

УДК 621.317.4:389

Вимірювання осявого квадрупольного магнітного моменту

В. В. Дегтярьов

Харківський державний технічний університет радіоелектроніки

Надійшла до редакції 13.12.99

На основі мультипольної моделі зовнішнього магнітного поля розроблено метод вимірювання осявого квадрупольного моменту. Метод заснований на використанні чотирьох контрольних точок навколишнього простору. Досягнуто значне зниження впливу завадонесучих мультиполів вищих порядків.

Точність функціонування магнітних систем орієнтації супутників в цілому визначає його динаміку [1]. Створення необхідних компенсуючих моментів потребує проведення прецизійних вимірювань дипольного моменту супутника. Мультипольний аналіз зовнішнього магнітного поля виявив, що на точність вимірювання дипольних моментів джерела впливають недипольні складові магнітного потенціалу, і в першу чергу — квадрупольна складова, компоненти напруженості якої пропорційні квадрупольним магнітним моментам.

Розглянемо метод вимірювання осявого квадрупольного моменту, напрямком якого сходиться з напрямком поздовжньої осі супутника, яка відстежує в кожний момент часу в поточній точці орбіти напрямком вектора напруженості геомагнітного поля. Метод орієнтовано на використання пасивних первинних перетворювачів (датчиків), і він може бути використаний для вимірювання квадрупольного моменту супутника в цілому та його магнітних елементів і замкнених струмових систем зокрема.

Скалярний магнітний потенціал, що створюється осявим квадрупольним магнітним моментом, тобто мультиполем нульового порядку квадрупольної постійної складової ЗМП в сферичній системі координат дорівнює [2]

$$U_{20} = \frac{1}{16\pi R^3} g_{20}(1 + 3\cos 2\theta),$$

де $g_{20} = M_{20}$ — коефіцієнт, що дорівнює осявому квадрупольному магнітному моменту джерела ЗМП.

За виміряним значенням осявого квадрупольного моменту g_{20} можна досить легко визначити компоненти напруженості мультиполя нульового порядку ($m = 0$) квадрупольної складової магнітного поля в довільній точці зовнішнього простору:

$$\begin{aligned} H_{R_{20}} &= -\frac{\partial U_{20}}{\partial R} = \frac{3}{16\pi R^4} g_{20}(1 + 3\cos 2\theta), \\ H_{\varphi_{20}} &= \frac{1}{R\sin\theta} \frac{\partial U_{20}}{\partial \varphi} = 0, \\ H_{\theta_{20}} &= -\frac{1}{R} \frac{\partial U_{20}}{\partial \theta} = \frac{3}{8\pi R^4} g_{20}\sin 2\theta. \end{aligned} \quad (1)$$

Вимірювання осявого квадрупольного магнітного моменту базується на мультипольній моделі ЗМП джерела, що аналітично описується сферичним гармонічним рядом [2]. Згідно з нею магнітне поле джерела в області зовнішнього простору подається у вигляді спектру мультиполів просторових гармонік дипольної, квадрупольної, октупольної та інших складових ЗМП.

Пропонується чотириточковий метод вимірювання осявого квадрупольного моменту і магніто-вимірювальний пристрій, що його реалізує. Схему розміщення датчиків пристрою навколо вимірю-

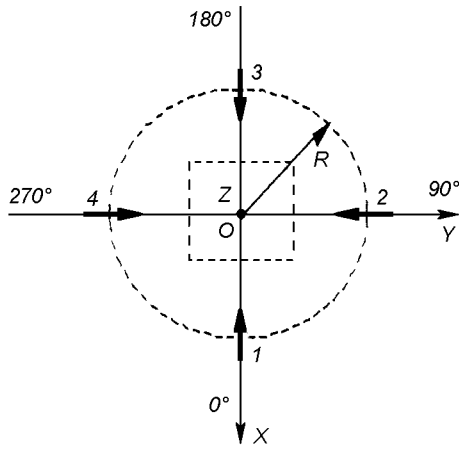


Рис. 1. Схема розміщення датчиків навколо вимірюваного джерела ЗМП. Початок системи координат X, Y, Z суміщено з геометричним центром магнітометричного пристрою і пов'язано з джерелом; стрілками позначено початок і кінець обмоток котушок індукційних датчиків

ваного джерела магнітного поля умовно зображено на рис. 1. Однокомпонентні магніточутливі датчики 1—4 розташовані в екваторіальній площині ($\theta = 90^\circ$) навколо джерела ЗМП в точках з координатами: 1 ($R, \varphi = 0^\circ, \theta = 90^\circ$), 2 ($R, \varphi = 90^\circ, \theta = 90^\circ$), 3 ($R, \varphi = 180^\circ, \theta = 90^\circ$), 4 ($R, \varphi = 270^\circ, \theta = 90^\circ$).

Відносно вимірюваного квадрупольного поля, яке пропорційне g_{20} , котушки чотирьох датчиків з'єднані електрично послідовно узгоджено. Тому корисні електричні сигнали, які наведені в цих котушках мультиполем нульового порядку квадрупольної складової вимірюваного магнітного поля, додаються. Відносно магнітного поля зовнішньої нестационарної електромагнітної завади котушки датчиків 1 і 3 та 2 і 4 увімкнені зустрічно, внаслідок чого електричні сигнали, наведені в них завданесучим магнітним полем зовнішніх джерел, віднімаються, і вимірювальний канал пристрою стає захищеним від зовнішньої електромагнітної завади.

Магнітні осі котушок датчиків 1—4 розташовані радіально, тому на них впливає тільки радіальна складова напруженості ЗМП джерела, що математично подається сферичним гармонічним рядом у вигляді суми мультиполів просторових гармонік n -го порядку [2]

$$H_R = \frac{1}{4\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{R^{n+2}} \sum_{m=0}^n (g_{nm} \cos m\varphi + h_{nm} \sin m\varphi) P_n^m(\cos\theta). \quad (2)$$

Тут R, φ, θ — сферичні координати; g_{nm}, h_{nm} —

постійні коефіцієнти, що дорівнюють мультипольним магнітним моментам m -го порядку просторової гармоніки n -го порядку; $P_n^m(\cos\theta)$ — приєднані поліноми Лежандра; n — порядковий номер просторової гармоніки; m — порядковий номер мультиполя гармоніки n -го порядку.

Радіальна складова напруженості магнітного поля гармоніки порядку n зі збільшенням відстані R від початку координат зменшується тим скоріше, що більший номер просторової гармоніки. Тому для аналізу чотириточкового методу вимірювання осевого квадрупольного магнітного моменту просторової гармоніки ЗМП другого порядку достатньо обмежити сферичний гармонічний ряд (2) членами до $n = 3$:

$$H_R = \frac{1}{2\pi R^3} [g_{10} \cos\theta + (g_{11} \cos\varphi + h_{11} \sin\varphi) \sin\theta] + \frac{3}{8\pi R^4} \left[\frac{1}{2} g_{20} (1 + 3\cos 2\theta) + 3(g_{21} \cos\varphi + h_{21} \sin\varphi) \sin 2\theta + 3(g_{22} \cos 2\varphi + h_{22} \sin 2\varphi) (1 - \cos 2\theta) \right] + \frac{1}{4\pi R^5} \left[\frac{1}{2} g_{30} (3\cos\theta + 5\cos 3\theta) + \frac{3}{2} (g_{31} \cos\varphi + h_{31} \sin\varphi) (\sin\theta + 5\sin 3\theta) + 15(g_{32} \cos 2\varphi + h_{32} \sin 2\varphi) (\cos\theta - \cos 3\theta) + 15(g_{33} \cos 3\varphi + h_{33} \sin 3\varphi) (3\sin\theta - \sin 3\theta) \right]. \quad (3)$$

Радіальні компоненти H_i напруженості ЗМП, що діють на магнітні осі котушок, дорівнюють: — для котушки 1х датчика 1

$$H_1 = \frac{1}{2\pi R^3} g_{11} + \frac{3}{4\pi R^4} \left(-\frac{1}{2} g_{20} + 3g_{22} \right) + \frac{3}{\pi R^5} \left(-\frac{1}{2} g_{31} + 5g_{33} \right) \quad (4)$$

— для котушки 2у датчика 2

$$H_2 = \frac{1}{2\pi R^3} h_{11} + \frac{3}{4\pi R^4} \left(-\frac{1}{2} g_{20} - 3g_{22} \right) + \frac{3}{\pi R^5} \left(-\frac{1}{2} h_{31} - 5h_{33} \right) \quad (5)$$

— для котушки 3х датчика 3

$$H_3 = -\frac{1}{2\pi R^3} g_{11} + \frac{3}{4\pi R^4} \left(-\frac{1}{2} g_{20} + 3g_{22} \right) +$$

$$+ \frac{3}{\pi R^5} \left(\frac{1}{2} g_{31} - 5g_{33} \right) \quad (6)$$

— для котушки 4у датчика 4

$$H_4 = -\frac{1}{2\pi R^3} h_{11} + \frac{3}{4\pi R^4} \left(-\frac{1}{2} g_{20} - 3g_{22} \right) + \frac{3}{\pi R^5} \left(\frac{1}{2} h_{31} + 5h_{33} \right). \quad (7)$$

Розв'язок системи з чотирьох рівнянь (5)—(7) відносно мультиполя нульового порядку ($m = 0$) квадрупольної складової магнітного поля ($n = 2$) дає:

$$\sum_{i=1}^4 H_i = -\frac{1}{4\pi R^4} \cdot 6g_{20}. \quad (8)$$

Електричний сигнал, що збуджується в котушках датчиків 1—4 вимірюваним магнітним полем, дорівнює:

$$E_{20} = \frac{1}{k_f} \sum_{i=1}^4 H_i = -\frac{1}{k_f} \frac{6g_{20}}{R^4} = -E_{20}^{(2)}, \quad (9)$$

де k_f , мЕ/мВ — постійна датчика до напруженості магнітного поля; $E_{20}^{(2)}$ — корисний сигнал, пропорційний g_{20} . За виміряним електричним сигналом $E_{20}^{(2)}$ (9) визначається величина осьового квадрупольного магнітного моменту:

$$g_{20} = M_{20} = \frac{1}{6} E_{20} k_f R^4,$$

і, в кінцевому рахунку, компоненти напруженості магнітного поля в довільній точці зовнішнього простору (1), що створюються мультиполем нульового порядку квадрупольної складової ЗМП.

Чутливість вимірювального каналу пристрою до напруженості магнітного поля, згідно з (9) дорівнює $S_{20} = 6/k_f$. З виразу (9) видно, що в результаті сигналі E_{20} відсутні завади, що обумовлені мультиполями просторових гармонік непарного порядку. Тому на точність вимірювання осьового квадрупольного магнітного моменту впливають тільки мультиполя просторових гармонік вищих парних порядків вимірюваного ЗМП, і насамперед четвертого і шостого, які є завадами і спричиняють мультипольну складову методичної похибки.

Електричний сигнал завади, що створюється гармонікою ЗМП четвертого порядку, визначається таким чином:

$$E_{20}^{(4)} = \frac{1}{k_f} \sum_{i=1}^4 H_i^{(4)}, \quad (10)$$

де $H_i^{(4)}$ — радіальна складова напруженості магнітного поля завадонесучої просторової гармоніки по-

рядку $n = 4$, яка згідно з (2) в екваторіальній площині описується аналітичним виразом

$$H_{\theta=90^\circ}^{(4)} = \frac{15}{4\pi R^6} \left[\frac{1}{8} g_{40} - \frac{5}{2} (g_{42} \cos 2\varphi + h_{42} \sin 2\varphi) + 35(g_{44} \cos 4\varphi + h_{44} \sin 4\varphi) \right]. \quad (11)$$

Підставляючи значення радіальної складової напруженості магнітного поля (11) з урахуванням координат точок розміщення датчиків в (10), отримуємо електричний сигнал завад від гармонік четвертого порядку:

$$E_{20}^{(4)} = \frac{60}{k_f R^6} \left(\frac{1}{8} g_{40} + 35g_{44} \right).$$

Радіальна складова напруженості магнітного поля гармоніки шостого порядку:

$$H_{\theta=90^\circ}^{(6)} = \frac{35}{4\pi R^8} \left[-\frac{1}{16} g_{60} + \frac{21}{8} (g_{62} \cos 2\varphi + h_{62} \sin 2\varphi) - \frac{189}{2} (g_{64} \cos 4\varphi + h_{64} \sin 4\varphi) + 2079(g_{66} \cos 6\varphi + h_{66} \sin 6\varphi) \right]$$

наводить в котушках вимірювального каналу пристрою електричний сигнал завади, який визначається виразом

$$E_{20}^{(6)} = -\frac{70}{k_f R^8} \left(\frac{1}{8} g_{60} + 189g_{64} \right).$$

Мультипольна складова методичної похибки вимірювання осьового квадрупольного магнітного моменту через наявність у виміряному результуючому електричному сигналі E_{20} сигналів завад $E_{20}^{(4)}$, $E_{20}^{(6)}$ буде дорівнювати

$$\delta_{20}^{(4)} = \frac{E_{20}^{(4)}}{E_{20}^{(2)}} = -\frac{5}{4} \frac{g_{40} + 280g_{44}}{R^2 g_{20}}, \quad (12)$$

$$\delta_{20}^{(6)} = \frac{E_{20}^{(6)}}{E_{20}^{(2)}} = \frac{35}{24} \frac{g_{60} + 1512g_{64}}{R^4 g_{20}}.$$

Оцінимо ці похибки для зразкового осьового квадрупольного магнітного моменту для моделі диполя і антидиполя, які орієнтовані по осі Z і віддалені від початку координат на $\pm z_0$.

Для такого джерела магнітні моменти мультиполів просторових гармонік $n = 2, 4, 6$ будуть дорівнювати:

$$g_{20} = 4M_z z_0, \quad g_{40} = 8M_z z_0^3, \quad g_{44} = 0,$$

$$g_{60} = 12M_z z_0^5, \quad g_{64} = 0.$$

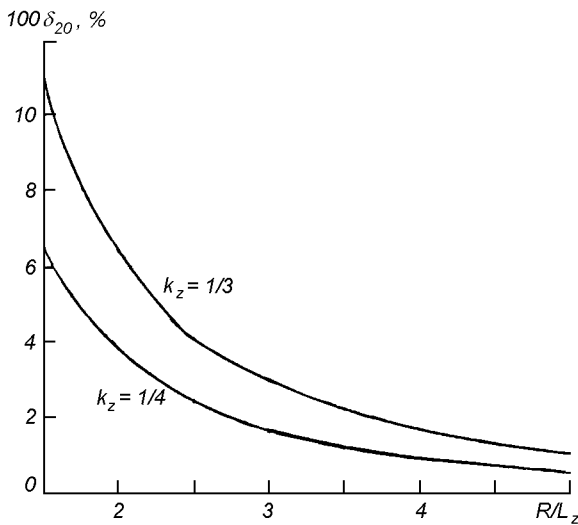


Рис. 2. Графічні залежності δ_{20} від R/L_z

Підставимо ці значення в (12) і отримаємо мультипольну похибку від заваднесучих гармонік порядку $n = 4, 6$:

$$\delta_{20}^{(4)} = -\frac{5}{2} \left(\frac{k_z}{R/L_z} \right)^2,$$

$$\delta_{20}^{(6)} = \frac{35}{8} \left(\frac{k_z}{R/L_z} \right)^4,$$

де $k_z = z_0/L_z \leq 1/2$, L_z — габаритний розмір джерела ЗМП на координатному напрямку Z .

Результуюча мультипольна складова методичної похибки магнітного моменту дорівнює

$$\delta_{20} = \delta_{20}^{(4)} + \delta_{20}^{(6)} = \frac{5}{2} \left(\frac{k_z}{R/L_z} \right)^2 \left[-1 + \frac{7}{4} \left(\frac{k_z}{R/L_z} \right)^2 \right].$$

На рис. 2 зображено графічні залежності δ_{20} від R/L_z для $k_z = 1/3, 1/4$. На відстані $2.5L_z$ похибка δ_{20} при $k_z \leq 1/3$ не перевищує 4 %.

ВИСНОВКИ

1. Розроблено чотириточковий метод вимірювання осевого квадрупольного магнітного моменту різноманітних джерел ЗМП, що дозволяє визначити рівень напруженості квадрупольного поля в зонах зовнішнього простору;

2. Досягнуто суттєве підвищення точності вимірювання шляхом зниження впливу заваднесучих мультиполів непарного порядку вимірюваного ЗМП;

3. Визначено методичну мультипольну похибку, що дозволяє зробити оптимальний вибір контрольної відстані, на якій розміщуються первинні перетворювачі.

1. Сарычев В. А., Овчинников М. Ю. Магнитные системы ориентации искусственных спутников Земли // Итоги науки и техники / ВИНТИ. Исследование космического пространства.—1985.—23.—104 с.
2. Яновский Б. М. Земной магнетизм.—Л.: ЛГУ, 1978.—592 с.

THE MEASUREMENT OF THE AXIAL QUADRUPOLE MAGNETIC MOMENT

V. V. Degtyaryov

Using the multipole model of the external magnetic field, we developed a method for the measurement of the axial quadrupole moment. The method is based on the use of four control points in the ambient space. A large decrease of the influence of noise-bearing high-order multipoles was achieved.