связано с интерференцией между сигнальным и шумовым излучением. В случае низкоинтенсивной помехи именно оно определяет отличие распределения отсчетов от пуассоновского, для которого $\Delta = \langle m \rangle$ (первое слагаемое). Заметим также, что в терминах величин φ_τ , Φ_τ , R_τ можно описать как фазовую модуляцию сигнала во времени, так и частотную. Эффективность модуляции, а значит качество приема, зависит от ширины линии шума и длительности сигнала. Если частоты ω_α и ω_β разнесены, третье слагаемое в (21) быстро умень-

шается из-за осцилляций подынтегрального выражения.

КОЛИЧЕСТВЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КАЧЕСТВА ПРИЕМА

Проблема помехоустойчивости становится особенно актуальной при $\omega_\alpha = \omega_\beta$. Имея в виду предельные возможности [4], примем, что $\omega_\alpha = \omega_\beta = \omega$, а также, что среднее число отсчетов $\langle m \rangle = \sigma_\alpha T$ шумового происхождения равно единице. Для сигнального оптического излучения примем, что за временной интервал передачи символа T оно монохроматично и постоянно по амплитуде, т. е. $\beta(t) = \beta_c$. Тогда среднее число сигнальных отсчетов на выходе интерферометра равно $\langle m_c \rangle = \sigma_c T$, где $\sigma_c = |\beta_c|^2$. В качестве символов передачи используем сигналы бинарного типа с фазовой манипуляцией на π , прием которых основан на фазоразностном методе: при совпадении начальных фаз двух последующих световых импульсов принимается символ «1», несовпадению начальных фаз отвечает символ «0». Очевидно, что задержка в одном из плеч интерферометра должна совпадать с длительностью символа T . Априорные вероятности передачи символов «1» и «0» примем одинаковыми и равными 0.5.

Численное нахождение значений производных согласно (2) удобно выполнять, если воспользоваться интегральной формулой Коши для вероятности $P(m)$ зарегистрировать m отсчетов

$$P(m) = \frac{1}{2\pi i} \frac{(-1)^m}{m!} \frac{d^m}{d\lambda^m} \oint \frac{dz}{z - \lambda} Q_\tau(z; \beta; \alpha) \Big|_{\lambda=1},$$

что приводит к удобному для вычислений выражению

$$P(m) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\pi}^{\pi} \exp(im\eta) Q_\tau[1 + \exp(-i\eta); \beta; \alpha] d\eta, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (22)$$

На рис. 2 приведены распределения вероятностей отсчетов $P(m)$ для различных интенсивностей когерентного сигнала и $\langle m_{ш} \rangle = 1$, номер интерференционного максимума $n = 0$.

На рис. 3 приведены значения вероятности $P_{ош}$ ошибочного приема, рассчитанные по формуле

$$P_{ош} = \frac{1}{2} \sum_{m=0}^M P(m; \varphi_\tau = 0) + \frac{1}{2} \sum_{m=M+1}^{\infty} P(m; \varphi_\tau = \pi). \quad (23)$$

Здесь $P(m; \varphi_\tau)$ — значения вероятности регистрации m отсчетов согласно (5), (17), (18) при различ-

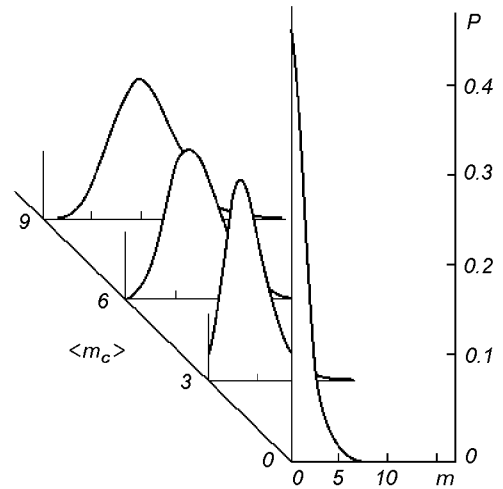


Рис. 2. Распределение фотоотсчетов; $T = 10^{-10}$ с; $\nu = 10^{10}$ Гц; $\langle m_{ш} \rangle = 1$; $\omega = 3 \cdot 10^{15}$ Гц

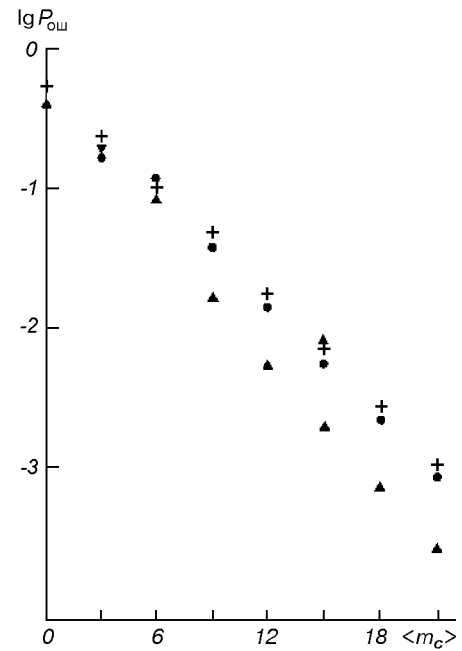


Рис. 3. Вероятности $P_{ош}$ ошибочного приема бинарных сигналов при $T = 10^{-10}$ с, $\langle m_{ш} \rangle = 1$, $\omega = 3 \cdot 10^{15}$ Гц. Крестики — $\nu = 10^9$ Гц, точки — $\nu = 10^{10}$ Гц, треугольники — $\nu = 10^{11}$ Гц

ных фазах φ модуляции; M — пороговое значение числа отсчетов, определенное из условия максимума правдоподобия [5].

Из рис. 3 следует, что с уменьшением ширины линии ν шумового излучения вероятность ошибки $P_{ош}$ увеличивается. С дальнейшим сужением ширины линии (при фиксированном интервале T) веро-

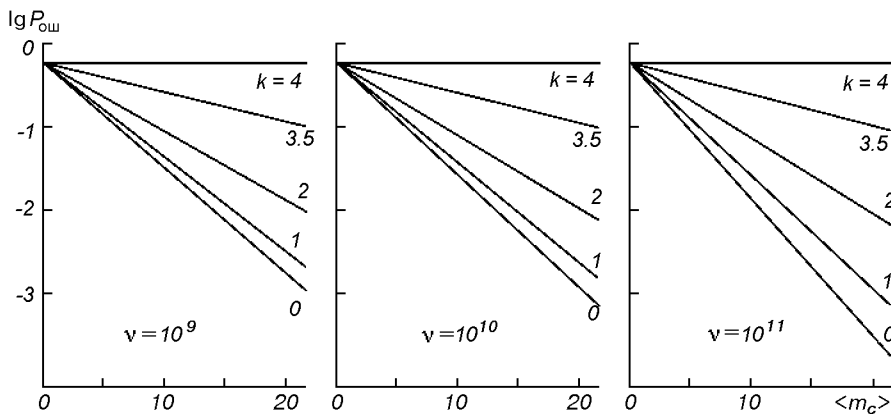


Рис. 4. Вероятности $P_{\text{ош}}$ ошибочного приема для различных разностей фаз φ_{τ} между двумя последовательными сигналами (цифрами у кривых указан параметр k), $\varphi_{\tau} = \pi(1+k/4)$, $T = 10^{-10}$ с, $\omega = 3 \cdot 10^{15}$ Гц

ятность ошибки изменяется незначительно, приближаясь к асимптотике

$$P_{\text{ош}} \approx \frac{1}{2} \exp(-0.28 \langle m_c \rangle). \quad (24)$$

Коэффициент (показатель спада в (24)) уменьшается с увеличением $\langle m_{\text{ш}} \rangle$, т. е. $P_{\text{ош}}$ при этом увеличивается. Так, для $\langle m_{\text{ш}} \rangle = 2$ и $\langle m_{\text{ш}} \rangle = 3$ он равен 0.21 и 0.17 соответственно. При этом для обеспечения значения вероятности $P_{\text{ош}} = 10^{-3}$ необходимое число $\langle m_c \rangle$ сигнальных отсчетов оказалось равным 18 для $\langle m_{\text{ш}} \rangle = 0.01$, 22 для $\langle m_{\text{ш}} \rangle = 1$ и 38 для $\langle m_{\text{ш}} \rangle = 2$ (при $\nu = 10^8$ Гц, $T = 10^{-9}$ с).

Вариация длительности временной задержки τ между интерферирующими лучами на входе в приемник интенсивность светового поля обуславливает различную модуляцию для его сигнальной и шумовой составляющих. Если когерентное монохроматическое излучение модулируется по закону косинуса, то пространственное распределение интенсивности шума в области локализации интерференционной картины определяется его функцией когерентности [1]. На парциальные интерференционные картины накладывается взаимодействие компонентов оптического излучения; хотя в первом моменте, согласно (19), это взаимодействие не проявляется, оно дает вклад во все четные моменты статистики фотоотсчетов. Этот вклад многопараметричен, в частности, он зависит как от $\cos(\omega_{\alpha}\tau)$, так и от $\cos(\omega_{\beta}\tau)$, если $\omega_{\beta} \neq \omega_{\alpha}$.

На рис. 4 приведены зависимости вероятности ошибки $P_{\text{ош}}$ для различных разностей фаз $\varphi_{\tau} = \pi(1 + k/4)$ при $k = 0, 1, 2, 3.5, 4$ между двумя последовательными символами в случае передачи символа «0». При выбранных параметрах и $k = 4$ ошибка достигает максимума, равного 0.5; с дальнейшим изменением параметра k от 4 до 8 зависи-

мости $P_{\text{ош}}$ повторяют приведенные на рис. 4 кривые.

Из рис. 3—4 можно сделать вывод, что уменьшение ширины спектрального контура линии ν или уменьшение спектрального интервала $\Delta\omega = |\omega_{\alpha} - \omega_{\beta}|$ между сигнальным и шумовым излучением приводит к увеличению вероятности ошибочного приема $P_{\text{ош}}$ при любых τ и любых $\langle m_{\text{ш}} \rangle$ и $\langle m_c \rangle$.

ПРИМЕР РЕАЛИЗАЦИИ

Рассмотрим простой пример, поясняющий энергетику приема. Пусть при стандартной скорости передачи информации I требуется найти мощность полезного сигнала на входе приемника P_c и допустимую мощность шума $P_{\text{ш}}$, обеспечивающих выполнение условия $P_{\text{ош}} \leq 10^{-3}$. Зададимся $I = 565$ Мбит/с, тогда тактовая частота посылки символов $F_{\tau} = 565^{-1} \cdot 10^6$ Гц, откуда длительность символа составляет $\tau = F_{\tau}^{-1}$. Далее зададимся следующим условием на вероятность ошибки $P_{\text{ош}} \leq 10^{-3}$ и выберем из рис. 3 средние значения $\langle m_c \rangle = 21$, $\langle m_{\text{ш}} \rangle = 1$.

Отсюда находим мощности сигнала P_c и шума $P_{\text{ш}}$ по формулам

$$\langle m_c \rangle = \frac{\eta_e \tau P_c}{\hbar \omega}, \quad \langle m_{\text{ш}} \rangle = \frac{\eta_e \tau P_{\text{ш}}}{\hbar \omega},$$

где η_e — квантовая эффективность фотодетектора, \hbar — постоянная Планка. При $\eta = 0.7$ и $\omega = 1.45 \cdot 10^{15}$ Гц получим $P_c = 81.2 \cdot 10^{-16}$ Вт и $P_{\text{ш}} = 3.9 \cdot 10^{-16}$ Вт. При учете дальности трассы оптической связи найденное в месте приема значение P_c необходимо пересчитать.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в настоящей работе предложена статистическая теория отсчетов при регистрации интерференционной картины, образованной суперпозицией когерентного и шумового (нормального марковского) оптических полей. Особое внимание уделено низкоинтенсивным оптическим полям (с числом сигнальных отсчетов порядка 20), реализующимся при приеме/передаче на сверхбольшие расстояния. Изучены ошибки, возникающие при передаче бинарных символов фазоразностным методом, обусловленные как наличием помехи, так и квантовой структурой рассматриваемого процесса, проявляющейся при столь низких интенсивностях. Прослежено влияние на помехоустойчивость передачи символов параметров шума (ширины линии) и условий фазоразностной модуляции. Полученные выражения можно использовать при синтезе систем связи на больших дальностях космических трасс, нацеливания и вхождения в связь объектов, снабженных системами сканирования лучей ОКГ.

1. Глаубер Р. Оптическая когерентность и статистика фотонов // Квантовая оптика и квантовая радиофизика. — М.: Мир, 1966.—С. 91—230.
2. Мазманишвили А. С. Континуальное интегрирование как метод решения физических задач. — Киев: Наук. думка, 1987.—224 с.
3. Тихонов В. И., Миронов М. А. Марковские процессы. — М.: Сов. радио, 1977.—488 с.
4. Фейнман Р., Хибс А. Квантовая механика и интегралы по траекториям. — М.: Мир, 1968.—383 с.
5. Шереметьев А. Г. Статистическая теория лазерной связи. — М.: Связь, 1977.—264 с.

**RECEIVING PHASE-KEYED OPTICAL SIGNALS
VIA QUANTUM DETECTOR**

A. S. Mazmanishvili

The statistics of photocounts of phase-keyed optical signal with normal Markovian noise is studied. Generating function of photocounts of additive radiation field is found. Numerical characteristics of photocount distribution and the probability of wrong detection decision are obtained. The error probability is shown increase with decreasing spectral profile width of the noise line.