

УДК 621.396

Методический подход и алгоритмы реализации дифференциального метода спутниковой навигации по наблюдениям сети контрольных станций

А. А. Жалило

Науково-виробниче підприємство «Хартрон-Альфа», Харків

Надійшла до редакції 08.04.99

Предложена методология построения и обработки измерительной информации сетей контрольных станций спутниковой дифференциальной навигации по сигналам GPS и ГЛОНАСС. На основе геометрического подхода получены оптимальные алгоритмы обработки наблюдений сетей контрольных станций и выработаны рекомендации по обработке информации и построению региональных и локальных дифференциальных подсистем GPS и ГЛОНАСС.

ВВЕДЕНИЕ

Устоявшийся традиционный подход к реализации дифференциального метода навигационных определений по сигналам спутниковых радионавигационных систем (СРНС) GPS и ГЛОНАСС с использованием отдельных контрольных станций (КС) достаточно исследован с точки зрения эффективности компенсации основных источников погрешностей навигационных определений. Однако, опыт его реализации не дает однозначного ответа на вопрос о том, как оптимально использовать результаты измерений информационно связанных нескольких КС или сети КС. Очевидно, и это подтверждено теоретическими и экспериментальными исследованиями сетей дифференциальной навигации, что использование измерительной информации нескольких или значительного (избыточного) количества КС в сети, как предусматривается проектами EGNOS, WAAS и MSAS в составе глобальной системы GNSS-1 [4, 12—15], приводит к значительному

повышению качества дифференциальной коррекции и навигационных определений в целом (точно-сти, надежности и др. показателей).

Особый практический интерес в настоящее время представляет построение региональных и локальных сетей КС, которые предполагают развертывание или объединение существующих КС на относительно небольших территориях (от десятков до сотен километров) и интегрирование их в глобальные сети, дополняя последние при решении специальных задач (категорированной посадки самолетов, швартовки кораблей и др.). В конкретной ситуации (конфигурация территории обслуживания, заданное количество КС, класс аппаратно-программных средств КС) возможны различные решения по построению сетей КС. При этом используют два принципиальных подхода к синтезу структуры и обработки информации сети КС: динамический (орбитальный) подход, использующий априорную информацию о моделях движения спутников СРНС, и гораздо более простой в реализации

в режиме SA GPS (δ -процесс режима SA); Δ_i — медленно изменяющиеся погрешности измерений, обусловленные погрешностями неточной синхронизации шкалы времени i -й КС относительно системной шкалы времени какой-либо из СРНС по результатам навигационно-временных определений самой КС; $\Delta_{ij}^{\text{атм}}$ — медленно изменяющиеся погрешности измерений, обусловленные погрешностями влияния среды распространения сигналов навигационных спутников (ионосферы и тропосферы), а также погрешностями из-за неточной геодезической привязки фазовых центров приемных антенн КС (примем последние пренебрежительно малыми в предположении геодезической привязки КС с сантиметровой точностью); δ_{ij} — флюктуационные погрешности измерений (коррелированные по времени погрешности многолучевого распространения сигналов, погрешности из-за неоднородности среды распространения сигналов и некоррелированные шумовые погрешности) с известными статистическими характеристиками.

Систему (1) запишем в векторно-матричной форме

$$\hat{\mathbf{v}}^j = \mathbf{A}_j \Delta \mathbf{X}_j + \alpha_j \mathbf{I} + \Delta + \Delta_{ij}^{\text{атм}} + \delta_j,$$

где $\hat{\mathbf{v}}^j$ — вектор координатных дифференциальных поправок КС к псевдодальностям j -го спутника; \mathbf{A}_j — матрица частных производных ($\dim \mathbf{A}_j^j = [M] \times [3]$), $\Delta \mathbf{X}_j = \|\Delta X_j, \Delta Y_j, \Delta Z_j\|^T$ — вектор неизвестных поправок к бортовым эфемеридным координатам j -го спутника СРНС, \mathbf{I} — единичный вектор размерности M , $\Delta = \|\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_M\|^T$, $\Delta_{ij}^{\text{атм}} = \|\Delta_{1j}^{\text{атм}}, \Delta_{2j}^{\text{атм}}, \dots, \Delta_{Mj}^{\text{атм}}\|^T$, $\delta_j = \|\delta_{1j}, \delta_{2j}, \dots, \delta_{Mj}\|^T$.

Введем по аналогии с [17] преобразование

$$\Delta \mathbf{X}_j = \mathbf{T}_j \Delta \mathbf{e}_j. \quad (2)$$

Здесь \mathbf{T}_j — ортогональная матрица ($\mathbf{T}_j^{-1} = \mathbf{T}_j^T$) разворота осей орбитальной системы координат j -го спутника в Гринвичской геоцентрической системе. Элементы матрицы \mathbf{T}_j могут быть однозначно определены с высокой точностью из определения орбитальной (связной) системы координат. Ее начало — координаты \mathbf{X}_j спутника, одну плоскость (плоскость орбиты) определяют радиус-вектор спутника \mathbf{X}_j и вектор \mathbf{V}_j его скорости, другая плоскость перпендикулярна к плоскости орбиты, проходящей через спутник, которой принадлежит вектор \mathbf{V}_j . Например, ось X_j орбитальной системы координат определяется направлением вектора \mathbf{V}_j , ось Y_j перпендикулярна к вектору \mathbf{V}_j и для круговой орбиты направлена по радиусу-вектору спутника \mathbf{X}_j от центра Земли, ось Z_j дополняет орбитальную систему координат до правой;

$$\Delta \mathbf{e}_j = \|\Delta L_j, \Delta r_j, \Delta n_j\|^T$$

$\Delta L_j, \Delta r_j$ и Δn_j — составляющие вектора погрешности положения j -го спутника в орбитальной системе координат (вдоль орбиты, вдоль радиуса-вектора и по бинормали к плоскости орбиты соответственно).

Преобразование (2) удобно тем, что случайные погрешности $\Delta L_j, \Delta r_j$ и Δn_j обычно не коррелируют между собой и слабо зависят от времени на интервале между закладками эфемерид на борт спутника наземным комплексом управления СРНС. Статистические характеристики этих погрешностей будем полагать известными [2]:

$$\langle \Delta L_j \rangle = \langle \Delta r_j \rangle = \langle \Delta n_j \rangle = 0;$$

$$\langle \Delta L_j^2 \rangle = \sigma_L^2; \langle \Delta r_j^2 \rangle = \sigma_r^2 \text{ и } \langle \Delta n_j^2 \rangle = \sigma_n^2,$$

где угловые скобки означают усреднение по ансамблю реализаций.

Обратное преобразование (2) приводит к статистической зависимости элементов вектора $\Delta \mathbf{X}_j$.

Оценки указанных статистических характеристик могут быть получены как из независимых источников (континентальные и глобальные сети КС), так и из результатов рекуррентной обработки предыдущих наблюдений самой сети.

Будем полагать также известными статистические характеристики величин α_j (т. е. $\langle \alpha_j \rangle = 0$; $\langle \alpha_j^2 \rangle = \sigma_\alpha^2$) и некоррелированность (или слабую коррелированность) величин α_j и элементов вектора $\Delta \mathbf{e}_j$.

Таким образом, в общем случае будем полагать известной априорную информацию о математическом ожидании и корреляционной матрице эфемеридно-временных погрешностей спутников СРНС

$$\langle \Theta_j \rangle = \mathbf{0}, \quad \mathbf{K}_\Theta = \langle \Theta_j \Theta_j^T \rangle, \quad (3)$$

где $\Theta_j = \|\Delta L_j, \Delta r_j, \Delta n_j, \alpha_j\|^T$

С учетом (2) и (3) систему уравнений (1) можно представить в виде

$$\hat{\mathbf{v}}^j = \mathbf{A}_j \mathbf{T}_j \Delta \mathbf{e}_j + \alpha_j \mathbf{I} + \Delta + \Delta_{ij}^{\text{атм}} + \delta_j,$$

или

$$\hat{\mathbf{v}}^j = \mathbf{D}_j \Theta_j + \Delta + \Delta_{ij}^{\text{атм}} + \delta_j, \quad (4)$$

где $\mathbf{D}_j = \|\mathbf{A}_j \mathbf{T}_j : \mathbf{I}\|$, причем $\mathbf{D}_j = [M] \times [4]$.

Полагаем также известными с достаточной степенью точности статистические характеристики вектора флюктуационных погрешностей измерений, т. е.

$$\langle \delta_j \rangle = \mathbf{0}; \langle \delta_j \delta_j^T \rangle = \mathbf{K}_\delta.$$

По аналогии с (1) запишем уравнения и модель погрешностей измерений у потребителя с приблизительно известными координатами \tilde{x}_n, \tilde{y}_n и \tilde{z}_n

$$\hat{S}_{\Pi}^j = R_{\Pi}^j + \Delta_{\Pi} + \|\hat{a}_{\Pi x}^j, \hat{a}_{\Pi y}^j, \hat{a}_{\Pi z}^j\| \Gamma_j \Delta \mathbf{e}_j + \\ + \alpha_j + \Delta_{\Pi j}^{\text{атм}} + \delta_{\Pi j},$$

где $R_{\Pi}^j = \sqrt{(x_{\Pi} - X_j)^2 + (y_{\Pi} - Y_j)^2 + (z_{\Pi} - Z_j)^2}$ — геометрическая дальность j -го спутника относительно потребителя;

$$\hat{a}_{\Pi x}^j = \frac{\hat{X}_j - \tilde{x}_{\Pi}}{\tilde{R}_{\Pi}^j}, \quad \hat{a}_{\Pi y}^j = \frac{\hat{Y}_j - \tilde{y}_{\Pi}}{\tilde{R}_{\Pi}^j}, \quad \hat{a}_{\Pi z}^j = \frac{\hat{Z}_j - \tilde{z}_{\Pi}}{\tilde{R}_{\Pi}^j};$$

$\Delta_{\Pi j}^{\text{атм}}$ — суммарная ионосферная и тропосферная погрешности измерений; $\delta_{\Pi j}$ — флюктуационная составляющая погрешности измерений.

Последнее выражение перепишем в виде

$$\hat{S}_{\Pi}^j = \hat{R}_{\Pi}^j + \Delta_{\Pi} + \mathbf{G}_j^T \Theta_j + \Delta_{\Pi j}^{\text{атм}} + \delta_{\Pi j}, \quad (5)$$

где

$$\mathbf{G}_j^T = \|\hat{g}_{\Pi x}^j, \hat{g}_{\Pi y}^j, \hat{g}_{\Pi z}^j, 1\| = \|\mathbf{C}_j^T : 1\|, \\ \|\hat{g}_{\Pi x}^j, \hat{g}_{\Pi y}^j, \hat{g}_{\Pi z}^j\| = \|\hat{a}_{\Pi x}^j, \hat{a}_{\Pi y}^j, \hat{a}_{\Pi z}^j\| \Gamma_j = \mathbf{C}_j^T.$$

В общем случае задачи дифференциальной коррекции сводятся к отысканию такого линейного преобразования элементов вектора $\hat{\mathbf{V}}^j$, которое бы позволило скомпенсировать в максимальной степени вклад таких медленно изменяющихся погрешностей измерений АП, как эфемеридные, частотно-временные и атмосферные. Особенно необходимо выделить эфемеридные и частотно-временные погрешности при функционировании спутников GPS в режиме SA, когда СКО псевдодальности достигают значений 30 м, а псевдоскорости — 15 см/с. Тропосферные и ионосферные погрешности могут быть значительно уменьшены с использованием моделей высотного профиля показателя преломления. Кроме того, для компенсации ионосферной составляющей можно использовать двухчастотные измерения. Искомое преобразование, во-первых, должно быть таким, чтобы для любого j -го спутника линейная комбинация вектора Δ неточной синхронизации шкал времени КС была одинаковой (тогда расхождения шкал времени КС не приведут к ошибкам в определении координат АП, а скажутся только на определении времени). Во-вторых, оно должно так минимизировать вклад флюктуационных составляющих измерений КС, чтобы остаточные погрешности дифференциальной коррекции были минимальны в среднеквадратичном смысле как по медленно изменяющейся, так и по флюктуационной составляющим.

Таким образом, задача заключается в отыскании подходов и алгоритмов, позволяющих наилучшим образом использовать результаты измерений сети КС для компенсации медленно изменяющихся по-

грешностей у потребителя в различных условиях и при различных количествах КС в составе дифференциальной сети.

С учетом представленных рассуждений будем искать вектор дифференциальных поправок сети в виде линейной комбинации дифференциальных коррекций (4) так, чтобы был минимальным средний квадрат невязки ε_j :

$$\langle \varepsilon_j^2 \rangle = \langle [(\mathbf{G}_j^T \Theta_j + \Delta_{\Pi j}^{\text{атм}}) - \mathbf{p}_j^T \hat{\mathbf{V}}^j]^2 \rangle \rightarrow \min_{\mathbf{p}_j} \quad (6)$$

при условии

$$\sum_{i=1}^M \mathbf{p}_j = 1, \text{ или } \mathbf{p}_j^T \mathbf{I} = 1, \quad (7)$$

где \mathbf{p}_j — искомый вектор весовых коэффициентов дифференциальных поправок $\hat{\mathbf{V}}^j$.

Прежде чем выполнить решение оптимизационной задачи, необходимо обсудить ряд важных особенностей, допущений и ограничений, конкретизирующих постановку и условия решения задачи.

Из (4) следует, что при наличии достаточного или избыточного количества КС в сети ($M \geq 4$) эфемеридные и частотно-временные составляющие погрешностей измерений ($\Delta \mathbf{e}_j$ и α_j), являющиеся одними и теми же для всех КС сети (для j -го спутника и фиксированного момента времени), могут быть оценены из уравнений (4) и преобразованы в дифференциальные поправки псевдодальностей, измеренных потребителем, с учетом его (даже приближенного) местоположения. При этом атмосферные и флюктуационные погрешности измерений КС, а также разные расхождения шкал времени КС относительно системной шкалы одной из СРНС (или расхождения часов КС между собой) приведут к погрешностям определения дифференциальных коррекций у потребителя. Для уменьшения влияния этих факторов на точность дифференциальной коррекции измерений потребителя необходимо применять известные способы уменьшения этих составляющих. Так, обычно на КС используют эффективную совместную фильтрацию кодовых и фазовых псевдодальностей на протяженных (15—30 с) интервалах времени, модели тропосферы и ионосферы, двухчастотный метод компенсации ионосферной погрешности, модели поведения часов КС для более точной синхронизации с часами СРНС и т. п. Кроме того, избыточные измерения позволяют включать в вектор оцениваемых параметров и расхождения шкал времени КС. Сложнее обстоит решение поставленной задачи в недоопределенном случае, когда число КС в сети не превышает трех ($M = 2, 3$), и эффективность компенсации эфемеридных и частотно-временных погрешно-

стей наблюдений без использования надежной априорной информации может быть заметно уменьшена. В то же время при оптимальной обработке дифференциальных поправок нескольких КС можно добиться более высокой точности дифференциальной коррекции, чем при использовании одной КС. Для этого важно правильно перераспределить объем измерительной информации КС в соответствии с априорными знаниями о соотношениях различных составляющих погрешностей измерений у потребителя, чтобы добиться максимальной эффективности их компенсации. Так, в [16, 17] принималось, что радиальная составляющая меньше, чем продольная и поперечная, а в [17] принималось также, что дисперсии продольной и поперечной составляющих бортовых эфемеридных погрешностей равны.

Таким образом, при дальнейшем анализе следует учитывать следующее.

В первую очередь целесообразно учесть априорную информацию о флюктуационных погрешностях, погрешностях рассинхронизации шкал времени КС сети и атмосферных погрешностях, либо оценить их вклад.

Полагая, что корреляционная матрица флюктуационных погрешностей наблюдений КС (включая эффект многолучевости) может быть достаточно точно вычислена при фильтрации наблюдений КС, рассмотрим более детально погрешности рассинхронизации шкал времени КС и вопрос учета атмосферных погрешностей применительно к решаемой задаче.

Погрешности неточной синхронизации шкал времени КС относительно системной шкалы СРНС при оснащении КС сравнительно недорогими кварцевыми часами могут достигать десятков и даже сотен метров (в режиме SA GPS). Для сети КС с независимой коррекцией часов на каждой КС, когда расхождения шкал КС не включаются в вектор оцениваемых параметров, вектор Δ в (4) может быть представлен как

$$\Delta = \Delta_0 \mathbf{I} + \eta_t, \quad (8)$$

где Δ_0 — среднее значение расхождений шкал времени КС и СРНС; \mathbf{I} — единичный вектор; η_t — отклонения шкал времени КС от величины Δ_0 . Величины элементов вектора η_t зависят главным образом от того, насколько разнятся условия измерений и обработки измерительной информации на разных КС сети. Разнос КС в пространстве приводит к различию атмосферных погрешностей измерений КС и к возможной работе КС по различным созвездиям спутников СРНС. Использование разнотипных КС также может привести к увеличению

разброса оценок $\hat{\Delta}_t$, поскольку у них могут использоваться различные аналоговые фильтры и алгоритмы фильтрации [11]. Если при формировании итоговых дифференциальных поправок сети для всех спутников рабочего созвездия потребителя добиться равного вклада погрешностей ухода часов КС при максимальной компенсации остальных погрешностей, то это приведет у потребителя к погрешности определения времени, но не координат. Это условие должно быть учтено при решении оптимизационной задачи. Кроме того, при создании сети КС важно потребовать, чтобы сеть состояла из однотипных элементов.

Погрешности рассинхронизации часов КС для близких пунктов (до 300 км) могут быть относительно невелики (при одном и том же рабочем созвездии спутников и одной и той же бортовой информации) и будут определяться флюктуационными и атмосферными погрешностями. При значительном разnose КС (1000 км и более) вероятность работы всех КС сети по одному и тому же созвездию навигационных спутников значительно уменьшается. Поэтому погрешности рассинхронизации КС могут увеличиться, что приведет к необходимости строить избыточную сеть и включать параметры рассинхронизации в вектор оцениваемых параметров. При этом целесообразно использовать на КС высокостабильные (рубидиевые или цезиевые) стандарты частоты и времени, чтобы моделировать их поведение с высокой точностью, несмотря на увеличение стоимости оборудования КС.

Выполнение условия (7) позволит для всех спутников из рабочего созвездия сети получить одну и ту же величину (см. (8))

$$\mathbf{p}_j^T \Delta_0 \mathbf{I} = \Delta_0 \mathbf{p}_j^T \mathbf{I} = \Delta_0,$$

которая у потребителя приведет к сдвигу шкалы времени, но не приведет к смещениям в оценке его координат. С учетом этого выражение для вектора $\hat{\mathbf{V}}^j$ в (6) можно представить как

$$\hat{\mathbf{V}}_\Delta^j = \hat{\mathbf{V}}^j - \Delta_0 \mathbf{I} = \mathbf{D}_j \Theta_j + \Delta_j^{\text{атм}} + \gamma_j, \quad (9)$$

где $\gamma_j = \eta_t + \delta_j$.

Невязка ε_j в (6) равна

$$\begin{aligned} \varepsilon_j &= \mathbf{G}_j^T \Theta_j + \Delta_{\text{Пij}}^{\text{атм}} - \mathbf{p}_j^T \hat{\mathbf{V}}_\Delta^j = \\ &= (\mathbf{G}_j^T - \mathbf{p}_j^T \mathbf{D}_j) \Theta_j - \mathbf{p}_j^T \eta_t - \mathbf{p}_j^T \delta_j + (\Delta_{\text{Пij}}^{\text{атм}} - \mathbf{p}_j^T \Delta_j^{\text{атм}}). \end{aligned}$$

Результирующая атмосферная погрешность дифференциальной коррекции $\varepsilon_{\text{атм}} = \Delta_{\text{Пij}}^{\text{атм}} - \mathbf{p}_j^T \Delta_j^{\text{атм}}$ может быть уменьшена за счет использования модельной зависимости показателя преломления атмосферы

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\text{атм}j}^* &= k_{\text{атм}}\varepsilon_{\text{атм}j} = k_{\text{атм}}(\Delta_{\text{П}j}^{\text{атм}} - \mathbf{p}_j^T \Delta_j^{\text{атм}}) = \\ &= k_{\text{тр}}(\Delta_{\text{П}j}^{\text{тр}} - \mathbf{p}_j^T \Delta_j^{\text{тр}}) + k_{\text{ион}}(\Delta_{\text{П}j}^{\text{ион}} - \mathbf{p}_j^T \Delta_j^{\text{ион}}),\end{aligned}$$

где значения коэффициентов для тропосферы и ионосферы обычно принимают равными

$$k_{\text{тр}} = 0.05 \dots 0.1, \quad k_{\text{ион}} = 0.5 \dots 0.6.$$

При двухчастотной компенсации ионосферных погрешностей измерений на КС и в аппаратуре потребителей в задаче необходимо учитывать соответствующее увеличение флюктуационных погрешностей δ_j .

В предположении независимости источников и составляющих погрешностей Θ_j , η_t , δ_j и $\varepsilon_{\text{атм}j}^*$ можно получить

$$\begin{aligned}\langle \varepsilon_j^2 \rangle &= (\mathbf{G}_j^T - \mathbf{p}_j^T \mathbf{D}_j) \mathbf{K}_{\Theta_j} (\mathbf{G}_j^T - \mathbf{p}_j^T \mathbf{D}_j)^T + \\ &+ \mathbf{p}_j^T \mathbf{K}_{\eta_t} \mathbf{p}_j + \mathbf{p}_j^T \mathbf{K}_{\delta_j} \mathbf{p}_j + \langle (\varepsilon_{\text{атм}j}^*)^2 \rangle,\end{aligned}\quad (10)$$

где \mathbf{K}_{Θ_j} — корреляционная матрица эфемеридных и частотно-временных погрешностей навигационных спутников СРНС (3); $\mathbf{K}_{\delta_j} = \langle \delta_j \delta_j^T \rangle$ — корреляционная матрица флюктуационных погрешностей измерений КС (включая эффект многолучевости), которая может быть достаточно точно вычислена в центре обработки сети при фильтрации измерений КС; \mathbf{K}_{η_t} — корреляционная матрица отклонений времени КС и СРНС η_t от среднего значения Δ_0 .

Вектор η_t можно считать случайным вектором с нулевым средним и некоррелированными компонентами, дисперсии которых также могут быть оценены при обработке информации сети КС. Тогда можно ввести суммарный случайный вектор $\xi_j = \eta_t + \delta_j$ с известными статистическими характеристиками, причем $\mathbf{K}_{\xi_j} = \mathbf{K}_{\eta_t} + \mathbf{K}_{\delta_j}$.

Точность дифференциальной коррекции воздействия атмосферных эффектов (с учетом дополнительной модельной коррекции) зависит главным образом от различия условий измерений на КС сети и в аппаратуре потребителя и адекватности моделей тропосферы и ионосферы. Многообразие условий измерений может значительно сказаться на решении оптимизационной задачи. Так, например, атмосферные погрешности измерений приземных объектов (в том числе и КС) значительно отличаются от погрешностей измерений на борту воздушных судов или космических аппаратов. Поэтому в идеале оптимизационная задача должна решаться применительно к конкретным условиям расположения КС и потребителя, что может быть реализовано при решении специальных задач, в частности, с послесессанной обработкой результатов

измерений аппаратуры потребителей и КС. В большинстве случаев при использовании сети КС для дифференциальной навигации мобильных приземных объектов в реальном масштабе времени такой подход неприемлем. Поэтому представляется целесообразным при оптимизации обработки наблюдений сети КС не учитывать атмосферные составляющие погрешности измерений, предполагая их высокоточную коррекцию в наблюдениях КС, а после оценки элементов вектора \mathbf{p} (весов наблюдений) оценить вклад данной составляющей в погрешности дифференциальной коррекции. Направления уменьшения атмосферной составляющей погрешностей измерений состоят в:

— использовании моделей тропосферы и ионосферы как на КС (целесообразно также на КС использовать датчики метеопараметров), так и в АП;

— учете тропосферных поправок в АП (после дифференциальной коррекции) с использованием одной модели высотного профиля показателя преломления;

— уточнении текущих параметров ионосферы по измерениям сети КС и передаче этих параметров потребителю, как это предложено в [10, 13, 15].

Для локальных сетей КС с измерительными базами около 300 км, когда параметры тропосферного и ионосферного слоя примерно одинаковы на территории размещения КС, для приземных потребителей в зоне действия сети возможно уменьшение атмосферных составляющих погрешностей измерений псевдодалности до субдециметрового уровня [16]. Для сетей КС большой протяженности (1000 км и более) происходит декорреляция атмосферных погрешностей измерений и требуется их точный учет для компенсации в АП.

Таким образом, с учетом изложенного целевая функция оптимизации имеет вид

$$\begin{aligned}F(\mathbf{p}_j) = \langle \varepsilon_j^2 \rangle &= (\mathbf{G}_j^T - \mathbf{p}_j^T \mathbf{D}_j) \mathbf{K}_{\Theta_j} (\mathbf{G}_j^T - \mathbf{p}_j^T \mathbf{D}_j)^T + \\ &+ \mathbf{p}_j^T \mathbf{K}_{\xi_j} \mathbf{p}_j \rightarrow \min_{\mathbf{p}_j}\end{aligned}\quad (11)$$

при ограничении $\mathbf{p}_j^T \mathbf{I} = 1$.

АЛГОРИТМЫ ОБРАБОТКИ НАБЛЮДЕНИЙ СЕТИ КОНТРОЛЬНЫХ СТАНЦИЙ

Рассмотрим достижение минимума функции (11) пока без учета представленного выше ограничения, что соответствует случаю высокоточной синхронизации часов КС и СРНС.

Продифференцируем (11) по элементам вектора \mathbf{p}_j и приравняем результат нулю:

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{p}_j} [\mathbf{G}_j^T \mathbf{K}_{\Theta_j} \mathbf{G}_j - 2\mathbf{p}_j^T \mathbf{D}_j \mathbf{K}_{\Theta_j} \mathbf{G}_j + \mathbf{p}_j^T \mathbf{D}_j \mathbf{K}_{\Theta_j} \mathbf{D}_j^T \mathbf{p}_j + \mathbf{p}_j^T \mathbf{K}_{\xi_j} \mathbf{p}_j] = \mathbf{0}.$$

После преобразований получим

$$\mathbf{p}_j = [\mathbf{D}_j \mathbf{K}_{\Theta_j} \mathbf{D}_j^T + \mathbf{K}_{\xi_j}]^{-1} \mathbf{D}_j \mathbf{K}_{\Theta_j} \mathbf{G}_j \quad (12)$$

или

$$\mathbf{p}_j^T = \mathbf{G}_j^T \mathbf{K}_{\Theta_j} \mathbf{D}_j^T [\mathbf{D}_j \mathbf{K}_{\Theta_j} \mathbf{D}_j^T + \mathbf{K}_{\xi_j}]^{-1}, \quad \dim \mathbf{p}_j = [M]. \quad (13)$$

Тогда сетевая дифференциальная поправка по j -му навигационному спутнику будет иметь вид

$$\mathbf{p}_j^T \hat{\mathbf{V}}^j = \mathbf{G}_j^T \mathbf{K}_{\Theta_j} \mathbf{D}_j^T [\mathbf{D}_j \mathbf{K}_{\Theta_j} \mathbf{D}_j^T + \mathbf{K}_{\xi_j}]^{-1} \hat{\mathbf{V}}^j, \quad (14)$$

а оценка искомого вектора эфемеридно-временных погрешностей Θ_j :

$$\hat{\Theta}_j = \mathbf{K}_{\Theta_j} \mathbf{D}_j^T [\mathbf{D}_j \mathbf{K}_{\Theta_j} \mathbf{D}_j^T + \mathbf{K}_{\xi_j}]^{-1} \hat{\mathbf{V}}^j, \quad \dim \Theta_j = [4]. \quad (15)$$

Состав оценок (15) соответствует стандартным форматам данных для передачи дифференциальных поправок в сетях широкозонной дифференциальной навигации [15]. Поэтому сети КС, построенные на указанных принципах, легко адаптировать к стандартам ШДН. Это особенно важно для поэтапного наращивания количества КС в сети. Кроме того, использование стандартных форматов создает предпосылки для интеграции региональных, локальных и глобальных сетей КС, позволяет унифицировать АП и максимально использовать существующую аппаратуру.

С использованием известной формулы обращения матриц вида $\mathbf{A} = \mathbf{B} + \mathbf{CDE}$ (\mathbf{B}^{-1} и \mathbf{D}^{-1} существуют):

$$\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{B}^{-1} - \mathbf{B}^{-1} \mathbf{C} (\mathbf{D}^{-1} + \mathbf{E} \mathbf{B}^{-1} \mathbf{C})^{-1} \mathbf{E} \mathbf{B}^{-1},$$

выражение (15) можно преобразовать следующим образом:

$$[\mathbf{D}_j \mathbf{K}_{\Theta_j} \mathbf{D}_j^T + \mathbf{K}_{\xi_j}]^{-1} = \mathbf{W}_{\xi_j} - \mathbf{W}_{\xi_j} \mathbf{D}_j [\mathbf{D}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j} \mathbf{D}_j + \mathbf{K}_{\Theta_j}^{-1}]^{-1} \mathbf{D}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j},$$

где $\mathbf{W}_{\xi_j} = \mathbf{K}_{\xi_j}^{-1}$ — весовая матрица флуктуационных погрешностей измерений КС, включая погрешности рассинхронизации часов КС.

Тогда оценка вектора Θ_j приобретает вид

$$\hat{\Theta}_j = \mathbf{K}_{\Theta_j} \left\{ \mathbf{E} - \mathbf{D}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j} \mathbf{D}_j [\mathbf{D}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j} \mathbf{D}_j + \mathbf{K}_{\Theta_j}^{-1}]^{-1} \right\} \mathbf{D}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j} \hat{\mathbf{V}}^j,$$

где \mathbf{E} — единичная матрица, $\dim \mathbf{E} = [4] \times [4]$.

Используя повторно приведенную выше формулу обращения матриц, получим

$$\mathbf{E} - \mathbf{D}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j} \mathbf{D}_j [\mathbf{D}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j} \mathbf{D}_j + \mathbf{K}_{\Theta_j}^{-1}]^{-1} =$$

$$= [\mathbf{E} + \mathbf{D}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j} \mathbf{D}_j \mathbf{K}_{\Theta_j}^{-1}]^{-1} = \mathbf{K}_{\Theta_j}^{-1} [\mathbf{D}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j} \mathbf{D}_j + \mathbf{K}_{\Theta_j}^{-1}]^{-1}.$$

Окончательно имеем

$$\hat{\Theta}_j = [\mathbf{D}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j} \mathbf{D}_j + \mathbf{K}_{\Theta_j}^{-1}]^{-1} \mathbf{D}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j} \hat{\mathbf{V}}^j. \quad (16)$$

Выражение (16) есть не что иное как оценка по методу максимума апостериорной вероятности (МАВ, или байесова оценка) [3, 5, 6] при условии, что априорное значение вектора $\hat{\Theta}_{A_j}$ равно нулю.

Таким образом, принятый критерий оптимальности решения представленной задачи соответствует байесову подходу с ограниченными сведениями о статистических характеристиках априорного распределения вероятности вектора Θ_j , таких как среднее значение и корреляционная матрица, которые являются достаточными при допущении о нормальности априорного распределения. Известно [3, 5, 6], что такая оценка является наилучшей при наличии надежной априорной информации об оцениваемых параметрах, а свойства таких оценок достаточно хорошо изучены. При ненадежной априорной информации необходимо пользоваться методом максимального правдоподобия (МП), согласно которому оценка искомого вектора записывается в виде

$$\hat{\Theta}_j = [\mathbf{D}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j} \mathbf{D}_j]^{-1} \mathbf{D}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j} \hat{\mathbf{V}}^j. \quad (17)$$

Оценка (16) принадлежит к классу смещенных, однако обладает меньшей среднеквадратической ошибкой (дисперсия + квадрат смещения), чем оценка (17).

Использование МП-оценок (или МНК-оценок) вполне оправданно при достаточном либо избыточном количестве уравнений измеряемых параметров и невырожденных конфигурациях сети КС (геометрических условий, когда матрица $\mathbf{D}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j} \mathbf{D}_j$ имеет обратную). В случае значимого нарушения априорных предположений о векторе Θ_j точность оценки (16) может быть низкой.

В случае недоопределенной системы уравнений измерений КС ($M < 4$) оценка (16) является оптимальной и единственно возможной при принятом критерии оптимизации, поскольку в этом случае матрица $\mathbf{D}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j} \mathbf{D}_j$ является вырожденной.

Алгоритмы (16) и (17) не учитывают условия $\mathbf{p}_j^T \mathbf{I} = 1$, поэтому при минимизации медленно изменяющихся погрешностей (с учетом флуктуационной составляющей) для разных спутников могут быть получены разные наборы весов \mathbf{p}_j . Это приведет к дополнительной погрешности оценок координат потребителя, обусловленной неточной синхронизацией часов КС, особенно для сетей протяжен-

ностью 1000 км и более (для них погрешности привязки шкал времени КС к шкалам СРНС декоррелированы). Кардинальное решение данной проблемы заключается в использовании избыточного количества КС в сети и/или использовании на КС дополнительных высокоточных фазовых измерений, которые позволяют оценить расхождения шкал времени КС $\Delta_{ik} = \Delta_i - \Delta_k$ и повысить точность определения элементов вектора Θ_j при совместной обработке кодовых и фазовых измерений [1]. Оценка расхождений шкал времени КС по результатам фазовых измерений с субнаносекундной точностью позволит практически полностью устранить влияние погрешностей рассинхронизации часов КС в сети на точность дифференциальной коррекции наблюдений потребителей. В этом случае вектор Δ может быть представлен как

$$\Delta = \Delta_1 \mathbf{I} + \tau,$$

где Δ_1 — расхождение шкалы времени главной КС сети относительно системного времени СРНС; τ — вектор расхождений шкал времени между i -й и главной КС.

Тогда вместо параметра α_j (уход шкалы времени j -го спутника относительно системного времени СРНС) в сети КС можно оценивать параметр $\alpha_j^* = \alpha_j + \Delta_1$, а вектор τ определять по результатам избыточных кодовых и фазовых измерений совместно с информационным вектором Θ_j [1].

Дифференциальные поправки Π_j сети КС у потребителя согласно (16) и (17) (методы МАВ и МП) могут быть определены как

$$\hat{\Pi}_j = \begin{cases} \mathbf{G}_j^T \Theta_j^{\text{МАВ}} = \mathbf{G}_j^T [\mathbf{D}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j} \mathbf{D}_j + \mathbf{K}_{\Theta_j}^{-1}]^{-1} \mathbf{D}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j} \hat{\mathbf{v}}^j, \\ \mathbf{G}_j^T \Theta_j^{\text{МП}} = \mathbf{G}_j^T [\mathbf{D}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j} \mathbf{D}_j]^{-1} \mathbf{D}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j} \hat{\mathbf{v}}^j, \end{cases} \quad (18)$$

а векторы весов \mathbf{p}_j^T определяются выражениями

$$\mathbf{p}_j^T = \begin{cases} \mathbf{G}_j^T [\mathbf{D}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j} \mathbf{D}_j + \mathbf{K}_{\Theta_j}^{-1}]^{-1} \mathbf{D}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j} & \text{для метода МАВ,} \\ \mathbf{G}_j^T [\mathbf{D}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j} \mathbf{D}_j]^{-1} \mathbf{D}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j} & \text{для метода МП (МНК).} \end{cases} \quad (19)$$

Рассмотрим, как изменятся выражения (18) и (19) с учетом ограничения $\mathbf{p}_j^T \mathbf{I} = 1$ в (11).

Для метода МП оценивания вектора Θ_j можно показать, что условие $(\mathbf{p}_j^T)_{\text{МП}} \mathbf{I} = 1$ выполняется в общем случае, когда $M \geq 4$. Для этого представим матрицу \mathbf{D}_j в виде (см. (4))

$$\mathbf{D}_j = \|\mathbf{A}_j \mathbf{T}_j : \mathbf{I}\|$$

и, используя выражение (19), получим

$$\mathbf{p}_j^T \mathbf{I} = \mathbf{G}_j^T [\mathbf{D}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j} \mathbf{D}_j]^{-1} \mathbf{D}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j} \mathbf{I} =$$

$$= \mathbf{G}_j^T \left\| \left\| \begin{array}{c} \mathbf{T}_j^T \mathbf{A}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j} \\ \dots \\ \mathbf{I}^T \mathbf{W}_{\xi_j} \end{array} \right\| \left\| \mathbf{A}_j \mathbf{T}_j : \mathbf{I} \right\| \right\|^{-1} \left\| \begin{array}{c} \mathbf{T}_j^T \mathbf{A}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j} \\ \dots \\ \mathbf{I}^T \mathbf{W}_{\xi_j} \end{array} \right\| \mathbf{I} = \\ = \mathbf{G}_j^T \left\| \begin{array}{cc} \mathbf{C}_{11}^j & \mathbf{C}_{12}^j \\ \mathbf{C}_{21}^j & \mathbf{C}_{22}^j \end{array} \right\| \left\| \begin{array}{c} \mathbf{T}_j^T \mathbf{A}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j} \\ \dots \\ \mathbf{I}^T \mathbf{W}_{\xi_j} \end{array} \right\| \mathbf{I}.$$

Здесь \mathbf{I} — единичный вектор размерности M ;

$$\mathbf{C}_{11}^j = [\mathbf{T}_j^T \mathbf{A}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j} \mathbf{A}_j \mathbf{T}_j]^{-1} +$$

$$+ [\mathbf{T}_j^T \mathbf{A}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j} \mathbf{A}_j \mathbf{T}_j]^{-1} \mathbf{T}_j^T \mathbf{A}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j} \mathbf{I} \mathbf{C}_{22}^j \mathbf{I}^T \mathbf{W}_{\xi_j} \mathbf{A}_j \mathbf{T}_j \times \\ \times [\mathbf{T}_j^T \mathbf{A}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j} \mathbf{A}_j \mathbf{T}_j]^{-1},$$

$$\mathbf{C}_{12}^j = [\mathbf{C}_{12}^j]^T = -\mathbf{T}_j^T (\mathbf{A}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j} \mathbf{A}_j)^{-1} \mathbf{A}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j} \mathbf{I} \mathbf{C}_{22}^j,$$

$$\mathbf{C}_{22}^j = \left\{ \mathbf{I}^T [\mathbf{W}_{\xi_j} - \mathbf{W}_{\xi_j} \mathbf{A}_j \mathbf{T}_j (\mathbf{T}_j^T \mathbf{A}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j} \mathbf{A}_j \mathbf{T}_j)^{-1} \mathbf{T}_j^T \mathbf{A}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j}] \mathbf{I} \right\}^{-1}. \quad (20)$$

С учетом того, что \mathbf{T}_j — ортогональная матрица, т. е. $\mathbf{T}_j \mathbf{T}_j^T = \mathbf{T}_j^T \mathbf{T}_j = \mathbf{E}_j$, или $\mathbf{T}_j^{-1} = \mathbf{T}_j^T$, нетрудно получить:

$$(\mathbf{p}_j^T)_{\text{МП}} \mathbf{I} = \\ = \mathbf{G}_j^T \left\| \begin{array}{c} \mathbf{T}_j^T [\mathbf{B}_j \mathbf{A}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j} \mathbf{I} - \mathbf{B}_j \mathbf{A}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j} \mathbf{I} \mathbf{C}_{22}^j \mathbf{I}^T [\mathbf{W}_{\xi_j} - \mathbf{W}_{\xi_j} \mathbf{A}_j \mathbf{B}_j \mathbf{A}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j}] \mathbf{I}] \\ \dots \\ \mathbf{C}_{22}^j \mathbf{I}^T [\mathbf{W}_{\xi_j} - \mathbf{W}_{\xi_j} \mathbf{A}_j \mathbf{B}_j \mathbf{A}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j}] \mathbf{I} \end{array} \right\|, \\ \text{где } \mathbf{B}_j = (\mathbf{A}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j} \mathbf{A}_j)^{-1}.$$

С учетом (20) окончательно получим:

$$(\mathbf{p}_j^T)_{\text{МП}} \mathbf{I} = \mathbf{G}_j^T \left\| \begin{array}{c} \mathbf{0} \\ \dots \\ \mathbf{1} \end{array} \right\| = 1.$$

Таким образом, при использовании метода МП для оценивания элементов вектора Θ_j при $M \geq 4$ и при невырожденной конфигурации сети КС (т. е. \mathbf{D}_j — матрица полного ранга) автоматически соблюдается условие $(\mathbf{p}_j^T)_{\text{МП}} \mathbf{I} = 1$, и введения дополнительных ограничений на минимизируемую функцию (11) не требуется. Напротив, при использовании метода МАВ

$$(\mathbf{p}_j^T)_{\text{МАВ}} \mathbf{I} = \mathbf{G}_j^T [\mathbf{D}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j} \mathbf{D}_j + \mathbf{K}_{\Theta_j}^{-1}]^{-1} \mathbf{D}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j} \mathbf{I} = \\ = \mathbf{G}_j^T [\mathbf{E} + (\mathbf{D}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j} \mathbf{D}_j)^{-1} \mathbf{K}_{\Theta_j}^{-1}]^{-1} (\mathbf{D}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j} \mathbf{D}_j)^{-1} \mathbf{D}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j} \mathbf{I} = \\ = 1 - \mathbf{G}_j^T [\mathbf{D}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j} \mathbf{D}_j + \mathbf{K}_{\Theta_j}^{-1}]^{-1} \mathbf{K}_{\Theta_j}^{-1} (\mathbf{D}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j} \mathbf{D}_j)^{-1} \mathbf{D}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j} \mathbf{I} \neq 1.$$

Поэтому при использовании метода МАВ оптимизация функции (11) должна обязательно включать ограничение $\mathbf{p}_j^T \mathbf{I} = 1$. Как следует из (6), это

приведет не только к парированию влияния Δ_0 (см. (8)) или Δ_1 на точность координатных определений потребителя, но и к полной компенсации в измерениях потребителя частотно-временной составляющей погрешности спутника, так как

$$\mathbf{p}_j^T \alpha_j \mathbf{I} = \alpha_j.$$

Таким образом, оптимизация вектора \mathbf{p}_j^T должна быть направлена на компенсацию эфемеридных составляющих погрешностей. С учетом этого минимизируемую функцию с использованием метода множителей Лагранжа можно записать в виде

$$\langle \varepsilon_j^2 \rangle = \langle [\mathbf{C}_j^T \Delta \mathbf{e}_j - \mathbf{p}_j^T \hat{\mathbf{V}}^j]^2 \rangle + (\mathbf{p}_j^T \mathbf{I} - 1) \lambda \rightarrow \min_{\mathbf{p}_j}, \quad (21)$$

где вектор \mathbf{C}_j определен в (5). После безусловной минимизации (21) неизвестный множитель Лагранжа λ находится из уравнения

$$\mathbf{p}_j^T(\lambda) \mathbf{I} = 1. \quad (22)$$

По аналогии с (11) можно получить

$$\langle \varepsilon_j^2 \rangle = \langle [\mathbf{C}_j^T \Delta \mathbf{e}_j - \mathbf{p}_j^T \mathbf{H}_j \Delta \mathbf{e}_j - \mathbf{p}_j^T \xi_j]^2 \rangle + (\mathbf{p}_j^T \mathbf{I} - 1) \lambda \rightarrow \min_{\mathbf{p}_j},$$

$$F_e(\mathbf{p}) = (\mathbf{C}_j^T - \mathbf{p}_j^T \mathbf{H}_j) \mathbf{K}_{e_j} (\mathbf{C}_j - \mathbf{H}_j^T \mathbf{p}_j) + \mathbf{p}_j^T \mathbf{K}_{\xi_j} \mathbf{p}_j + (\mathbf{p}_j^T \mathbf{I} - 1) \lambda \rightarrow \min_{\mathbf{p}_j}, \quad (23)$$

где

$$\mathbf{H}_j = \mathbf{A}_j \mathbf{T}_j, \quad \dim \mathbf{H}_j = [M] \times [3];$$

$$\mathbf{K}_{e_j} = \langle \Delta \mathbf{e}_j \Delta \mathbf{e}_j^T \rangle = \text{diag} \{ \sigma_{\Delta t_j}^2, \sigma_{\Delta L_j}^2, \sigma_{\Delta n_j}^2 \}.$$

Минимум функции (23) дает решение

$$\mathbf{p}_j(\lambda) = [\mathbf{H}_j \mathbf{K}_{e_j} \mathbf{H}_j^T + \mathbf{K}_{\xi_j}]^{-1} [\mathbf{H}_j \mathbf{K}_{e_j} \mathbf{C}_j - \frac{1}{2} \lambda \mathbf{I}]. \quad (24)$$

Подставив (24) в (22), находим значение λ :

$$\lambda = \frac{2[\mathbf{C}_j^T \mathbf{K}_{e_j} \mathbf{H}_j^T [\mathbf{H}_j \mathbf{K}_{e_j} \mathbf{H}_j^T + \mathbf{K}_{\xi_j}]^{-1} \mathbf{I} - 1]}{\mathbf{I}^T [\mathbf{H}_j \mathbf{K}_{e_j} \mathbf{H}_j^T + \mathbf{K}_{\xi_j}]^{-1} \mathbf{I}}.$$

Тогда

$$(\mathbf{p}_j^T)_{\text{MAВ}} = \mathbf{C}_j^T \mathbf{K}_{e_j} \mathbf{H}_j^T [\mathbf{H}_j \mathbf{K}_{e_j} \mathbf{H}_j^T + \mathbf{K}_{\xi_j}]^{-1} - \frac{\mathbf{C}_j^T \mathbf{K}_{e_j} \mathbf{H}_j^T [\mathbf{H}_j \mathbf{K}_{e_j} \mathbf{H}_j^T + \mathbf{K}_{\xi_j}]^{-1} \mathbf{I} - 1}{\mathbf{I}^T [\mathbf{H}_j \mathbf{K}_{e_j} \mathbf{H}_j^T + \mathbf{K}_{\xi_j}]^{-1} \mathbf{I}} \mathbf{I}^T [\mathbf{H}_j \mathbf{K}_{e_j} \mathbf{H}_j^T + \mathbf{K}_{\xi_j}]^{-1}. \quad (25)$$

Нетрудно проверить, что условие $\mathbf{p}_j^T \mathbf{I} = 1$ для (25) выполняется.

С учетом обозначений

$$\mathbf{U}_j = \mathbf{K}_{e_j} \mathbf{H}_j^T [\mathbf{H}_j \mathbf{K}_{e_j} \mathbf{H}_j^T + \mathbf{K}_{\xi_j}]^{-1} =$$

$$= [\mathbf{H}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j} \mathbf{H}_j + \mathbf{K}_{e_j}^{-1}]^{-1} \mathbf{H}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j},$$

$$\dim \mathbf{U}_j = [3] \times [M];$$

$$\mathbf{Q}_j = [\mathbf{H}_j \mathbf{K}_{e_j} \mathbf{H}_j^T + \mathbf{K}_{\xi_j}]^{-1} =$$

$$= \mathbf{W}_{\xi_j} - \mathbf{W}_{\xi_j} \mathbf{H}_j [\mathbf{H}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j} \mathbf{H}_j + \mathbf{K}_{e_j}^{-1}]^{-1} \mathbf{H}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j},$$

$$\dim \mathbf{Q}_j = [M] \times [M];$$

$$\mathbf{V}_j^T = [\mathbf{I}^T \mathbf{Q}_j \mathbf{I}]^{-1} \mathbf{I}^T \mathbf{Q}_j, \quad \dim \mathbf{V}_j = [M]$$

оценка оптимальной дифференциальной поправки для потребителя, полученная по методу МАВ, будет иметь вид

$$(\hat{\Pi}^j)_{\text{MAВ}} = (\mathbf{p}_j^T)_{\text{MAВ}} \hat{\mathbf{V}}^j = \mathbf{C}_j^T \mathbf{U}_j [\mathbf{E} - \mathbf{I} \mathbf{V}_j^T] \hat{\mathbf{V}}^j + \mathbf{V}_j^T \hat{\mathbf{V}}^j,$$

или, с учетом представления (5),

$$(\hat{\Pi}^j)_{\text{MAВ}} = \mathbf{G}_j^T \hat{\Theta}_{B_j} = \mathbf{G}_j^T \left\| \begin{array}{c} \mathbf{U}_j [\mathbf{E} - \mathbf{I} \mathbf{V}_j^T] \\ \dots \dots \dots \\ \mathbf{V}_j^T \end{array} \right\| \hat{\mathbf{V}}^j. \quad (26)$$

Здесь $\hat{\Theta}_{B_j}$ — оптимальная байесова оценка эфемерид и ухода шкалы времени j -го спутника с учетом ограничения $\mathbf{p}_j^T \mathbf{I} = 1$; $\dim \Theta_{B_j} = [4]$. При этом вектор весов принимает вид:

$$(\mathbf{p}_j^T)_{\text{MAВ}} = \mathbf{G}_j^T \left\| \begin{array}{c} \mathbf{U}_j [\mathbf{E} - \mathbf{I} \mathbf{V}_j^T] \\ \dots \dots \dots \\ \mathbf{V}_j^T \end{array} \right\|. \quad (27)$$

Практический интерес представляет рассмотрение некоторых частных случаев. Можно провести минимизацию (21) без учета веса флюктуационной составляющей ξ_j (детерминистский подход) для случая $M \leq 3$. Тогда дифференциальная поправка примет вид

$$(\hat{\Pi}^j)^* = (\mathbf{p}_j^*) \hat{\mathbf{V}}^j = \mathbf{G}_j^T \hat{\Theta}_j^* = \mathbf{G}_j^T \left\| \begin{array}{c} \mathbf{U}_j^* [\mathbf{E} - \mathbf{I} (\mathbf{V}_j^*)^T] \\ \dots \dots \dots \\ (\mathbf{V}_j^*)^T \end{array} \right\| \hat{\mathbf{V}}^j, \quad (28)$$

где

$$\mathbf{U}_j^* = \mathbf{K}_{e_j} \mathbf{H}_j^T \mathbf{Q}_j^*,$$

$$\mathbf{Q}_j^* = [\mathbf{H}_j \mathbf{K}_{e_j} \mathbf{H}_j^T]^{-1},$$

$$(\mathbf{V}_j^*)^T = [\mathbf{I}^T \mathbf{Q}_j^* \mathbf{I}]^{-1} \mathbf{I}^T \mathbf{Q}_j^*.$$

При $M = 1$ получим $\mathbf{E} = 1$, $\mathbf{I} = 1$, $\mathbf{V}_j^* = 1$ и

$$(\hat{\Pi}^j)_{M=1}^* = \mathbf{G}_j^T \left\| \begin{array}{c} 1 \\ \dots \\ 0 \end{array} \right\| \hat{\mathbf{V}}^j = \hat{\mathbf{V}}^j.$$

Это показывает, что алгоритм традиционной дифференциальной коррекции по наблюдениям одной КС является частным случаем оптимального алгоритма (26).

Таким образом, на основе геометрического подхода получены отвечающие заданному критерию оптимальные статистические алгоритмы определения дифференциальных поправок к измеряемым потребителем псевдодальностям по наблюдениям сети КС. Оценки дифференциальных поправок, использующие метод МП (или МНК) обработки наблюдений сети КС, определены соотношениями (18) и (19), а оценки, базирующиеся на байесовском подходе, определены выражениями (26) — (28).

Средние квадратичные погрешности дифференциальной коррекции для конкретных условий навигационных определений (количества КС в сети и класса аппаратно-программных средств КС и АП) могут быть рассчитаны по формуле (29) с использованием выражений (19), (27) и (28).

$$\sqrt{\langle \varepsilon_j^2 \rangle} = \sqrt{\sigma_{\Theta_j}^2 + \langle (\varepsilon_{\text{атм}j}^*)^2 \rangle + \sigma_{\eta_j}^2 + \sigma_{\delta_j}^2}, \quad (29)$$

где $\sigma_{\Theta_j}^2 = (\mathbf{G}_j^T - \mathbf{p}_j^T \mathbf{D}_j) \mathbf{K}_{\Theta_j} (\mathbf{G}_j^T - \mathbf{p}_j^T \mathbf{D}_j)^T$ — дисперсия остаточной погрешности компенсации эфемеридно-временных погрешностей наблюдений; $\sigma_{\eta_j}^2 = \mathbf{p}_j^T \mathbf{K}_{\eta_j} \mathbf{p}_j$ — дисперсия дифференциальной коррекции, обусловленная неточной синхронизацией часов КС; $\sigma_{\delta_j}^2 = \mathbf{p}_j^T \mathbf{K}_{\delta_j} \mathbf{p}_j$ — дисперсия дифференциальной коррекции из-за флуктуационных погрешностей наблюдений КС. Дисперсия атмосферной составляющей погрешностей дифференциальной коррекции равна:

$$\langle (\varepsilon_{\text{атм}j}^*)^2 \rangle = (k_{\text{ион}} \mathbf{p}_j^T \Delta_j^{\text{ион}})^2 + (k_{\text{тр}} \mathbf{p}_j^T \Delta_j^{\text{тр}})^2,$$

если осуществляется атмосферная коррекция наблюдений КС в центре обработки сети, а потребитель осуществляет автономную коррекцию своих наблюдений;

$$\langle (\varepsilon_{\text{атм}j}^*)^2 \rangle = (k_{\text{ион}} [\Delta_{\Pi_j}^{\text{ион}} - \mathbf{p}_j^T \Delta_j^{\text{ион}}])^2 + (k_{\text{тр}} [\Delta_{\Pi_j}^{\text{тр}} - \mathbf{p}_j^T \Delta_j^{\text{тр}}])^2,$$

если осуществляется атмосферная коррекция у потребителя (в том числе и наблюдений сети КС); при использовании двухчастотных измерений на КС и в АП можно принять $k_{\text{ион}} = 0$.

Для сети из четырех или более КС при обработке наблюдений методом МП (или МНК) с оценкой текущих расхождений шкал времени КС по результатам высокоточных фазовых наблюдений

$$\sigma_{\Theta_j}^2 = 0; \sigma_{\eta_j}^2 \approx 0 \quad \text{и} \quad \sigma_{\delta_j}^2 = \mathbf{G}_j^T [\mathbf{D}_j^T \mathbf{W}_{\xi_j} \mathbf{D}_j]^{-1} \mathbf{G}_j.$$

Для оценки атмосферной составляющей погрешностей дифференциальной коррекции могут быть использованы модели высотного профиля показателя преломления тропосферы и ионосферы, рассмотренные в [16, 17].

Предложенный методический подход и алгоритмы обработки координатных наблюдений сети КС нетрудно по аналогии распространить на случай обработки и псевдоскоростных наблюдений. При этом нужно иметь в виду, что эфемеридные составляющие погрешности псевдоскоростных измерений соизмеримы с другими составляющими и значительно меньше, чем, например, составляющая преднамеренного изменения частоты излучения спутников GPS в режиме SA. Кроме того, для тех КА, которые движутся в слое ионосферы в зоне максимальной электронной концентрации $H = 200 \dots 600$ км, ионосферная погрешность может существенно превышать другие составляющие (кроме воздействия режима SA GPS), а дифференциальная коррекция ионосферной составляющей погрешности наблюдений высокодинамичных потребителей на высотах $H \ll 150$ км с использованием наблюдений наземной сети КС может, как показывают исследования, не повысить, а даже уменьшить точность навигационных определений.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ И РЕКОМЕНДАЦИИ

Изложенный анализ и методический подход к реализации спутниковой дифференциальной навигации позволили получить оптимальные алгоритмы обработки наблюдений сетей КС, удовлетворяющие требованию информационной совместимости дифференциальной подсистемы GNSS и массовой серийной аппаратуры потребителей через унифицированные GNSS-форматы, а также определить общие рекомендации по обработке информации и построению сетей КС.

Полученные в работе алгоритмы обработки наблюдений сетей КС базируются на геометрическом подходе, не учитывающем модели движения спутников GPS и ГЛОНАСС. Потенциальные возможности реализации такого подхода с использованием геометрического метода обработки кодовых и фазовых наблюдений сетей КС различной протяженности описаны в [1, 8, 18], а алгоритм определения широкозонных дифференциальных поправок приведен в [7]. Как показано в [1, 8, 18], погрешности (СКО) дифференциальной коррекции сетей КС протяженностью порядка 1000 км (территория Украины), не превысит 1.0—1.5 дм для координат и 0.4 см/с для составляющих вектора скорости потре-

бителя при абсолютных определениях, а при относительных определениях СКО погрешности разности дифференциальных коррекций псевдодальностей составит $(1-2) \cdot 10^{-8}$ от длины измерительных базисов. При этом погрешности МНК-оценок эфемеридных и частотно-временных параметров навигационных спутников соизмеримы с погрешностями бортовой оперативной информации и отличаются, во-первых, сильной коррелированностью (что обуславливает высокую точность вычисления дифференциальных коррекций псевдодальностей и псевдоскоростей потребителя), а во-вторых — флюктуационным характером этих погрешностей. Таким образом, применение даже чисто геометрического подхода без использования априорной информации о движении навигационных спутников позволяет удовлетворить современные требования абсолютного большинства потребителей к точности навигационного обеспечения [13]. Геометрическое решение даже большой системы 350—500 уравнений со 100—130 неизвестными, включая расхождения шкал времени и частоты КС является достаточно простым и надежным в реализации [7]. Тем не менее, представляется целесообразным применение даже в региональных сетях КС смешанного орбитально-геометрического подхода, использующего как модели движения спутников (на коротких дугах), так и моделей поведения часов КС, что особенно эффективно при оснащении КС рубидиевыми или цезиевыми стандартами. Использование моделей движения навигационных спутников, моделей поведения часов КС и интервального совместного оценивания эфемеридно-временных параметров спутников и расхождений шкал времени КС сети позволит выполнить эффективную вторичную фильтрацию определений, реализовать адаптивный байесовский подход и повысить информационную надежность дифференциальной подсистемы в целом. Как показано в работе [9], использование моделей движения навигационных спутников при обработке наблюдений от сети станций слежения, размещенной в пределах территории России, позволяет повысить точность определения координатных эфемеридно-временных параметров (по сравнению с геометрическим методом) в 3—4 раза, а скоростных — на два порядка. Это предоставляет возможность расширить зону действия сети КС, т. е. позволит производить высокоточные навигационные определения не только на территории дислокации сети, но и далеко за ее пределами. Наконец, моделирование орбит спутников и поведения часов КС дает возможность повысить надежность разрешения неоднозначности и восстановления скачков («слипов») фазовых наблюдений на больших изме-

рительных базисах, обеспечить достоверную оценку статистических характеристик погрешностей эфемеридно-временных параметров навигационных спутников и повысить надежность и достоверность контроля целостности СРНС.

Очевидно, все перечисленные преимущества введения априорных моделей в обработку наблюдений достигаются ценой существенного ее усложнения и использования дорогостоящей высокопроизводительной вычислительной техники в центрах обработки информации, что для локальных сетей КС может оказаться неприемлемым. При проектировании конкретных сетей КС с заданной областью дислокации, предназначенных для обеспечения дифференциального режима наблюдений заданных классов потребителей (приземные потребители, самолеты, космические аппараты и т. п.), необходимо найти разумный компромисс между геометрическим и орбитальным подходами к обработке наблюдений сети. Для этого можно воспользоваться результатами данной работы и на основе компьютерного моделирования провести сопоставительный анализ точности определения параметров дифференциальной коррекции методами МП (МНК) и МАВ. Одновременно необходимо оценить устойчивость к нарушениям предположений об априорном законе распределения оцениваемых параметров, т. е. определить влияние погрешностей априорных статистических характеристик определяемых параметров на точность дифференциальной коррекции. Это позволит определить целесообразность введения априорных моделей, требуемую точность их задания и степень усложнения алгоритмов обработки наблюдений.

При проектировании сетей КС следует учитывать и следующие общие рекомендации:

- целесообразно использовать в сети однотипные КС, особенно при малых базисах (сети «одного созвездия»), чтобы не осуществлять дополнительную оценку расхождений шкал времени;

- для сетей КС с измерительными базисами более 1000 км необходимо включать в обработку информации фазовые наблюдения для высокоточной синхронизации шкал времени КС и повышения точности эфемеридно-временных определений;

- геометрическая конфигурация сети КС должна по крайней мере исключать возникновение «выбросов» значений геометрического фактора и, вследствие этого, неустойчивого функционирования программного обеспечения обработки наблюдений КС.

Автор выражает признательность профессору Э. Н. Хомякову за полезное обсуждение данной работы, замечания и рекомендации.

1. Верешак А. П., Жалило А. А., Ноздрин И. Г., Флерко С. Н. Потенциальные возможности реализации широкозонной дифференциальной навигации по сигналам спутниковых радионавигационных систем GPS и ГЛОНАСС в Украине // Космічна наука і технологія.—1998.—4, № 5/6.—С. 95—100.
2. Глобальная навигационная спутниковая система ГЛОНАСС. Интерфейсный контрольный документ. — М.: Координационный научно-информационный центр ВКС РФ, 1995.—53 с.
3. Жданюк Б. Ф. Основы статистической обработки траекторных измерений. — М.: Сов. радио, 1978.—350 с.
4. Планирование глобальной радионавигации // Сб. тр. Второй международной конф. — М., 1997.—Том 1, 2.
5. Репин В. Г., Тартаковский Г. П. Статистический синтез при априорной неопределенности и адаптация информационных систем. — М.: Сов. радио, 1977.—432 с.
6. Фалькович С. Е., Хомяков Э. Н. Статистическая теория измерительных радиосистем. — М.: Радио и связь, 1981.—288 с.
7. Флерко С. Н. Алгоритмы оценивания эфемеридно-временных параметров спутников систем GPS и ГЛОНАСС // Информатика: Сб. научн. тр. — Киев: Наук. думка, 1998. Вып. 5.—С. 165—169.
8. Флерко С. Н. Реализация высокоточной спутниковой широкозонной навигации // Информационные системы: Сб. науч. тр. — Харьков: НАНУ, ПАНИ, ХВУ, 1998.—Вып. 2(10).—С. 72—76.
9. Хомяков Э. Н., Трикоз Д. В., Шаповалов С. Г., Наумова Е. Э. Основные задачи статистической обработки измерительной информации на контрольных станциях глобальной спутниковой радионавигационной системы // Авиационно-космическая техника и технология. Сб. научн. тр.: — Харьков: ХАИ им. Н. Е. Жуковского, 1997.—С. 358—362.
10. Ashkenazi V., Chao C., Chen W. et al. High precision wide area DGPS // Proc. of the 5th International Conf. on DSNS'96, St. Petersburg, Russia, May 20—24, 1996. — St. Petersburg, 1996.—Vol. 1.—paper N 8.
11. Breeuwer E., Moelker D.-J., van Goor S. P., et al. A precision approach to differential GNSS interoperability // Proc. of the 5-th International Conf. on DSNS'96, St. Petersburg, Russia, May 20—24, 1996. — St. Petersburg, 1996.—Vol. 1.—paper N 15.
12. Differential Satellite Navigational System // Proc. of the 5th International Conf. on DSNS'96, St. Petersburg, Russia, May 20—24, 1996. — St. Petersburg, 1996.—Vol. 1, 2.
13. Federal Radionavigation Plan 1996 // Department of Transportation and Department of Defense. — OMB N 0704—0188. — USA, 1996.—212 p.
14. Global Navigation Satellite System // Proc. of the 2nd European Symp. on GNSS'98, Toulouse, France, October 23—25, 1998. — Toulouse, 1998.—Vol. 1—3.
15. ICAO GNSS DRAFT SARPS (GNSS standards and recommended practices). — Ver.4.0. — August 28, 1997.
16. Jin X., C. De Jong. Improvement of DGPS Performance in Medium Areas by Using a Network of DGPS Reference Stations // Proc. of the 5th International Conf. on DSNS-96. — St. Petersburg, Russia, May 20—24, 1996. — St. Petersburg, 1996.—Vol. 1.—paper N 34.
17. Okkers R. The applications of multi reference station DGPS correction data enhancing user position accuracy in a wide area // Proc. of the 5-th International Conf. on DSNS'96. — St. Petersburg, Russia, May 20—24, 1996. — St. Petersburg, 1996.—Vol. 2.—poster N 14.
18. Vereshchak A. P., Piskorz V. V., Zhalilo A. A., et. al. The navigation service concept and the possibilities of realization of GNSS-1 wide area differential subsystem in Ukraine // Proc. of the 2nd European Symp. on GNSS'98. — Toulouse, France, October 23—25, 1998. — Toulouse, 1998.—Vol. 1.—P. 1—5.

**METHODOLOGICAL APPROACH AND ALGORITHMS
FOR THE REALIZATION OF A DIFFERENTIAL METHOD
OF SATELLITE NAVIGATION BASED
ON THE OBSERVATIONS OF REFERENCE STATION
NETWORK**

A. A. Zhalilo

We propose the methodology of constructing reference station networks for the GPS/GLONASS differential navigation and processing the measurements. Based on the geometrical approach, the optimum algorithms of processing the observations of reference station networks are developed, and recommendations for the creation of regional and local differential GPS/GLONASS subsystems are worked out.