

УДК 621.396.96

**Мониторинг геометрической конфигурации
многобазисной сети широкозонной
дифференциальной подсистемы спутниковых
радионавигационных систем GPS и ГЛОНАСС**

А. А. Жалило¹, С. Н. Флерко², А. И. Яковченко¹

¹Науково-дослідний Інститут радіовимірювань, Харків

²Харківський військовий університет

Надійшла до редакції 02.07.98

Подаются методика та оцінка точності періодичного уточнення (моніторингу) взаємних координат фазових центрів приймальних антен контрольних станцій широкозонної диференційної підсистеми супутникових радіонавігаційних систем GPS і ГЛОНАСС за власними результатами вимірювань підсистеми. Показано спосіб оптимальної трансформації вихідної багатопараметричної системи рівнянь з метою оптимізації реалізації та підвищення стійкості обчислювальних процедур при оцінці інформаційних параметрів. Отримані алгоритми визначення параметрів і оцінки потенціальної точності взаємної геодезичної прив'язки контрольних станцій на прикладі рекомендованої до розгортання в Україні широкозонної диференційної підсистеми.

ВВЕДЕНИЕ

Дифференциальные методы навигации по сигналам спутниковых радионавигационных систем (СРНС) GPS и ГЛОНАСС широко и успешно используются для повышения точности и надежности координатно-временных определений в различных областях хозяйственной, оборонной и научной деятельности. В последнее время, в связи с ужесточением требований различных гражданских потребителей СРНС к координатно-временному обеспечению и стремлением к достижению максимально возможной независимости от политики военных ведомств, особое внимание уделяется объединению пунктов дифференциальной навигации (контрольных станций или КС) в сети международной системы GNSS (Global Navigation Satellite System — глобальная навига-

онная система, объединяющая СРНС GPS и ГЛОНАСС, а также распределенные по земной поверхности их дифференциальные подсистемы, для использования в целях гражданских потребителей), которые покрывают значительные территории земной поверхности.

При создании дифференциальных сетей, которые совмещают принципы широкозонной и традиционной дифференциальной навигации, важнейшим требованием обеспечения высокого уровня точности формирования дифференциальной корректирующей информации (ДКИ) к координатно-временным измерениям потребителей GPS/ГЛОНАСС является высокоточная геодезическая привязка фазовых центров приемных антенн пунктов многобазисной сети дифференциальной навигации (далее координаты КС сети). Это связано с тем, что координаты

КС непосредственно входят в систему уравнений, из решения которой и определяется вектор составляющих широкозонных дифференциальных поправок [7] к наблюдениям спутников GPS/ГЛОНАСС.

Современные требования по геодезической привязке КС на этапах развертывания сетей дифференциальной навигации составляют сантиметровой уровень точности, а сама привязка к системам координат WGS-84 или EUREF может осуществляться благодаря использованию мировой фундаментальной геодезической сети [1]. На обширной территории размещения сети дифференциальной навигации координаты фазовых центров приемных антенн с течением времени могут изменяться под влиянием неучтенных локальных природных эффектов (проседания почвы, воздействия селевых потоков т. п.), тектонических подвижек и твердых приливов Земной коры. Эти изменения могут привести к ухудшению точности формирования ДКИ сетью КС, и в конечном итоге могут сказаться на точности координатно-временных определений потребителей. В этой связи появляется необходимость периодического контроля (мониторинга) геометрии всей дифференциальной подсистемы по собственным измерениям в целях уточнения координат ее пунктов. Кроме того, при замене антенных устройств КС объективно возникает потребность геодезической привязки фазового центра новой антенны. При этом возникает задача выбора способов достижения цели, условий их реализации, разработки алгоритмического обеспечения и оценки потенциальной точности решения.

В работе ставится цель определения потенциальных возможностей, условий реализуемости и алгоритма высокоточной взаимной геодезической привязки фазовых центров приемных антенн КС по результатам измерений параметров сигналов СРНС GPS и ГЛОНАСС чисто геометрическим методом без использования моделей движения спутников и поведения часов КС. При этом предполагается использование в сети КС высокоточных фазовых измерений на несущих частотах навигационных сигналов, как это делается в современной геодезической аппаратуре.

УРАВНЕНИЯ НАБЛЮДЕНИЙ СЕТИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ НАВИГАЦИИ. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И УСЛОВИЯ ЕЕ ОДНОЗНАЧНОГО РЕШЕНИЯ

Под многобазисной сетью дифференциальной навигации будем понимать широкозонную дифференциальную сеть КС, объединенную единым центром

сбора и обработки информации (главная КС или ГКС) и основанную на принципах разделения источников погрешностей измерений текущих навигационных параметров (ТНП) спутников GPS/ГЛОНАСС по наиболее значимым составляющим: эфемеридным, частотно-временным и атмосферным. КС производят кодовые и фазовые измерения ТНП всех спутников GPS/ГЛОНАСС, находящихся в зоне радиовидимости сети. На ГКС по каждому спутнику формируются разности двухчастотных фазовых и кодовых измерений на контрольных станциях относительно измерений на ГКС. Разности фазовых измерений можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} \widehat{\Delta S}_{ii}^j(t_k) = & R_i^j(t_k) - R_i^j(t_k) + \nabla_{ii}(t_k) - \\ & - f[\Delta N_{ii(L1)}^j, \Delta N_{ii(L2)}^j] + \delta \Delta I_{ii}^j(t_k) + \Delta Tr_{ii}^j(t_k) + \delta \Delta S_{ii}^j(t_k), \end{aligned} \quad (1)$$

где $\widehat{\Delta S}_{ii}^j(t_k)$ — оценки разностей фазовых псевдодальностей j -го спутника для измерений на i -й КС относительно измерений на ГКС в текущий момент времени t_k ;

$$R_i^j(t_k) = \sqrt{(X_k^j - x_i)^2 + (Y_k^j - y_i)^2 + (Z_k^j - z_i)^2}$$

— геометрическая дальность j -го спутника относительно i -й КС (включая ГКС) как функция координат спутника и КС; X_k^j, Y_k^j, Z_k^j — текущие координаты j -го спутника в гринвичской системе координат по бортовой эфемеридной информации спутника; x_i, y_i, z_i — координаты фазового центра приемной антенны i -й КС; $\nabla_{ii}(t_k) = c\Delta T_{ii}$ — величины, пропорциональные текущим расхождениям шкал времени (разностей фаз опорных генераторов) i -х КС относительно шкалы времени ГКС (стандарт времени и частоты ГКС принимается в качестве основного синхронизатора сети); c — скорость света; $\delta \Delta I_{ii}^j(t_k)$ — погрешности двухчастотной компенсации задержки навигационных сигналов j -го спутника при распространении через ионосферу. Они включают как флюктуационную, так и медленно изменяющуюся составляющую (1-2 см) из-за влияния эффектов второго порядка; $\Delta Tr_{ii}^j(t_k)$ — погрешности, обусловленные задержкой навигационных сигналов j -го спутника при распространении через тропосферу; $f[\Delta N_{ii(L1)}^j, \Delta N_{ii(L2)}^j]$ — функция, характеризующая неоднозначность двухчастотных фазовых измерений; $\Delta N_{ii(L1)}^j$, и $\Delta N_{ii(L2)}^j$ — подлежащие оценке целочисленные величины фазовой неоднозначности на частотах $L1$ и $L2$ сигналов СРНС; $\delta \Delta S_{ii}^j(t_k)$ — остаточная погрешность измерений j -го спутника, обусловленная влиянием

флюктуационной составляющей измерений и эффектом многолучевости распространения навигационных сигналов; t_k — текущий момент времени измерений ТНП сетью КС; $k = 1, 2, \dots, K$ — число моментов измерений на интервале наблюдения; $i = 2, 3, \dots, m(t_k)$ — порядковый номер соответствующей КС сети; $m(t_k)$ — общее число КС, для которых j -й спутник находится в зоне радиовидимости в момент времени t_k ; $j = 1, 2, \dots, p(t_k)$ — порядковый номер соответствующего спутника; $p(t_k)$ — общее число спутников GPS/ГЛОНАСС в зоне радиовидимости системы в текущий момент времени t_k .

Аналогично можно записать выражения для разностей кодовых измерений.

Отсутствие в уравнениях (1) погрешностей, обусловленных уходами шкал времени и частоты спутников относительно системного времени СРНС, и погрешностей вследствие режима «селективного доступа» системы GPS объясняется их компенсацией при формировании разностей синхронных наблюдений.

При выполнении двухчастотных фазовых наблюдений становится возможным практически полная компенсация регулярной ионосферной составляющей (кроме эффектов второго порядка). При этом увеличивается флюктуационная составляющая, которая может быть эффективно уменьшена за счет фильтрации. Компенсацию тропосферной составляющей погрешности измерений осуществляют с использованием модельных поправок, для расчета которых учитываются температура, давление, влажность на каждой КС. Максимальная точность учета тропосферных поправок достигается при использовании радиометров водяных паров [8], а также при применении специальных алгоритмов обработки результатов измерений. Неоднозначность фазовых измерений разрешают с использованием float- и fixed-типов решений. Надежность разрешения неоднозначности достигается за счет комплексной совместной обработки измерений во всей сети с привлечением промежуточных измерительных базисов, кодовых измерений и протяженных (от нескольких часов до нескольких суток) выборок наблюдений, т. е. за счет значительной пространственно-временной избыточности наблюдений.

С учетом изложенного систему уравнений (1) представим в следующем виде:

$$\begin{aligned} \widehat{\Delta S}_{i1}^j(t_k) &= R_i^j(t_k) - R_1^j(t_k) + \nabla_{i1}(t_k) + \delta \Delta S_{i1\Sigma}^j(t_k) = \\ &= \Delta R_{i1}^j(t_k) + \nabla_{i1}(t_k) + \delta \Delta S_{i1\Sigma}^j(t_k), \end{aligned} \quad (2)$$

где $\delta \Delta S_{i1\Sigma}^j(t_k)$ — суммарные остаточные погрешности наблюдений с нулевым математическим ожиданием и известной корреляционной матрицей.

В штатном режиме работы сети КС дифференциальной подсистемы, когда координаты КС полагаются известными с высокой точностью (сантиметровый уровень), уравнения (2) используются для определения (уточнения) поправок к бортовым эфемеридам спутников систем GPS и ГЛОНАСС. При этом спроецированные на направления «КС-спутники» погрешности координат КС войдут в суммарную остаточную погрешность $\delta \Delta S_{i1\Sigma}^j(t_k)$. В рассматриваемой задаче использование относительно грубых передаваемых эфемерид спутника при оценке взаимных координат КС приведет к погрешностям 0.5—1 м, что не отвечает заданным требованиям. Представляет интерес автономный мониторинг геометрии сети КС дифференциальной подсистемы. Это возможно, если при решении системы уравнений (2) совместно оценивать эфемериды спутников и расхождения шкал времени КС наряду с информационными (в данной постановке задачи) параметрами — взаимными координатами КС.

Решение поставленной задачи возможно с использованием моделей движения спутников (динамический или орбитальный метод) и поведения часов КС при условии их оснащения высокостабильными, как правило атомными стандартами частоты и времени. Такой подход обладает значительными возможностями, но достаточно сложен в реализации, а его применение наиболее эффективно в глобальных сетях слежения. Другой известный подход — чисто геометрический — не требует априорной информации о моделях движения спутников и моделях поведения часов КС, допускает использование на КС кварцевых стандартов частоты и времени и может быть использован для мониторинга геометрии сетей дифференциальных подсистем СРНС с относительно небольшими (500—1000 км) измерительными базами. Весьма привлекательная особенность геометрического метода — простота его реализации. В то же время использование геометрического метода требует оценки условий наблюдаемости, т. е. устойчивости решения системы уравнений, и оценки требуемой для достижения заданной точности длины интервала наблюдений. В настоящей работе рассматриваются потенциальные возможности именно геометрического метода решения поставленной задачи.

Задача совместного определения координат навигационных спутников и взаимных координат станций синхронного слежения из решения систем

уравнений, основанных на измерениях линейных величин (дальностей и/или их линейных комбинаций), получила в спутниковой геодезии название обобщенной свободной трилатерации. В работе [4] детально проанализированы условия наблюдаемости, т. е. устойчивого решения такого класса систем уравнений, в который входит и исследуемая система (2). Воспользовавшись результатами [4], определим условия однозначного решения системы (2) и требования к геометрической конфигурации сети КС.

Во-первых, следует уделить внимание определению той прямоугольной системы координат, в которой ищется решение задачи свободной трилатерации. Очевидно, система координат должна быть определена априори путем фиксации координат по меньшей мере трех КС, так как в противном случае будет иметь место существование бесконечного множества решений рассматриваемой задачи. Например, можно использовать примененную в работах [2, 4, 6] взаимную систему координат, для которой за начало принимается местоположение главной КС сети (первая КС сети или ГКС), за направление оси X принимаются направление от ГКС к любой другой КС сети, базовая плоскость XU задается двумя указанными и третьей КС, таким образом, чтобы указанные пункты образовывали фигуру максимально приближенную к равнобедренному прямоугольному треугольнику. Ось Z дополняет систему координат до правой. Задание шести координат $x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, z_3$ перечисленных трех пунктов в любой другой системе координат (например, в гринвичской) дает возможность пересчета в нее остальных координат КС и точек траекторий спутников, полученных в процессе совместного оценивания по выборке наблюдений сети КС (другими словами, задаются начало и ориентация осей взаимной системы координат в требуемой). Если задать указанные координаты трех опорных КС в гринвичской системе координат на эллипсоиде WGS-84, что может быть получено путем независимой геодезической привязки с привлечением радиотехнических и оптических методов спутниковой геодезии, то в ходе решения задачи недостающие координаты $x_2, x_3, y_3, x_4, y_4, z_4, \dots, x_M, y_M, z_M$ также будут определены на эллипсоиде WGS-84.

Во-вторых, система (2) должна быть определена или переопределена (необходимое условие однозначного решения), т. е. число уравнений должно соответствовать либо превышать число неизвестных. Такой анализ приведен ниже.

В-третьих, достаточным условием однозначного решения задачи является такое геометрическое по-

строение сети КС, при котором соблюдаются условия линейной независимости уравнений линеаризованной системы (2). Из работы [4] следует, что, применительно к рассматриваемой задаче, конфигурация сети, пункты которой разнесены на 500—1000 км друг от друга (размещение КС, близкое к планарному), не должна образовывать кривую второго порядка. Для этого необходимо иметь не менее пяти КС, составляющих выпуклый многоугольник, и КС (одну и более), размещенные внутри него; это обеспечит устойчивое однозначное решение поставленной задачи. Поскольку размещение КС с базами 500—1000 км все же незначительно отличается от планарного из-за кривизны земной поверхности, то возможно использование пяти КС (см. (5) ниже), но в этом случае следует ожидать меньшей эффективности использования измерительной информации.

Проведем анализ системы уравнений (2). Вектор оцениваемых параметров в текущий момент времени наблюдения будет включать информационные параметры — взаимные координаты КС сети, а также неинформационные «мешающие» параметры — координаты всех спутников GPS/ГЛОНАСС в зоне радиовидимости сети и текущие расхождения шкал времени и частоты i -х КС относительно ГКС. Разложим функции неизвестных оцениваемых параметров выражения (2) в ряд Тейлора и представим исходные уравнения в линеаризованном виде как функции поправок к неизвестным оцениваемым параметрам:

$$\begin{aligned} \Delta \hat{S}_{i1}^j(t_k) = \Delta \tilde{R}_{i1}^j(t_k) + & \left| \left| \frac{\partial \Delta \tilde{R}_{i1}^j(t_k)}{\partial X^j(t_k)} \right| \right| \Delta X^j(t_k) + \\ & + \left| \left| \frac{\partial \Delta \tilde{R}_{i1}^j(t_k)}{\partial X_{KC}} \right| \right| \Delta X_{KC} + V_{i1}(t_k), \end{aligned} \quad (3)$$

где $\Delta \tilde{R}_{i1}^j(t_k)$ — разность дальностей j -го спутника для i -й КС относительно ГКС, вычисленная при использовании передаваемых в составе навигационного сообщения спутника эфемерид и приближенных значений координат КС сети;

$$\left| \left| \frac{\partial \Delta \tilde{R}_{i1}^j(t_k)}{\partial X^j(t_k)} \right| \right| \quad \text{и} \quad \left| \left| \frac{\partial \Delta \tilde{R}_{i1}^j(t_k)}{\partial X_{KC}} \right| \right|$$

— аналогично вычисленные значения производных разностей дальностей по координатным параметрам спутников и КС;

$$\Delta X^j(t_k) = \|\Delta X^j(t_k), \Delta Y^j(t_k), \Delta Z^j(t_k)\|$$

— подлежащие оценке неизвестные поправки спутниковых эфемерид, передаваемых в составе бортовой навигационной информации; $\Delta X_{KC}(t_k) = \|\Delta x_2, \Delta x_3, \Delta y_3, \Delta x_4, \Delta y_4, \Delta z_4, \dots, \Delta x_M, \Delta y_M, \Delta z_M\|$ —

подлежащие оценке неизвестные поправки координат КС.

Систему линеаризованных уравнений (3) для удобства представим в векторно-матричном виде

$$\hat{\mathbf{Q}}^j(t_k) = \mathbf{A}^j(t_k)\Delta\mathbf{X}^j(t_k) + \mathbf{B}^j(t_k)\Delta\mathbf{X}_{КС}(t_k) + \mathbf{H}^j(t_k)\mathbf{V}(t_k), \quad (4)$$

где $\hat{\mathbf{Q}}^j(t_k) = \|\|\Delta\hat{S}_{11}(t_k) - \Delta\tilde{R}_{11}(t_k)\|\|_j$ — вектор невязок между измеряемыми параметрами и приближенными значениями разности дальностей;

$$\mathbf{A}^j(t_k) = \left\| \left\| \frac{\partial\Delta\tilde{R}_{11}^j(t_k)}{\partial\mathbf{X}^j(t_k)} \right\| \right\|$$

— матрица производных разности дальностей по координатам j -го спутника;

$$\mathbf{B}^j(t_k) = \left\| \left\| \frac{\partial\Delta\tilde{R}_{11}^j(t_k)}{\partial\mathbf{X}_{КС}(t_k)} \right\| \right\|$$

— матрица производных разности дальностей для j -го спутника по координатам КС; $\mathbf{H}^j(t_k)$ — матрица производных измеряемых параметров по определяемым расхождениям шкал времени $\mathbf{V}_{11}(t_k)$, которая состоит из соответствующих ортогональных векторов, учитывающих условия радиовидимости j -го спутника на i -й КС (элементы матрицы $\mathbf{H}^j(t_k)$ равны единице или нулю, в зависимости от наличия в каком-либо уравнении функциональной зависимости от одного из элементов вектора $\mathbf{V}(t_k)$); $\mathbf{V}(t_k) = \|\|\mathbf{V}_{21}(t_k), \mathbf{V}_{31}(t_k), \dots, \mathbf{V}_{M1}(t_k)\|\|$ — вектор неизвестных параметров, характеризующий текущие расхождения шкал времени КС относительно ГКС.

Предположим, что сеть состоит из M наземных станций, и в зоне радиовидимости сети в текущий момент времени t_k находится $p(t_k)$ спутников, причем каждый j -й спутник находится в зоне радиовидимости $m_j(t_k)$ ($m_j(t_k) \leq M$) КС. Оценка координат КС осуществляется на интервале времени наблюдений, состоящем из K дискретных моментов измерений. Тогда соотношение между количеством измеряемых и оцениваемых сетью КС параметров будет иметь вид

$$K(M - 1)p(t_k) \geq K(M - 1) + 3Kp(t_k) + (3M - 6). \quad (5)$$

В левой части неравенства представлено количество измеряемых сетью параметров (количество уравнений в системе (4)). Первое слагаемое в правой части неравенства определяет количество оцениваемых параметров расхождений шкал времени КС, второе — количество оцениваемых координатных параметров НКА и третье — количество

оцениваемых координат КС (сумма составляет общее число неизвестных системы (4)).

Проведенный анализ (5) показал, что для реализации широкозонной дифференциальной сети с возможностью автономного контроля (мониторинга) ее геометрической конфигурации потребуется не менее 5-6 КС, что соответствует требованиям однозначного устойчивого решения системы уравнений, описывающих процесс измерений, а для создания промежуточных измерительных базисов для надежного разрешения неоднозначности фазовых измерений число КС потребуется увеличить до 10—12. Прогнозирование сеансов измерений с использованием реальных альманахов СРНС GPS и ГЛОНАСС на примере сети КС, размещенной в пределах территории Украины, показывает, что в зоне радиовидимости находится от 8 (одной СРНС) до 18 спутников (обеих СРНС).

Таким образом, соотношение (5) при $M = 12$ принимает вид

$$(88 \dots 198)K \geq (35 \dots 65)K + 30,$$

где K — число моментов измерений, необходимое для оценки искоемых параметров. Кроме того, каждая подсистема уравнений (4) относительно j -го спутника будет характеризоваться недиагональной корреляционной матрицей $\mathbf{K}_Q^j(t_k)$, так как все разности фазовых измерений псевдодальностей формируются относительно ГКС (первой КС сети), т. е. в статистическом смысле все уравнения подсистемы коррелируют между собой.

Непосредственное решение такой объемной системы уравнений представляет собой достаточно сложную вычислительную задачу. Поэтому необходимо оптимальным образом преобразовать исходную систему уравнений (4) в такую, которая бы зависела только от информационных параметров, обеспечив при этом полное сохранение информации об оцениваемых параметрах.

ТРАНСФОРМАЦИЯ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ. АЛГОРИТМ ОБРАБОТКИ НАБЛЮДЕНИЙ

Для решения системы уравнений (4) оптимальным способом воспользуемся некоторыми результатами статистического анализа и линейной алгебры. Рассмотрим методику совместного оценивания совокупности информационных и неинформационных «мешающих» параметров (для данной постановки задачи) через последовательное выражение одних неизвестных (неинформационных) через другие (информационные). Особенностью данной задачи является необходимость правильного учета корреляции погрешностей элементов вектора $\hat{\mathbf{Q}}^j(t_k)$.

Декоррелируем систему уравнений (4) для j -го спутника и k -го момента измерения, воспользовавшись сингулярным разложением невырожденной весовой матрицы наблюдений, равной обратной корреляционной матрице $\mathbf{K}_Q^j(t_k)$ [3]:

$$\mathbf{W}_Q^j(t_k) = [\mathbf{K}_Q^j(t_k)]^{-1} = \mathbf{V}_j \mathbf{V}_j^T, \quad (6)$$

где $\mathbf{W}_Q^j(t_k)$ — весовая матрица измерений относительно j -го спутника, равная обратной корреляционной матрице измерений в сети КС;

$$\mathbf{V}_j \mathbf{V}_j^T = \mathbf{U}_j \Lambda_w \mathbf{V}_j^T = \mathbf{U}_j \Lambda_w^{1/2} \Lambda_w^{1/2} \mathbf{V}_j^T;$$

\mathbf{U}_j — ортогональная квадратная матрица, представляющая собой систему ортонормированных векторов-столбцов; Λ_w — матрица сингулярных чисел, p из которых равны единице ($p = \text{rank } \mathbf{W}_Q^j$), а остальные — нулю.

Декоррелированная система уравнений (4) будет в этом случае иметь вид:

$$\hat{\mathbf{q}}_j(t_k) = \alpha_j(t_k) \Delta \mathbf{X}^j(t_k) + \mathbf{h}_j(t_k) \nabla(t_k) + \beta_j(t_k) \Delta \mathbf{X}_{\text{КС}}(t_k), \quad (7)$$

где $\hat{\mathbf{q}}_j(t_k)$, $\alpha_j(t_k)$, $\mathbf{h}_j(t_k)$, $\beta_j(t_k)$ — произведения вектора $\hat{\mathbf{Q}}^j(t_k)$ и матриц $\mathbf{A}^j(t_k)$, $\mathbf{H}^j(t_k)$, $\mathbf{B}^j(t_k)$ на квадратную матрицу \mathbf{V}_j^T , причем

$$\begin{aligned} \dim \hat{\mathbf{q}}_j &= [m_j(t_k) - 1], \\ \dim \alpha_j &= [m_j(t_k) - 1] \times [3], \\ \dim \mathbf{h}_j &= [m_j(t_k) - 1] \times [M - 1], \\ \dim \beta_j &= [m_j(t_k) - 1] \times [3M - 6], \end{aligned}$$

где $m_j(t_k)$ — число КС сети, в зоне радиовидимости которых находится j -й спутник в k -й момент измерения.

Нетрудно проверить, что корреляционная матрица системы уравнений (7) будет единичной. Решать систему уравнений (7) будем через отыскание оптимальной условной оценки вектора $\Delta \mathbf{X}^j(t_k)$. Выразив из системы уравнений (7) вектор $\Delta \mathbf{X}^j(t_k)$:

$$\begin{aligned} \Delta \hat{\mathbf{X}}^j(t_k) &= [\alpha_j^T(t_k) \alpha_j(t_k)]^{-1} \alpha_j^T(t_k) \times \\ &\times [\hat{\mathbf{q}}_j(t_k) - \mathbf{h}_j(t_k) \nabla(t_k) - \beta_j(t_k) \Delta \mathbf{X}_{\text{КС}}] \end{aligned}$$

и подставив данное выражение в систему уравнений (7), получим

$$\mathbf{C}_j(t_k) \hat{\mathbf{q}}_j(t_k) = \mathbf{C}_j(t_k) [\beta_j(t_k) \Delta \mathbf{X}_{\text{КС}} + \mathbf{h}_j(t_k) \nabla(t_k)], \quad (8)$$

где

$$\mathbf{C}_j(t_k) = \mathbf{E}_j(t_k) - \alpha_j(t_k) [\alpha_j^T(t_k) \alpha_j(t_k)]^{-1} \alpha_j^T(t_k);$$

$\dim \mathbf{C}_j(t_k) = [m_j(t_k) - 1] \times [m_j(t_k) - 1]$; $\mathbf{E}_j(t_k)$ — единичная матрица.

Такая операция эквивалентна усреднению функционала правдоподобия по множеству неинформационных «мешающих» параметров и является статистически оптимальной и обоснованной в [5]. Это применительно и к методу наименьших квадратов с нормальным распределением погрешностей измерений.

Численное решение системы уравнений (8) относительно параметров $\Delta \mathbf{X}_{\text{КС}}$, $\nabla(t_k)$ затруднительно из-за большого объема матриц. «Сжатие» системы уравнений (8) без потерь информации возможно при использовании сингулярного разложения матрицы $\mathbf{C}_j(t_k)$:

$$\mathbf{C}_j(t_k) = \mathbf{T}_j(t_k) \Lambda_{C_j} \mathbf{T}_j^T(t_k),$$

где $\mathbf{T}_j(t_k)$ и Λ_{C_j} — ортогональная матрица и матрица сингулярных чисел соответственно. Количество единичных элементов матрицы Λ_{C_j} определяется рангом матрицы $\mathbf{C}_j(t_k)$ ($p_{C_j} = \text{rank } \mathbf{C}_j(t_k) = m_j(t_k) - 1 - \text{rank } \alpha_j(t_k) = m_j(t_k) - 4$), а остальные элементы равны нулю:

$$\Lambda_{C_j} = \begin{vmatrix} \mathbf{E}_{C_j} & \dots & \mathbf{0} \\ \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \end{vmatrix},$$

где \mathbf{E}_{C_j} — единичная матрица.

Тогда система уравнений (8) примет вид

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_j(t_k) \Lambda_{C_j} \mathbf{T}_j^T(t_k) \hat{\mathbf{q}}_j(t_k) &= \mathbf{T}_j(t_k) \Lambda_{C_j} \mathbf{T}_j^T(t_k) [\beta_j(t_k) \Delta \mathbf{X}_{\text{КС}} + \\ &+ \mathbf{h}_j(t_k) \nabla(t_k)]. \end{aligned} \quad (9)$$

Используя свойство ортогональности ($\mathbf{T}_j \mathbf{T}_j^T = \mathbf{T}_j^T \mathbf{T}_j = \mathbf{E}$), умножим правую и левую части (9) на \mathbf{T}_j^T :

$$\Lambda_{C_j} \mathbf{T}_j^T(t_k) \hat{\mathbf{q}}_j(t_k) = \Lambda_{C_j} \mathbf{T}_j^T(t_k) [\beta_j(t_k) \Delta \mathbf{X}_{\text{КС}} + \mathbf{h}_j(t_k) \nabla(t_k)]. \quad (10)$$

Если представить

$$\mathbf{T}_j(t_k) = \|\mathbf{T}_{j1}(t_k) : \mathbf{T}_{j2}(t_k)\|,$$

где

$$\dim \mathbf{T}_{j1}(t_k) = [m_j(t_k) - 1] \times [p_{C_j}],$$

$$\dim \mathbf{T}_{j2}(t_k) = [m_j(t_k) - 1] \times [m_j(t_k) - 1 - p_{C_j}],$$

а также учесть структуру матрицы Λ_{C_j} , то систему уравнений (10) можно трансформировать к виду

$$\hat{\mathbf{D}}_j(t_k) = \mathbf{G}_j(t_k) \Delta \mathbf{X}_{\text{КС}} + \Phi_j(t_k) \nabla(t_k), \quad (11)$$

где

$$\hat{\mathbf{D}}_j(t_k) = \mathbf{T}_{j1}^T(t_k) \hat{\mathbf{q}}_j(t_k), \quad \dim \hat{\mathbf{D}}_j = [m_j(t_k) - 4],$$

$T_{ji}(t_k)$ имеет размерность по строкам, равную размерности $T_j(t_k)$, а по столбцам — размерность $p_{C_j} = \text{rank } C_j = m_j(t_k) - 4$;

$$\begin{aligned} G_j(t_k) &= T_{ji}^T(t_k)\beta_j(t_k); \\ \dim G_j &= [m_j(t_k) - 4] \times [3M - 6]; \\ \Phi_j(t_k) &= T_{ji}^T(t_k)h_j(t_k); \\ \dim \Phi_j(t_k) &= [m_j(t_k) - 4] \times [M - 1]. \end{aligned}$$

Сравним исходную систему уравнений (7) и преобразованную систему (11). При выражении неинформационных параметров (координат спутника) через информационные общее число уравнений и неизвестных в системе уравнений (11) уменьшается в два и более раз.

Объединяя уравнения (11) по всем спутникам, находящимся в рабочем созвездии сети КС, получим

$$\hat{D}(t_k) = G(t_k)\Delta X_{КС} + \Phi(t_k)\nabla(t_k), \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} \hat{D}(t_k) &= \|\hat{D}_1^T(t_k), \hat{D}_2^T(t_k), \dots, \hat{D}_{p(t_k)}^T(t_k)\| |^T, \\ G(t_k) &= \|\mathbf{G}_1^T(t_k), \mathbf{G}_2^T(t_k), \dots, \mathbf{G}_{p(t_k)}^T(t_k)\| |^T, \\ \Phi(t_k) &= \|\Phi_1^T(t_k), \Phi_2^T(t_k), \dots, \Phi_{p(t_k)}^T(t_k)\| |^T. \end{aligned}$$

Аналогичные преобразования (12) с целью уменьшения числа неизвестных и уравнений нецелесообразны из-за незначительного уменьшения порядка системы уравнений. Данные параметры могут быть оценены совместно для наблюдений всего сеанса измерений сети КС. Такой подход легко реализуем с использованием формул преобразований блочных матриц.

Не приводя промежуточных выкладок, можно записать решение системы уравнений (12) по методу наименьших квадратов:

$$\begin{cases} \Delta \hat{X}_{КС} = K_x \sum_{k=1}^K \{ G^T(t_k) \hat{D}(t_k) - \\ - G^T(t_k) \Phi(t_k) [\Phi^T(t_k) \Phi(t_k)]^{-1} \Phi^T(t_k) \hat{D}(t_k) \}, \\ \nabla(t_k) = [\Phi^T(t_k) \Phi(t_k)]^{-1} \Phi^T(t_k) [\hat{D}(t_k) - G(t_k) \Delta X_{КС}], \\ (k = 1, 2, \dots, K), \end{cases} \quad (13)$$

где

$$\begin{aligned} K_x &= \left[\sum_{k=1}^K \left[G^T(t_k) G(t_k) - \right. \right. \\ &\left. \left. - G^T(t_k) \Phi(t_k) [\Phi^T(t_k) \Phi(t_k)]^{-1} \Phi^T(t_k) G(t_k) \right] \right]^{-1}, \quad (14) \end{aligned}$$

— корреляционная матрица погрешностей определений параметров взаимной геодезической привязки пунктов сети.

Для уменьшения размерности системы уравнений (12) можно воспользоваться и другими способами, в частности способом подстановки. Для этого разобьем систему уравнений (12) на две подсистемы:

$$\begin{cases} \hat{D}_1(t_k) = G_1(t_k)\Delta X_{КС} + \Phi_1(t_k)\nabla(t_k), \\ \hat{D}_2(t_k) = G_2(t_k)\Delta X_{КС} + \Phi_2(t_k)\nabla(t_k). \end{cases} \quad (15)$$

В первую из подсистем войдут уравнения для множества спутников $p_1(t_k)$, а во вторую — $p_2(t_k)$, причем $p_1(t_k) + p_2(t_k) = p(t_k)$. Величину $p_1(t_k)$ выберем таким образом, чтобы матрица $\Phi_1(t_k)$ была полного ранга по столбцам. Выразим из первой подсистемы уравнений (15) вектор $\nabla(t_k)$:

$$\nabla(t_k) = [\Phi_1^T(t_k)\Phi_1(t_k)]^{-1}\Phi_1^T(t_k)[\hat{D}_1(t_k) - G_1(t_k)\Delta X_{КС}]$$

и подставим его оценку во вторую подсистему (15), так что

$$\hat{\eta} = F(t_k)\Delta X_{КС}, \quad (16)$$

где

$$\begin{aligned} \hat{\eta}(t_k) &= \hat{D}_2(t_k) - \Phi_2(t_k)[\Phi_1^T(t_k)\Phi_1(t_k)]^{-1}\Phi_1^T(t_k)\hat{D}_1(t_k), \\ F(t_k) &= G_2(t_k) - \Phi_2(t_k)[\Phi_1^T(t_k)\Phi_1(t_k)]^{-1}\Phi_1^T(t_k)G_1(t_k). \end{aligned}$$

Определим корреляционную матрицу

$$K_{\eta}(t_k) = E_2(t_k) + \Phi_2(t_k)[\Phi_1^T(t_k)\Phi_1(t_k)]^{-1}\Phi_2^T(t_k),$$

где E_2 — единичная матрица размерности вектора D_2 .

Матрица $K_{\eta}(t_k)$ имеет обратную матрицу, которая является весовой:

$$W_{\eta}(t_k) = K_{\eta}^{-1}(t_k) = E_2(t_k) - \Phi_2(t_k)[\Phi_1^T(t_k)\Phi_1(t_k)]^{-1}\Phi_2^T(t_k).$$

Выполнив сингулярное разложение весовой матрицы $W_{\eta}(t_k) = V_{\eta} V_{\eta}^T$ (аналогично (6)) и умножив правую и левую части системы уравнений (16) на матрицу V_{η}^T , получим систему новых некоррелированных уравнений:

$$\hat{\eta}_v(t_k) = F_v(t_k)\Delta X_{КС}, \quad (17)$$

где $\hat{\eta}_v(t_k) = V_{\eta}^T(t_k)\hat{\eta}(t_k)$ и $F_v(t_k) = V_{\eta}^T(t_k)F(t_k)$.

Оценка искомого вектора поправок к координатам КС сети в этом случае примет вид

$$\Delta \hat{X}_{КС} = K_x \sum_{k=1}^K F_v^T(t_k) \hat{\eta}_v(t_k), \quad (18)$$

где

$$K_x = \left[\sum_{k=1}^K F_v^T(t_k) F_v(t_k) \right]^{-1}$$

— корреляционная матрица погрешностей определения координат КС.



Рис. 1. Геометрическая конфигурация сети КС

Подводя предварительные итоги, можно сделать вывод, что представленный выше методический подход может быть применен к решению и других многопараметрических задач рассматриваемого класса.

РЕЗУЛЬТАТЫ ОЦЕНКИ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ТОЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ИСКОМЫХ ПАРАМЕТРОВ

На основании методики преобразования многопараметрической системы уравнений, изложенной выше, и с использованием выражения (14) (либо 18) авторами была проведена оценка потенциальной точности определения параметров взаимной геодезической привязки фазовых центров приемных антенн КС сети дифференциальной навигации по сигналам СРНС GPS и ГЛОНАСС, размещенной в пределах территории Украины.

Конфигурация сети КС, использованная при проведении расчетов, представленной на рис. 1. Известными принимались координаты ГКС (г. Дунаевцы Хмельницкой обл.), координаты y и z КС в районе Чернигова и координата z КС в районе Симферополя.

При проведении расчетов предполагалось, что на ГКС по результатам измерений всей сети КС скомпенсированы ионосферные и тропосферные погрешности измерений и разрешена неоднозначность фазовых измерений. Остаточные погрешности фазовых измерений навигационных параметров $\delta\Delta S_{i\Sigma}^j(t_k)$ принимались равными 0.8 см (1σ).

Все вычислительные операции выполнялись на ПЭВМ «Pentium-200» с привлечением реальных

альманахов СРНС GPS и ГЛОНАСС. Сеанс измерений моделировался с дискретностью 5 мин на интервале наблюдений от одного часа до двух суток.

В результате расчетов получены средние квадратичные отклонения погрешностей оценки гринвичских координат фазовых центров приемных антенн КС, которые представлены в таблице для различного числа КС в сети на интервале наблюдений двое суток. На рис. 2 представлены зависимости относительной погрешности определений Er от длины интервала наблюдения:

$$Er = \frac{1}{\sigma_{\Delta S}} \sqrt{\frac{\text{tr}K_x}{3M - 6}},$$

где $\sigma_{\Delta S}$ — среднее квадратичное отклонение измерений разностей фазовых псевдодальностей;

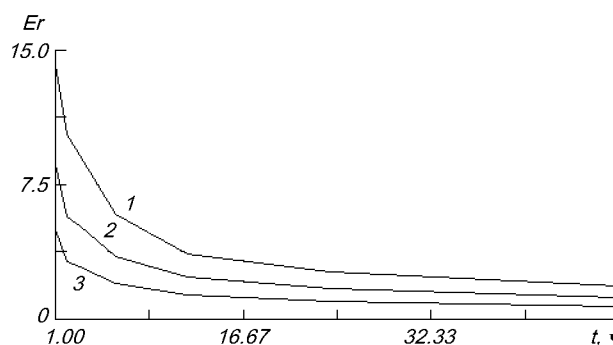


Рис. 2. Зависимость относительной погрешности определения координат КС от длительности интервала наблюдения и от числа КС: 1 — в сети 5 КС, 2 — в сети 6 КС, 3 — в сети 12 КС

Оценки точности определения параметров взаимной геодезической привязки пунктов сети широкозонной дифференциальной навигации

КС	СКО определения координат КС, мм								
	12 КС в сети			6 КС в сети			5 КС в сети		
	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
Дунаевцы	*	*	*	*	*	*	*	*	*
Чернигов	4.46	*	*	6.44	*	*	8.99	*	*
Симферополь	4.4	6.5	*	6.55	9.51	*	9.33	13.2	*
Ужгород	1.78	2.27	1.4	2.52	3.28	2.04	3.58	4.58	2.84
Алчевск	7.1	5.66	0.63	10.00	8.27	0.86	13.9	11.4	1.18
Луцк	2.19	2.14	0.67	3.26	3.10	0.95	—	—	—
Харьков	5.73	3.3	0.25	—	—	—	—	—	—
Кировоград	2.57	2.9	0.6	—	—	—	—	—	—
Львов	1.75	0.75	0.79	—	—	—	—	—	—
Киев	2.97	0.44	0.30	—	—	—	—	—	—
Днепропетровск	4.03	4.72	0.42	—	—	—	—	—	—
Одесса	2.59	3.74	0.48	—	—	—	—	—	—

* — координаты известны априорно с высокой точностью, то есть привязаны к всемирной геодезической сети по независимым радиотехническим или оптическим наблюдениям

$\text{tr}K_x$ — след корреляционной матрицы оцениваемых информационных параметров, которая определяется выражением (14) или (18). Приведенные в таблице и на рис. 2 результаты свидетельствуют о значительных возможностях использования геометрического подхода при отслеживании измерений координат многобазисной сети КС. Представленные методика и алгоритмы обработки наблюдений могут быть рекомендованы для использования в научно-исследовательских работах по изучению деформаций земной коры, приливных явлений и т. п.

Следует отметить, что передачу корректирующей информации от сети широкозонной дифференциальной навигации, как правило, предполагается осуществлять через геостационарные спутники связи (это может быть космический сегмент глобальной навигационной системы GNSS — спутники «Инмасат-3» либо, в перспективе, национальный геостационарный спутник «Либідь»), которые одновременно являются дополнительными источниками навигационных сигналов. Очевидно, включение в описанную измерительную систему дополнительных навигационных спутников повысит точность и надежность решения представленной задачи. Это справедливо и для перспективного развития глобальных СРНС — выведения на низкие орбиты навигационных космических аппаратов системы GNSS второго поколения.

Несомненный интерес представляет оценка возможностей использования моделей движения спутников и моделей поведения шкал времени КС как дополнительной априорной информации, что содержит значимый потенциал в повышении точности

определения информационных параметров. Однако эти исследования выходят за рамки данной работы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты оценки точности геодезической привязки координат КС сети дифференциальной подсистемы СРНС по ее собственным измерениям показывают, что предложенный геометрический подход обладает значимым потенциалом и является простым в реализации. Для успешного решения поставленной задачи требуется как минимум 5-6 КС в составе сети. Показано, что в течение одних-двух суток наблюдений достигается точность определенных координат КС, соответствующая точности исходных измерений, несмотря на значительное количество неинформационных «мешающих» параметров. Однако следует отметить, что при оценке точности не были учтены источники медленно изменяющихся погрешностей измерений второго порядка малости. В то же время «суммарный» геометрический фактор E_r на длительных интервалах наблюдений близок к единице и менее (см. рис. 2), что позволяет прогнозировать появление незначительных смещений оценок взаимных координат КС. При разработке и верификации штатного программно-математического обеспечения дифференциальной подсистемы необходимо с высокой точностью учитывать вклад остаточных погрешностей компенсации геодинамических и ионосферных эффектов.

Приведенная методика преобразования исходной

системы уравнений наблюдений в сети КС позволяет значительно упростить алгоритмы оценивания параметров.

Использование предложенных способа и алгоритмов оценки координат КС в процессе функционирования дифференциальных подсистем СРНС позволит с высокой точностью исключить вклад погрешностей геодезической привязки фазовых центров приемных антенн КС в суммарные погрешности формирования дифференциальной корректирующей информации и в погрешности навигационных определений, осуществляемые потребителями КНС в дифференциальном режиме измерений.

1. Гофманн-Велленгоф Б., Лихтенеггер, Коллинз Д. Глобальная система визначення місцеположення (GPS). Теорія і практика / Пер. с англ. під ред. Я. С. Яцківа. — Київ: Наук. думка, 1996.—392 с.
2. Изотов А. А. Основы спутниковой геодезии. — М.: Недра, 1974.—317 с.
3. Себер Дж. Линейный регрессионный анализ. — М.: Мир, 1980.—456 с.
4. Фалькович С. Е., Коновалов Л. Н., Жалило А. А. О наблюдаемости в задаче взаимной геодезической привязки разнесенных пунктов многопозиционных измерительных комплексов // Космич. исслед.—1985.—23, вып. 4.—С. 587—597.
5. Фалькович С. Е., Хомяков Э. Н. Статистическая теория измерительных радиосистем. — М.: Радио и связь, 1981.—288 с.
6. Хенриксен С., Манчини А., Човиц Б. Использование искус-

ственных спутников для геодезии // Докл. второго симпозиума по спутниковой геодезии / Пер. с англ. под ред. В. В. Подобеда. — М.: Мир, 1975.—432 с.

7. Ashkenazi V., Chao C., Chen W., et al. High precision wide area DGPS // Proc. 5-th Inter. Conf. on Differential Satellite Navigational System; St. Peterburg, Russia: RIRT, May 20-24, 1996. — St. Peterburg, 1996.—Vol. 1, paper 8.—P. 8.1—8.9.
8. Solheim F., Alber C., Ware R.H., Rocken C. Measurement of Tropospheric Water Vapor along Slant Paths with Ground-Based GPS Receivers // XXVth General Assembly of the international union of radio science; Lille, France, August 28—September 5, 1996. — Lille, 1996.—P. 367.

MONITORING OF THE GEOMETRIC CONFIGURATION OF THE MULTIBASE WIDE-AREA DIFFERENTIAL SUBSYSTEM NETWORK OF THE GPS/GLONASS SPACE NAVIGATION SYSTEMS

A. A. Zhalilo, S. N. Flerko, and A. I. Yakovchenko

We discuss the problem of a periodical specification (monitoring) of the GPS/GLONASS wide-area differential subsystem. We propose a monitoring technique and a procedure for estimating the accuracy of the relative coordinates receiving antenna phase centers from the measurements of the subsystem. We describe a method for the optimal transformation of the initial multivariable system of equations with the purpose of optimizing the realization of computer processing procedures and increasing their stability when estimating information parameters. Algorithms for defining the parameters were constructed, and the accuracy of relative geodetic control of reference stations was estimated (by the example) of the wide area differential subsystem which is projected to be developed in Ukraine.