ISSN 1561-8889. *Космічна наука і технологія. 1999. Т 5. № 4. С. 93—97.*

УДК 629.78

Рынок запусков космических объектов (теория вопроса)

В. Ф. Присняков, Л. М. Приснякова

Дніпропетровський державний університет

Надійшла до редакції 14.01.99

Метою роботи є розробка математичної моделі попиту та пропозиції ринкової економіки взагалі, та ринку космічних послуг зокрема. Теоретична формула попиту порівнюється з кривими попиту, отриманими фірмою Боїнг. Визначена рівноважна ринкова ціна. Розглянута динаміка космічного ринку. Розрахунки проведені для параметрів, близьких до ринку космічних послуг.

ВВЕДЕНИЕ

Сложность математического моделирования экономических процессов объясняется их нестационарностью, а также невозможностью ставить идеализированные экономические эксперименты. Поэтому математическое описание таких важнейших характеристик в экономике, как функции спроса и предложения, отсутствует. Несмотря на то, что рынок представляет собой институт, в котором контактирует человек-покупатель (предъявитель спроса) и продавец (представитель предложения) отдельных товаров и услуг, достижения психологии практически не используются в экономике, хотя ясно, что этот контакт носит и психологический характер. Необходимость теоретического описания рынка космической техники вызывается, прежде всего, его короткой историей, отсутствием каких-либо эмпирических данных, секретностью большей части экономических и технологических показателей РКТ.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПРЕДПОСЫЛКИ

Под спросом подразумевают покупку в течение некоторого времени определенного продукта как реакцию на его цену. Связь между величиной спроса продукта в единицу времени (темпа спроса) и его ценой, которую потребители готовы заплатить, называют *кривой спроса*. Как видно из рис. 1, уменьшение цены p ведет к увеличению величины спроса, и наоборот. Эту кривую спроса можно трактовать как реакцию покупателя в виде принимаемого решения о покупке товара на «раздражение» в виде его цены.

При рассмотрении теоретической модели кривой спроса мы будем учитывать два основных фактора — темп спроса $\bar{Q}_d$ и цену товара p (остальные факторы принимаются неизменными).

Если цена на товар уменьшается, то он становится более привлекательным для потенциальных покупателей.

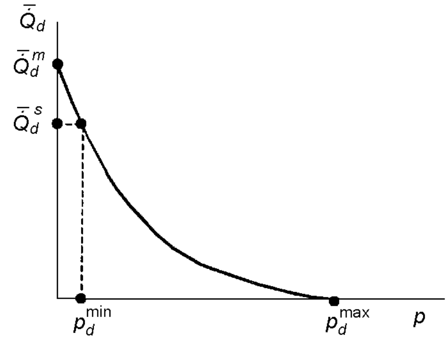

Рис. 1. Кривая спроса

© В. Ф. ПРИСНЯКОВ, Л. М. ПРИСНЯКОВА, 1999

В настоящей модели мы будем исходить из психофизических представлений о человеческих действиях: кривая спроса является следствием принятия решения человеком после воздействия «раздражителем» в виде цены товара [2]. Примем, что уменьшение темпа спроса $d\dot{Q}_d$ за время $d\tau$ определяется уменьшением числа потенциальных для цены $p + dp$ покупателей. Это уменьшение будет пропорционально темпу потребления $\dot{Q}_d$, уменьшенному на некий темп потребления товара $\dot{Q}_d^\infty$, который будут покупать всегда, независимо от роста цен. Поэтому временная модель спроса может быть представлена следующим дифференциальным уравнением:

$$\frac{d\dot{Q}_d}{d\tau} = -\frac{\dot{Q}_d - \dot{Q}_d^\infty}{T}, \qquad (1)$$

где T — постоянная времени процесса изменения спроса (или, точнее, постоянная времени доведения до покупателей изменения цен на товары — время, в течение которого параметры изменяются на 2/3 своей номинальной величины).

Решение этого уравнения имеет следующий вид (при начальном условии $\tau = 0$, $\dot{Q}_d = \dot{Q}_d^m$):

$$\bar{\dot{Q}}_d = \bar{\dot{Q}}_d^\infty + (1 - \bar{\dot{Q}}_d^\infty)\exp(-\bar{\tau}), \qquad (2)$$

где

$$\bar{\dot{Q}}_d^\infty = \dot{Q}_d^\infty / \dot{Q}_d^m; \quad \bar{\tau} = \tau/T; \quad \bar{\dot{Q}}_d = \dot{Q}_d / \dot{Q}_d^m.$$

В качестве нормирующей величины введен темп максимального спроса $\dot{Q}_d^m$, когда его цена настолько мала, что товар могут покупать не только для непосредственного потребления, но и в запас или даже для других потребностей. Очевидно, что величина $\dot{Q}_d^m$ определяется возможностями производства.

Другая наибольшая величина спроса товара $\dot{Q}_d^s$ соответствует возможностям его полного удовлетворения (полного насыщения товаром) при некоторой минимальной приемлемой цене p_d^{min}. Мы считаем, что $\dot{Q}_d^m \approx \dot{Q}_d^s$, и в качестве нормирующей приняли $\dot{Q}_d^m$.

Так как $\dot{Q}_d = f(p(\tau))$, то (1) можно переписать следующим образом:

$$\frac{d(\bar{\dot{Q}}_d - \bar{\dot{Q}}_d^\infty)}{\bar{\dot{Q}}_d - \bar{\dot{Q}}_d^\infty} = -\frac{dp}{\dot{p}T}, \qquad (3)$$

где $\dot{p} = dp/d\tau$ — темп изменения цены на товар (считаем постоянной величиной).

В качестве нормирующей величины для цены примем произведение $p_d = \dot{p}T$, что позволяет оперировать в дальнейшем безразмерной ценой $\bar{p} = p/p_d = p/(\dot{p}T)$. Решение уравнения (3) при граничном условии $\bar{p} = 0$, $\dot{Q}_d = 1$ представляет вид теоретической кривой спроса следующим образом:

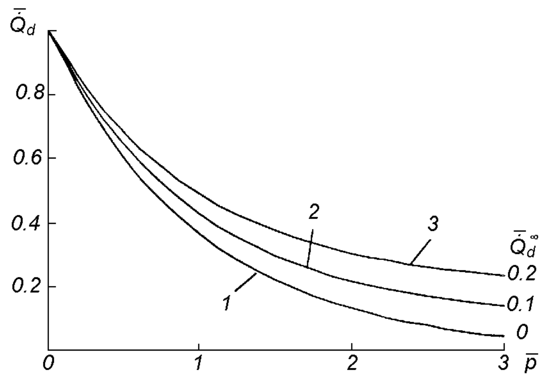

Рис. 2. Теоретическая кривая спроса, рассчитанная по формуле (4)

$$\bar{\dot{Q}}_d = \bar{\dot{Q}}_d^\infty + (1 - \bar{\dot{Q}}_d^\infty)\exp(-\bar{p}). \qquad (4)$$

Отсюда нетрудно найти выражение для эластичности спроса

$$\frac{\partial \bar{\dot{Q}}_d}{\partial \bar{p}} = -(1 - \bar{\dot{Q}}_d^\infty)\exp(-\bar{p}). \qquad (5)$$

Кривая спроса, рассчитанная по формуле (4) при разных значениях параметра $\dot{Q}_d^\infty$, представлена на рис. 2. Как видно, эта кривая качественно соответствует обычным изображениям кривых спроса.

В настоящее время известны кривые спроса запусков космических объектов, представленные фирмой «Боинг». Кривые спроса, показанные на рис. 3, дают зависимость годовых потребностей массы разных аппаратов на низкой орбите для трех случаев прогнозов: низкой, средней и высокой вероятности. Мы определили для каждого случая величину максимального спроса $\dot{Q}_d^m$, нормирующую цену p_d и минимальный постоянный спрос на массу запускаемых объектов $\dot{Q}_d^\infty$. Расчетные кривые получены по (4); точки — прогноз спроса на космические услуги по данным фирмы «Боинг». Как хорошо видно, теоретическое выражение для кривой спроса соответствует реальным прогнозам, что позволяет рекомендовать формулу (4) к использованию на практике, для анализа и управления процессом спроса на космическую продукцию. Из рассмотрения кривых видно, что вначале при малых относительных ценах (до $\bar{p} < 2$) имеет место резкий спад спроса с увеличением цены, а затем масса космических объектов на орбите практически становится независимой от цены, т. е. темп запусков, равный 5÷7 %

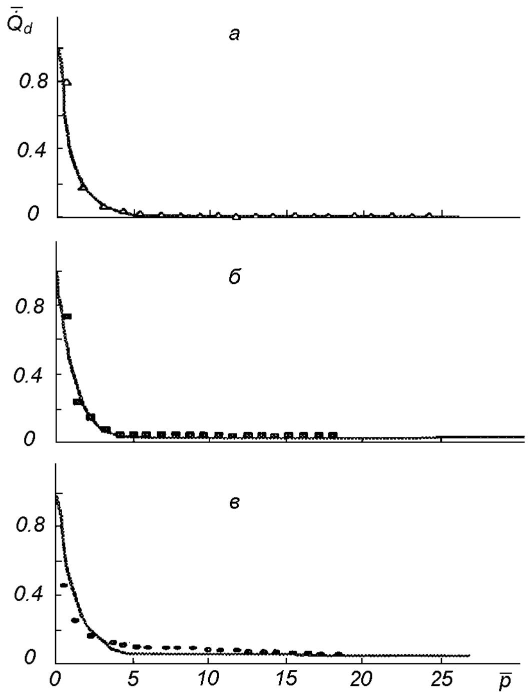

Рис. 3. Кривые спроса запусков космических объектов (темпа спроса на массу космических объектов на низкой орбите в год) по прогнозам фирмы «Боинг» (точки) и расчет по (4): *а* — низкая вероятность; *б* — средняя вероятность; *в* — высокая вероятность

от максимально возможного, будет реализовываться всегда.

ФОРМУЛА ПРЕДЛОЖЕНИЯ

Если Q — абсолютное количество товара на рынке в момент τ, равное

$$Q(\tau) = \Theta\dot{Q}_d\,, \tag{6}$$

где Θ — время пребывания товара на рынке, то балансовое уравнение для этого товара можно записать следующим образом:

$$\frac{dQ}{d\tau} = \dot{Q}_s(\tau - \tau_s) - \dot{Q}_d\,, \tag{7}$$

где τ_s — время, определяющее темп производства новой партии товара от принятия решения о его выпуске до его поступления на рынок; $\dot{Q}_s$ — поток товаров, поступающих из предприятий на рынок (т. е. темп предложения).

Функцию с запаздыванием $\dot{Q}_s(\tau - \tau_s)$ запишем в виде:

$$\dot{Q}_s(\tau - \tau_s) = \dot{Q}_s(\tau) - \tau_s\frac{d\dot{Q}_s(\tau)}{d\tau}\,. \tag{8}$$

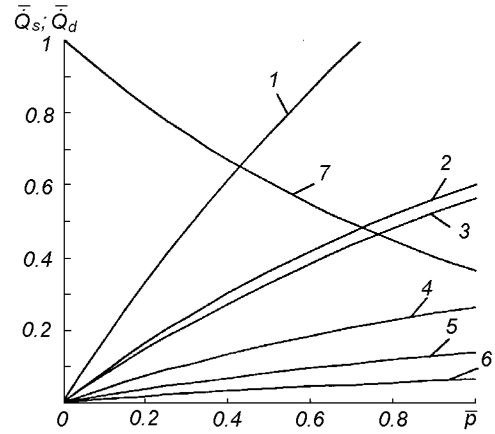

Рис. 4. Кривые предложения и спроса, рассчитанные по формуле (10)

Тогда дифференциальное уравнение предложения запишется следующим образом:

$$\frac{d\bar{\dot{Q}}_s}{d\bar{p}} - \frac{\bar{\dot{Q}}_s}{\bar{\tau}_s} = \frac{(\bar{\Theta} - 1)(1 - \bar{\dot{Q}}_d^\infty)}{\bar{\tau}_s}\exp(-\bar{p}) - \frac{\bar{\dot{Q}}_d^\infty}{\bar{\tau}_s}\,, \tag{9}$$

где $\bar{\tau}_s = \tau_s/T$; $\quad \bar{\Theta} = \Theta/T$.

Решение этого уравнения дает функцию, определяющую предложение:

$$\bar{\dot{Q}}_s = \psi\left\{\exp\left[\frac{\bar{p} - (1 + \bar{\tau}_s)\bar{p}_0}{\bar{\tau}_s}\right] - \exp(-\bar{p})\right\} + \\ + \bar{\dot{Q}}_d^\infty\left[1 - \exp\left(\frac{\bar{p} - p_0}{\bar{\tau}_s}\right)\right], \tag{10}$$

где

$$\psi = \frac{(\bar{\Theta} - 1)(1 - \bar{\dot{Q}}_d^\infty)}{1 + \bar{\tau}_s}\,.$$

В частном случае нулевой себестоимости ($p_0 = 0$) имеем простейший вид функции предложения

$$\bar{\dot{Q}}_s = \psi[\exp(\bar{p}/\bar{\tau}_s) - \exp(-\bar{p})] + \\ + \bar{\dot{Q}}_d^\infty[1 - \exp(\bar{p}/\bar{\tau}_s)]. \tag{11}$$

Как видно из формулы (10), на кривую предложения влияют: время пребывания товара на рынке Θ, время запаздывания выпуска товара τ_s, себестоимость товара p_0, цена товара p и темп ее изменения $\dot{p}$, постоянная времени процесса изменения спроса T. Кроме того, в предложенной модели функция предложения зависит от всех величин, которые влияют и на спрос, ибо вместо $\exp(-\bar{p})$ можно поставить равную величину $\dot{Q}_d$.

Из формулы (10) нетрудно найти и выражение

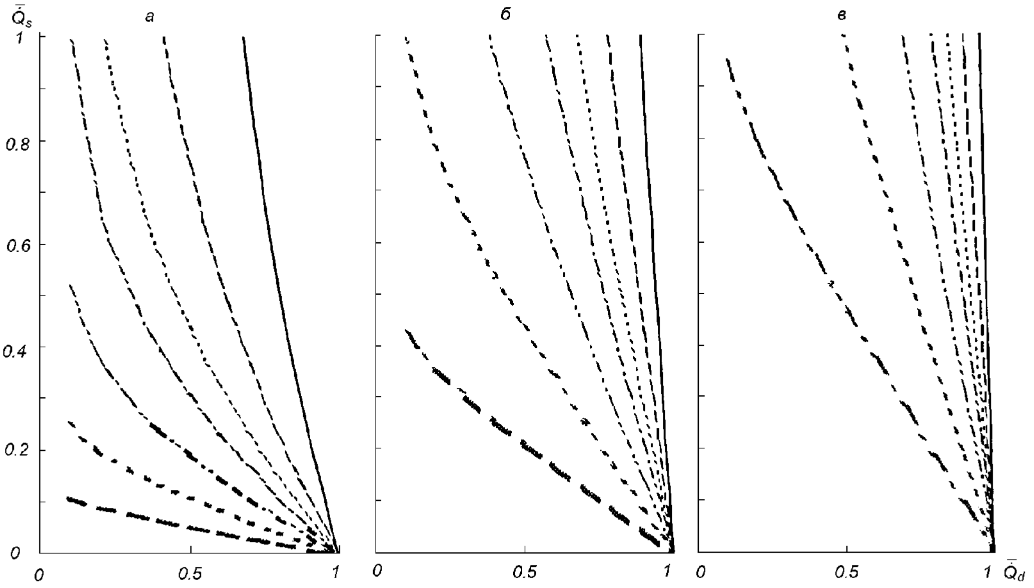

Рис. 5. Зависимость предложения от спроса для различных $\bar{\tau}_s$

для эластичности предложения:

$$\frac{\partial \bar{\dot{Q}}_s}{\partial \bar{p}} = \psi\left\{\frac{1}{\bar{\tau}_s}\exp\left[\frac{\bar{p} - (1+\bar{\tau}_s)\bar{p}_0}{\bar{\tau}_s}\right] + \exp(-\bar{p})\right\} - $$
$$- \frac{\bar{\dot{Q}}^{\infty}}{\bar{\tau}_s}\exp\left(\frac{\bar{p} - \bar{p}_0}{\bar{\tau}_s}\right). \qquad (12)$$

При помощи приведенных зависимостей можно анализировать влияние различных факторов на эластичность предложения. Напомним, что спрос считается эластичным, когда $\partial\dot{Q}/\partial\bar{p} > 1$, и неэластичным в противном случае.

На рис. 4 представлены расчеты по (10) при различных значениях времени пребывания товара на рынке Θ (и равных других параметрах $\bar{\tau}_s$, $\bar{p}_0$, $\dot{Q}_d^{\infty}$). Видно, что уменьшение этого времени уменьшает эластичность предложения. Из анализа (10) или (11) также следует, что увеличение времени запаздывания выпуска товара $\bar{\tau}_s$ уменьшает эластичность предложения. При $\bar{\tau}_s \to 0$ линия предложения приближается к оси ординат, т. е. становится вертикальной. Видно также, что увеличение цены увеличивает темп предложения.

РАВНОВЕСНАЯ ЦЕНА

Если привести на одном графике кривые спроса и предложения, то они пересекутся в точке, которая представляет собой рыночную, или равновесную цену. Выражение равновесной цены можно получить при приравнивании выражений (4) и (10) (или (11)), т. е. при $\dot{Q}_s(\bar{p} = \bar{p}^*) = \dot{Q}_d(p = p^*)$, где $\bar{p}^*$ — равновесная цена. Для частного случая пренебрежения величиной себестоимости товара (т. е. для $p_0 = 0$) и для простоты при $\dot{Q}_d^{\infty} = 0$ имеем следующую простейшую формулу для $\bar{p}^*$:

$$\bar{p}^* = \frac{\bar{\tau}_s}{(1+\bar{\tau}_s)}\ln\left(\frac{\bar{\Theta} + \bar{\tau}_s}{\bar{\Theta} - 1}\right). \qquad (13)$$

Видно, что равновесная цена является функцией τ_s, Θ, T, $\dot{p}$, т. е. основными факторами, влияющими на равновесную цену, являются *временные факторы*. Равновесная цена полностью соответствует общественной стоимости товара, т. е. продукта изготовлено столько, сколько нужно покупателю. Эту величину можно вычислить, например, по формуле (4) при подстановке в нее значения равновесной цены:

$$(\bar{\dot{Q}}_d)_* = \exp\left[\ln\left(\frac{\bar{\Theta} + \bar{\tau}_a}{\bar{\Theta} - 1}\right)^{-\bar{\tau}_s/(1+\bar{\tau}_s)}\right] =$$
$$= \left(\frac{\bar{\Theta} + \bar{\tau}_a}{\bar{\Theta} - 1}\right)^{-\bar{\tau}_s/(1+\bar{\tau}_s)}. \qquad (14)$$

Видно, что величина спроса (равная величине предложения) на товар для удовлетворения потребностей покупателей, которых устраивает определенная цена, зависит тоже от временных факторов — τ_s, Θ и T.

Интересно в этой связи найти время, в течение которого на рынке устанавливается равновесие между спросом и предложением. Нестационарное состояние системы «спрос-предложение» описывается уравнением

$$\bar{\tau}_s \frac{d\bar{\dot{Q}}_s}{d\bar{\tau}} - \bar{\dot{Q}}_s = (\bar{\Theta} - 1)(1 - \bar{\dot{Q}}_d^\infty)\exp(-\bar{\tau}) - \bar{\dot{Q}}_d^\infty. \quad (15)$$

Решение этого уравнения может быть представлено таким образом (при начальном условии $\tau = 0$, $\dot{Q}_s^\infty = 0$):

$$\bar{\dot{Q}}_s = \frac{(\bar{\Theta} - 1)(1 - \bar{\dot{Q}}_d^\infty)}{(1 + \bar{\tau}_s)}[\exp(\bar{\tau}/\bar{\tau}_s) - \exp(-\bar{\tau})] + $$
$$+ \bar{\dot{Q}}_d^\infty [1 - \exp(\bar{\tau}/\bar{\tau}_s]. \quad (16)$$

Приравнивая это выражение для $\bar{\dot{Q}}_s$ формуле (2) для $\dot{Q}_d$, получаем значения промежутка времени, за который спрос сравняется с предложением:

$$\bar{\tau}^* = \frac{\bar{\tau}_s}{(1 + \bar{\tau}_s)} \ln\left(1 + \frac{1}{\psi - 1}\right). \quad (17)$$

ДИНАМИКА СИСТЕМЫ «СПРОС-ПРЕДЛОЖЕНИЕ»

Свяжем между собой темп спроса $\dot{Q}_d$ и предложения $\dot{Q}_s$, для чего воспользуемся формулами (2) и (15). Исключив время, получим (для простоты при $\dot{Q}_d^\infty = 0$):

$$\bar{\dot{Q}}_s = \psi\left(\bar{\dot{Q}}_d^{-1/\bar{\tau}_s} - \bar{\dot{Q}}_d\right). \quad (18)$$

Расчеты по этой формуле при различных значениях временных факторов Θ, $\bar{\tau}_s$, T представлены на рис. 5, откуда хорошо видно, что с увеличением спроса предложение уменьшается по гиперболе. С увеличением параметра $\psi = \dfrac{1 - \bar{\theta}}{1 + \bar{\tau}_s}$ за счет увеличения времени пребывания товара на рынке Θ при фиксированном $\bar{\tau}_s$ кривая $\bar{\dot{Q}}_s = f(\bar{\dot{Q}}_d)$ сдвигается *вверх—вправо*, а с увеличением времени запаздывания $\bar{\tau}_s$ крутизна этой кривой уменьшается. Отметим, что численные значения принятых параметров $\bar{\tau}_s$ и $\bar{\theta}$ ориентировочно выбирались близкими к их значениям в ракетно-космической технике.

Систему «спрос—предложение» можно представить как звено регулирования, на вход в которое подается отклонение предложения $\delta\dot{Q}_s$, а на выходе — отклонение спроса $\delta\dot{Q}_d$. Записывая в отклонениях уравнение (7) с учетом (6), т. е.

$$\Theta \frac{d\delta\dot{Q}_d}{d\tau} = \delta\dot{Q}_s(\tau - \tau_s) - \delta\dot{Q}_d\,, \quad (19)$$

получаем после преобразования Лапласа

$$(1 + s\Theta)\delta\bar{\dot{Q}}_d(s) = \exp(-s\tau_*)\delta\bar{\dot{Q}}_s(s) \quad (20)$$

выражение для передаточной функции

$$W(s) = \frac{\delta\bar{\dot{Q}}_d(s)}{\delta\bar{\dot{Q}}_s(s)} = \frac{\exp(-s\tau_*)}{1 + s\Theta}. \quad (21)$$

Переходная функция системы «спрос—предложение» получается, как известно из ТАР, в случае предложения в виде единичной ступенчатой функции

$$\delta\bar{\dot{Q}}_s = 1(\tau) = \begin{cases} 1, & \tau > 0, \\ 0, & \tau \le 0. \end{cases} \quad (22)$$

из решения уравнения (19) при условии (22):

— при $\tau \ge \tau_s$: $\delta\bar{\dot{Q}}_d = 1 - \exp\left(\dfrac{\tau_s - \tau}{\Theta}\right)$;

— при $\tau < \tau_s$: $\delta\bar{\dot{Q}}_d = 0$.

В заключение отметим, что рассмотренным способом можно получить и исследовать другие передаточные функции, например, если на вход подавать не $\delta\dot{Q}_s$, а определяемое при помощи, например, (19) отклонение цены $\delta\bar{p}$.

1. Присняков В. Ф. Введение в нестационарную макроэкономику. Учеб. пособие. — Днепропетровск: ДГУ, 1996.— 124 с.
2. Присняков В. Ф., Приснякова Л. М. Математическое моделирование переработки информации оператором человеко-машинных систем. — М.: Машиностроение, 1990.—200 с.

SPACE SERVICE MARKET (THEORETICAL ASPECT)

V. F. Prisniakov and L. M. Prisniakova

We propose a mathematical model of the demand and supply in the market economics and in the market of space services, in particular. A theoretical demand formula and a real curve demand are compared. The market equilibrium price is defined. The space market dynamics is studied. The calculations are carried out for the parameters which are close to the market of space services.