

## Рассеяние обыкновенной электромагнитной волны на кинетических альвеновских волнах

А. К. Юхимук<sup>1</sup>, В. А. Юхимук<sup>2</sup>, О. Г. Фалько<sup>3</sup>, Е. К. Сиренко<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Головна астрономічна обсерваторія НАН України, Київ

<sup>2</sup>Лос-Аламоська національна лабораторія, Лос-Аламос, США

<sup>3</sup>Київський університет ім. Тараса Шевченка

Надійшла до редакції 14.01.99

Вивчено розсіяння звичайної електромагнітної хвилі на кінетичних альвеновських хвилях (КАХ) в замагніченій плазмі з низьким плазмовим параметром  $\beta$ . На основі дворідинної магнітної гідродинаміки отримано нелінійне дисперсійне рівняння і знайдено інкремент розвитку нестійкості. Показано, що звичайна електромагнітна хвиля може розпадатися на КАХ і другу звичайну електромагнітну хвилю. Розглянута параметрична нестійкість може мати місце в іоносфері та нижній магнітосфері Землі, де значення плазмового параметра  $\beta$  низьке.

### ВВЕДЕНИЕ

Проблема рассеяния электромагнитных волн на флуктуациях плазмы представляет интерес как для управляемого термоядерного синтеза, так и для физики космоса. Ей посвящено большое количество работ [5, 8—12]. В работе [5] исследовано бриллюэновское рассеяние электромагнитной волны в диссипативной замагниченной плазме при наличии отрицательных ионов. Показано, что инкремент ионно-акустических волн уменьшается очень медленно с увеличением числа отрицательных ионов. В работе [9] изучено рассеяние обыкновенной электромагнитной волны на электростатической ионно-циклотронной волне. В работах [10, 11] рассмотрено нелинейное взаимодействие электромагнитной волны накачки большой амплитуды с низкочастотными флуктуациями в замагниченной плазме, а результаты использованы для объяснения физических эффектов, наблюдаемых в ионосферных нагревных экспериментах.

В работе [8] в рамках модели магнитной гидродинамики изучено рассеяние электромагнитной

волны, излучаемой наземной станцией, на вистлерах в ионосферной плазме. Найдено отношение мощности рассеянной волны к мощности волны накачки. Показано, что это отношение увеличивается с увеличением плазменной частоты и частоты вистлера. Нелинейное параметрическое взаимодействие электромагнитных и низкочастотных волн изучалось также в работах [1—4].

Ниже рассмотрено рассеяние обыкновенной электромагнитной волны на кинетических альвеновских волнах (КАВ).

Рассматривается однородная замагниченная плазма ( $\mathbf{B}_0 = B_0 \mathbf{e}_z$ ), в которой распространяется обыкновенная электромагнитная волна накачки

$$\mathbf{E}_0 = \varepsilon_0 \mathbf{e}_z \exp(-\omega_0 t + k_{0x} x) + \text{к. с.}, \quad (1)$$

которая рассеивается на кинетических альвеновских волнах. Предполагается, что при этом выполняются условия синхронизма волн

$$\omega_0 = \omega + \omega_1, \quad \mathbf{k}_0 = \mathbf{k} + \mathbf{k}_1, \quad (2)$$

где  $\omega_0$  и  $\mathbf{k}_0$  — частота и волновой вектор электромагнитной волны накачки,  $\omega$  и  $\mathbf{k}$  — частота и

волновой вектор КАВ,  $\omega_1$  и  $\mathbf{k}_1$  — частота и волновой вектор рассеянной электромагнитной волны.

Для ионосферной плазмы плазменный параметр  $\beta \ll m_e/m_i$ , и дисперсионное уравнение для КАВ имеет вид

$$\omega^2 = \frac{k_z^2 V_A^2}{1 + \chi_e}, \quad (3)$$

где  $\chi_e = k_x^2 \delta_e^2$ ,  $\delta_e = c/\omega_{pe}$  — электронная инерционная длина,

$$k^2 = k_x^2 + k_z^2 \approx k_x^2 \quad (k_z^2 \ll k_x^2).$$

### ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Для описания нелинейного параметрического взаимодействия волн воспользуемся уравнениями двухжидкостной магнитогидродинамики:

$$\frac{\partial \mathbf{v}_\alpha}{\partial t} = \frac{1}{m_\alpha} (e_\alpha \mathbf{E} + \mathbf{F}_\alpha) + [\mathbf{v}_\alpha \times \omega_{B\alpha}] - \frac{T_\alpha}{m_\alpha n_\alpha} \nabla n_\alpha, \quad (4)$$

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} = -\nabla \cdot (n_\alpha \mathbf{v}_\alpha), \quad (5)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad (6)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (7)$$

где

$$\mathbf{j} = e(n_i \mathbf{v}_i - n_e \mathbf{v}_e),$$

$$\mathbf{F}_\alpha = \frac{e_\alpha}{c} [\mathbf{v}_\alpha \times \mathbf{B}] - m_\alpha (\mathbf{v}_\alpha \nabla) \mathbf{v}_\alpha.$$

Индексы  $\alpha = i, e$  соответствуют ионному и электронному компонентам плазмы.

Плотность электронов и их скорости, электрическое и магнитное поле представим в виде сумм:

$$\begin{aligned} n_e &= n_0 + \tilde{n}_A, \\ \mathbf{v}_e &= \mathbf{v}_0 + \mathbf{v}_A + \mathbf{v}_1, \\ \mathbf{E} &= \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_A + \mathbf{E}_1, \\ \mathbf{B} &= \mathbf{B}_0 \mathbf{e}_z + \mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_A + \mathbf{b}_1, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $n_0$  — среднее равновесное значение плотности плазмы,  $\tilde{n}_A$  — возмущение плотности электронов, связанное с КАВ, индекс «1» обозначает величины, связанные с рассеянной электромагнитной волной, а индекс «0» — с волной накачки.

Заметим, что обыкновенная электромагнитная волна не вызывает возмущения плотности плазмы.

### ДИСПЕРСИОННОЕ УРАВНЕНИЕ

#### ДЛЯ ОБЫКНОВЕННОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ

Исключая из уравнений Максвелла (6), (7) магнитное поле, получим

$$\varepsilon_1 E_{1z} = -\frac{\omega_{pe}^2}{e} F_{1z} + 4\pi i \omega_1 e \langle n v_z \rangle_{NL}, \quad (9)$$

где  $\varepsilon_1 = \omega_1^2 - k_1^2 c^2 - \omega_{pe}^2$ , а пондеромоторная сила  $F_{1z}$  определяется взаимодействием волны накачки и КАВ:

$$F_{1z} = \langle [\mathbf{v}_e \times \mathbf{B}] \rangle - m_e \langle (\mathbf{v}_e \nabla) \mathbf{v}_e \rangle. \quad (10)$$

Поскольку поле волны накачки  $\mathbf{E}_0 = E_0 \mathbf{e}_z$ , то из уравнения движения для электронов находим скорость электронов в поле волны накачки:

$$v_{0z} = -i \frac{e E_{0z}}{m_e \omega_0}, \quad (11)$$

а из уравнения Максвелла (7) — магнитное поле волны накачки

$$b_{0y} = -\frac{c k_{0x}}{\omega_0} E_{0z}. \quad (12)$$

Из уравнений движения и непрерывности для электронов находим возмущение плотности и скорости электронов под действием поля КАВ:

$$\frac{\tilde{n}_e}{n_0} = \frac{e}{T_e} \frac{\chi_e}{1 + \chi_e} \varphi, \quad (13)$$

$$v_{Az} = \frac{e}{T_e} \frac{\chi_e}{1 + \chi_e} \mathbf{v}_A \varphi.$$

Используя выражения (10)–(13), уравнение (9) можно записать в виде

$$\varepsilon_1 E_{1z} = \mu_1 (E_{0z} \varphi), \quad (14)$$

где коэффициенты связи

$$\mu_1 = \frac{e}{T_e} \frac{\chi_e \omega_{pe}^2}{1 + \chi_e}.$$

### ДИСПЕРСИОННОЕ УРАВНЕНИЕ

#### ДЛЯ КИНЕТИЧЕСКИХ АЛЬВЕНОВСКИХ ВОЛН

Поскольку альвеновские волнами характеризуются низкими частотами ( $\omega \ll \omega_{Bi}$ ,  $\omega_{Bi}$  — ионная циклотронная частота), то для получения дисперсионного уравнения можно воспользоваться плазменным приближением

$$\tilde{n}_e \approx \tilde{n}_i, \quad (15)$$

где  $\tilde{n}_e$  и  $\tilde{n}_i$  — возмущение плотности электронов и ионов.

Из уравнений движения (4) и непрерывности (5) находим

$$\frac{\tilde{n}_e}{n_0} = \frac{e}{T_e} \left(1 - \frac{v_\Phi^2}{v_{Te}^2}\right)^{-1} \left[ \varphi - A + \frac{k_x}{ek_z} \frac{\omega}{\omega_{Be}} \left( i \frac{\omega}{\omega_{Be}} F_x + F_y \right) \right], \quad (16)$$

$$\frac{\tilde{n}_i}{n_0} = - \frac{e}{T_e} \frac{\mu_i}{1 + \mu_i} \left( \varphi + \frac{\omega_{Bi}^2}{\omega^2} \frac{k_z^2}{k_x^2} A \right), \quad (17)$$

где

$$V_\Phi = \omega/k_z, \quad \mu_i = k_z^2 \rho_i^2, \\ \rho_i = v_{Ti}/\omega_{Bi}, \quad A = \omega A_z / (k_z c),$$

$A_z$  — параллельная  $\mathbf{B}_0$  составляющая векторного потенциала электромагнитного поля КАВ.

Из уравнения Ампера

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}, \quad (18)$$

и уравнения движения для электронов находим

$$\frac{\tilde{n}_e}{n_0} = \frac{e}{T_e} \left( \varphi - A(1 + \chi_e) + \frac{F_z}{iek_z} \right). \quad (19)$$

Из уравнений (16), (17) и (19) находим дисперсионное уравнение для КАВ:

$$\varepsilon_A \varphi = P_{NL}, \quad (20)$$

где

$$\varepsilon_A = \omega^2 - k_z^2 v_A^2 \frac{1 + (1+t)\mu_i}{1 + \chi_e}, \quad t = \frac{T_e}{T_i}, \\ P_{NL} = \frac{k_z^2 v_A^2 (1 + \mu_i)}{\chi_e} \left[ \frac{k_x \omega}{ek_z^2 \omega_{Be}} \left( i \frac{\omega}{\omega_{Be}} F_x + F_y \right) + \frac{\chi_e F_z}{iek_z (1 + \chi_e)} \right]. \quad (21)$$

Здесь компоненты поперечной силы  $F_x, y, z$  определяются взаимодействием волны накачки и рассеянной электромагнитной волны.

Скорость и магнитное поле волны накачки определяются (11) и (12), а скорость и магнитное поле рассеянной электромагнитной волны будет определяться формулами (11) и (12) с заменой индекса «0» на «1».

Подставляя (11) и (12) в (21), после вычисления составляющих  $F_x, y, z$ , получим

$$P_{NL} = \frac{e(1 + \mu_i)}{m_e \chi_e} \frac{k_x^2 v_A^2}{\omega_0 \omega_1} \left( \frac{\omega}{\omega_{Be}} \right)^2 (E_{0z} E_{1z}^*). \quad (22)$$

Из (20) и (22) находим

$$\varepsilon_A \varphi = \mu_A (E_{0z} E_{1z}^*), \quad (23)$$

где коэффициент связи определяется выражением

$$\mu_A = \frac{e(1 + \mu_i)}{m_e \chi_e} \frac{k_x^2 v_A^2}{\omega_0 \omega_1} \left( \frac{\omega}{\omega_{Be}} \right)^2.$$

## НЕЛИНЕЙНОЕ ДИСПЕРСИОННОЕ УРАВНЕНИЕ

Из комбинации уравнений (14) и (23) находим нелинейное дисперсионное уравнение, описывающее трехволновое взаимодействие:

$$\varepsilon_A \varepsilon_1^* = \mu_A \mu_1^* |E_{0z}|^2. \quad (24)$$

Полагая в (24)  $\omega = \omega_r + i\gamma$ ,  $\omega_1 = \omega_{1r} + i\gamma$  (где  $|\gamma| \ll \ll \omega_r, \omega_{1r}$ ) и разлагая  $\varepsilon_A$  и  $\varepsilon_1$  в ряд Тейлора по малому параметру  $i\gamma$ , получим

$$\gamma^2 = \frac{\mu_A \mu_1^* |E_{0z}|^2}{\frac{\partial \varepsilon_A}{\partial \omega} \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial \omega_1}} \Bigg|_{\substack{\omega = \omega_r \\ \omega_1 = \omega_{1r}}}, \quad (25)$$

где  $\omega_r$  и  $\omega_{1r}$  определяются из уравнений

$$\varepsilon_A(\omega_r, \mathbf{k}) = 0, \\ \varepsilon_1(\omega_{1r}, \mathbf{k}_1) = 0. \quad (26)$$

Подставляя в (24) значения производных

$$\frac{\partial \varepsilon_A}{\partial \omega} = 2\omega, \quad \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial \omega_1} = 2\omega_1$$

и коэффициентов связи  $\mu_A$  и  $\mu_1^*$ , получим

$$\gamma = \sqrt{W} \frac{V_A}{c} \frac{\omega_{pe}}{\omega_0} \frac{\omega}{\omega_{Be}} \left( \frac{\omega_{pe}}{\omega \omega_0} \right)^{1/2} \chi_e \omega_{pe}, \quad (27)$$

где

$$W = \frac{|E_{0z}|^2}{4\pi n_0 T_e}.$$

## ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Исследована возможность распада обыкновенной электромагнитной волны на кинетическую альвеновскую волну и другую обыкновенную волну. Такой процесс можно рассматривать как рассеяние обыкновенной электромагнитной волны на кинетических альвеновских волнах. Показано, что обыкновенная электромагнитная волна может распасться на кинетическую альвеновскую волну и вторую обыкновенную электромагнитную волну. Полученный инкремент развития неустойчивости пропорционален электронной инерционной длине, что указывает на то, что рассмотренный нелинейный процесс возможен только при учете конечности массы электронов в дисперсионном управлении для альвеновских волн.

Оценим инкремент неустойчивости для F-области ионосферы. Характерные параметры для F-области ионосферы:

$$T_e \approx T_i \approx 1 \text{ эВ}, \quad B_0 \approx 0.33 \text{ Гс},$$

$$\omega_{Be} \approx 10^6 \text{ с}^{-1}, \quad \omega_{Bi} \approx 10^2 \text{ с}^{-1}, \quad \omega_{pe} \approx 10^7 \text{ с}^{-1}, \\ v_A/c \approx 10^{-3}.$$

Полагая в (27)  $\omega \approx 0.1\omega_{Bi}$ ,  $\chi_e \approx 1$ ,  $E_{0z} \approx 1$  В/м, получим  $\gamma \approx 100 \text{ с}^{-1}$  и время развития неустойчивости  $\tau = \gamma^{-1} \approx 0.01$  с. В работе [3] рассмотрено рассеяние обыкновенной электромагнитной волны на электрических ионно-циклотронных волнах. Были получены оценки для инкремента развития неустойчивости в F-области ионосферы  $\gamma^{-1} \approx 0.1$  с. Следовательно, рассмотренное нами рассеяние обыкновенной электромагнитной волны на кинетических альвеновских волнах происходит эффективнее, чем на ионно-циклотронных волнах.

Кинетические альвеновские волны с длиной волны порядка электронной инерционной длины наблюдались в ионосферной плазме с помощью спутника «Freja» [13]. Увеличение амплитуды кинетических альвеновских волн, в свою очередь, может привести к диффузии и ускорению заряженных частиц в ионосферной плазме. Ускорение заряженных частиц кинетическими альвеновскими волнами рассматривались в работах [6, 7].

1. Юхимук А. К., Войтенко Ю. М., Юхимук В. А. и др. Нелинейный механизм возбуждения альвеновских волн в замагниченной плазме // Геомагнетизм и аэронаука.—1998.—38, № 3.—С. 59—67.
2. Юхимук А. К., Федун В. Н., Юхимук В. А., Ивченко В. Н. Параметрическое возбуждение верхнегибридных и кинетических Альвеновских волн в магнитосферной плазме // Космічна наука і технологія.—1998.—4, № 1.—С. 108—112.
3. Юхимук А. К., Федун В. Н., Юхимук В. А., Фалько О. Г. Генерация электромагнитного излучения с помощью ВГВ накачки в космической плазме // Космічна наука і технологія.—1998.—4, № 1.—С. 102—107.
4. Юхимук А. К., Юхимук В. А., Кучеренко В. П. и др. Нелинейный механизм генерации альвеновских волн в плазме // Кинематика и физика небесных тел.—1995.—11, № 5.—С. 71—77.

5. Bose M. Stimulated Brillouin scattering of an electromagnetic wave in a magnetoactive dissipative multi-ion-species plasma // J. Plasma Physics.—1995.—53, part 2.—P. 127—133.
6. Hui C. H., Seyler C. E. Electron acceleration by Alfvén waves in the magnetosphere // J. Geophys. Res.—1992.—97A, N 4.—P. 3953—3963.
7. Kletzing C. A. Electron acceleration by kinetic Alfvén waves // J. Geophys. Res.—1994.—99A, N 6.—P. 11095—11103.
8. Sawhney B. K., Tripathi V. K., Singh S. V. Scattering of an electromagnetic wave off a whistler wave in the ionosphere // Radio Science.—1994.—29, N 3.—P. 663—671.
9. Shukla P. K., Tager S. G. Scattering of Ordinary electromagnetic waves by ioncyclotron waves in the ionosphere // J. Geophys. Res.—1979.—84A, N 4.—P. 1317—1318.
10. Stenflo L. Stimulated scattering of large amplitude waves in the ionosphere // Phys. Scripta.—1990.—30.—P. 166—169.
11. Stenflo L. Theory of stimulated scattering of large-amplitude waves // J. Plasma Physics.—1995.—53, part 2.—P. 213—222.
12. Thidé Bo. Stimulated scattering of Large Amplitude Waves in the ionosphere: Experimental Results // Physica Scripta.—1990.—30.—P. 170—180.
13. Wahlund J. E., Louarn P., Chust T., et al. Observations of ion acoustic fluctuations in the auroral topside ionosphere by the «Freja» s/c // Geophys. Res. Lett.—1994.—21, N 17.—P. 1835—1838.

---

SCATTERING OF ORDINARY ELECTROMAGNETIC WAVE ON THE KINETIC ALFVEN WAVE

A. K. Yukhimuk, V. A. Yukhimuk, O. G. Fal'ko, and E. K. Sirenko

The scattering of ordinary electromagnetic wave on the kinetic Alfvén wave in the magnetized plasma with a small plasma parameter ( $\beta = 8\pi nT/B_0^2$ ) is investigated. The nonlinear dispersion equation and instability growth rates are found on the basis of two-fluid magnetohydrodynamics. It is shown that an ordinary electromagnetic wave may decay into a kinetic Alfvén wave and an other ordinary electromagnetic wave. The parametric instability considered in the paper may occur in the ionosphere and lower magnetosphere of the Earth, where the plasma parameter is small.