

УДК 681.518.3(075.8)

Метод надійнісного моделювання самовідновлюваних бортових інформаційних систем

Б. А. Мандзій, В. П. Беляєв, Б. Ю. Волочій

Державний університет «Львівська політехніка», Львів

Надійшла до редакції 30.03.98

Запропоновано метод аналізу стохастичних систем напівмарковського типу, який дозволяє зменшити розмірність математичних моделей аналізованих систем при збереженні достатньої для задач системотехнічного проектування точності. Метод також є зручним з точки зору формалізації побудови моделі і подальшої автоматизації розрахунків.

ВСТУП

Підвищення складності і відповідальності функцій, які виконують сучасні космічні апарати, ставить вимогу до самовідновлюваності необслуговуваних бортових інформаційних систем в число основних. Для досягнення цієї мети бортовим інформаційним системам (БІС) необхідно надати властивість відмовостійкості, яка забезпечується введенням різних видів надлишковості [3]. Для вибору оптимальної структури БІС, оптимальних виду та способу введення надлишкового ресурсу проєктант повинен вирішувати складну задачу багатопараметричної оптимізації. Розв'язок такої задачі вимагає в першу чергу побудови математичної моделі БІС, яка б адекватно відображала її структуру і алгоритм поведінки при виникненні порушення працездатності. Такі моделі відносяться до класу дискретно-неперервних випадкових процесів, зокрема марковських і напівмарковських. Велика розмірність моделей вимагає значних часових затрат при їх побудові, тому актуальною є задача формалізації і автоматизації цього процесу. Запропонований авторами метод розв'язку такої задачі для випадку марковських процесів викладено в роботі [2].

Значна трудоемкість побудови моделей стохастичних систем напівмарковського типу, а також висока обчислювальна складність їх аналізу в багатьох випадках є причиною швидше вимушених, аніж обґрунтованих спрощень. Відомі методи забезпечення адекватності моделі: метод стадій (фаз Ерланга) і метод вкладених ланцюгів Маркова мають ряд обмежень, які суттєво зменшують можливість їх використання в системотехнічних САПР. Метод стадій передбачає побудову і аналіз марковських моделей процесів із значно розширеним фазовим простором, що обумовлює необхідність рішення систем алгебраїчних і диференціальних рівнянь високих порядків. Метод вкладених ланцюгів Маркова зорієнтований на аналіз стаціонарного режиму, а значить, не дає можливості отримати весь комплекс необхідних показників (наприклад, в деяких задачах надійнісного проектування необхідно аналізувати системи, в яких стаціонарний режим відсутній).

В даній статті викладено метод аналізу БІС, які належать до класу стохастичних систем напівмарковського типу і є базою для побудови автоматизованої процедури аналізу систем даного класу.

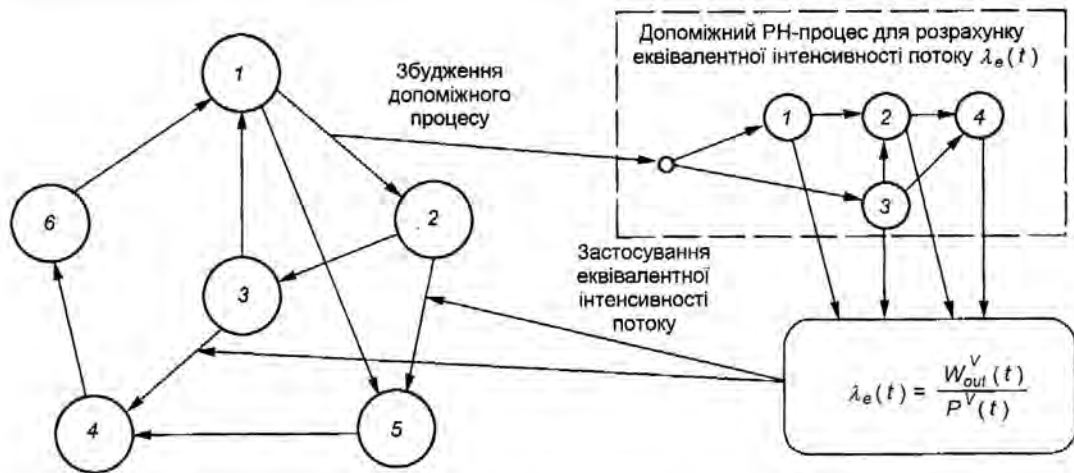


Рис. 1. Узагальнена схема побудови моделі стохастичної системи за методом еквівалентної інтенсивності потоку

СУТЬ МЕТОДУ ЕКВІВАЛЕНТНОЇ ІНТЕНСИВНОСТІ ПОТОКУ

Типовою задачею, яка вимагає застосування апарату теорії напівмарковських дискретно-неперервних випадкових процесів, є задача аналізу систем, в яких в деякий випадковий момент часу t_s відбувається зміна стану системи. Ця зміна стану ініціює початок деякого процесу A , тривалість якого τ_a має відомий неекспоненціальний розподіл, який не залежить від t_s . Позначимо функцію розподілу тривалості τ_a як $F_a(\tau_a)$, а густину розподілу як $f_a(\tau_a)$. Відповідно інтенсивність потоку подій завершення протікання процесу A визначатиметься за формулою

$$\lambda_a(\tau_a) = \frac{f_a(\tau_a)}{1 - F_a(\tau_a)}. \quad (1)$$

При проведенні аналізу системи нас цікавить не тривалість процесу, а його стан (розпочався, протікає, завершився) в задані моменти часу, які відраховуються від моменту початку функціонування системи. Випадковий момент часу t_c завершення процесу A є сумою двох незалежних випадкових складових:

$$t_c = t_s + \tau_a.$$

Відповідно, функція розподілу випадкової величини t_c дорівнює:

$$F_c(t_c) = \int_0^{t_c} F_a(t_c - t_s) dF_s(t_s), \quad (2)$$

де $F_s(t_s)$ — функція розподілу випадкової величини t_s .

Використовуючи формулу (2), можна визначити густину розподілу $f_c(t_c)$ випадкової величини t_c та інтенсивність $\lambda_c(t_c)$:

$$f_c(t_c) = \frac{dF_c(t_c)}{dt_c}, \quad \lambda_c(t_c) = \frac{f_c(t_c)}{1 - F_c(t_c)}. \quad (3)$$

Суть запропонованого методу полягає в апроксимації заданого процесу напівмарковського типу неоднорідним марковським процесом. При цьому параметр $\lambda_c(t_c)$ отримує зміст еквівалентної інтенсивності переходів, які відповідають завершенню процесу A .

В описаному варіанті методу моделювання математичною моделлю БІС є система інтегро-диференціальних рівнянь, в якій операція інтегрування використовується тільки для визначення еквівалентних інтенсивностей. Задача аналізу БІС може бути зведена до розв'язку системи однорідних диференціальних рівнянь, якщо для визначення еквівалентних інтенсивностей використовувати допоміжні процеси. Ці процеси апроксимують розподіл тривалості протікання реальних процесів розподілом фазового типу (РН-розподілом) [1]. Такий підхід дозволяє розв'язувати задачу формалізації і автоматизації побудови математичної моделі систем даного класу з використанням принципів рішення аналогічної задачі для систем марковського типу [2].

Таким чином, згідно з запропонованим методом математична модель БІС формується як сукупність неоднорідного марковського процесу, який описує поведінку БІС в цілому і допоміжних марковських процесів, призначених для розрахунку інтенсивностей переходів неоднорідного марковського процесу.

На рис. 1 зображено граф станів моделі. Процеси з неекспоненціальним розподілом збуджуються при переході системи із стану 1 в стан 2. Щільність цього потоку використовується для збудження допоміжного процесу фазового типу. Значення знайденої еквівалентної інтенсивності використовується як інтенсивність переходів, які відповідають завершенню даного процесу (із стану 2 в стан 5, із стану 3 в стан 4).

ПРИКЛАД ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ ДЛЯ АНАЛІЗУ САМОВІДНОВЛЮВАНОЇ СИСТЕМИ

Самовідновлювана система будується за мажоритарною відмовостійкою структурою з правилом вибору «2 з 3». Задається необхідність врахування ефекту старіння апаратних модулів за розрахунковий час експлуатації. При відмові двох модулів здійснюється реконфігурація системи: схема контролю (за показниками наближається до ідеальної) миттєво відключає схему мажорювання, визначає працездатний модуль і покладає на нього виконання функцій системи. При наявності двох несправних модулів комплекс відновлення працездатності (КВП) здійснює їх заміну по чергово. Заміна несправного модуля проводиться відразу після його відмови, якщо КВП знаходиться в стані очікування, або одразу після закінчення процедур заміни попереднього модуля. КВП може здійснити не більше двох відновлень. Вважається, що відновлення є повним, тобто старіння відновленого модуля починається з початкового стану. Закон розподілу для інтегралів часу безвідмовної роботи всіх модулів однаковий і задається РН-розподілом. Закон розподілу для тривалостей відновлення також представлений РН-розподілом.

З метою спрощення викладу без обмеження рівня загальності можна прийняти, що РН-розподіли тривалості безвідмовної роботи модулів і тривалості їх відновлення представлені тринпараметричними розподілами Ерланга, графи станів і переходів для яких зображені на рис. 2.

Побудований за викладеною методикою граф станів і переходів описаної вище системи представлено на рис. 3. Стан 1 – початковий стан системи. При виході з ладу одного з модулів робочої конфігурації здійснюється перехід в стан 2. Інтенсивність переходу складає $3\lambda(t)$, причому з метою забезпечення ідентичності підходу розрахунок значень $\lambda(t)$ може здійснюватися шляхом інтегрування допоміжного процесу фазового типу (рис. 3, б, стани 21, 22, 23), тобто аналогічно до розрахунку еквівалентних інтенсивностей:

$$\lambda(t) = \frac{\lambda_{F3} P_{23}(t)}{P_{21}(t) + P_{22}(t) + P_{23}(t)}, \quad (4)$$

де $P_i(t)$ – ймовірності перебування допоміжного РН-процесу у відповідних станах, $i = 21, 22, 23$.

З переходом системи в стан 2 негайно починається відновлення модуля, який вийшов з ладу. Оскільки тривалість процесу відновлення розподілена не за експоненціальним законом, то для пошуку значень еквівалентної інтенсивності завершення відновлення $\mu_1(t)$ використовується допоміжний процес фазового типу (рис. 3, б, стани 24, 25, 26):

$$\mu_1(t) = \frac{\mu_{E3} P_{26}(t)}{P_{24}(t) + P_{25}(t) + P_{26}(t)}. \quad (5)$$

Збуджується даний процес зовнішнім потоком, щільність якого дорівнює щільності потоку переходів із стану 1 в стан 2: $3\lambda(t) \cdot P_1(t)$.

Система покидає стан 2 після завершення відновлення модуля (перехід з 2 в 3 з інтенсивністю $\mu_1(t)$) або при відмові одного з двох модулів, які залишилися в працездатному стані (перехід з 2 в 1 з інтенсивністю $2\lambda(t)$). Для визначення еквівалентної інтенсивності відмови відновленого модуля $\lambda_1(t)$ скористаємося допоміжним РН-процесом, представленим станами 27, 28, 29 (рис. 3, б).

Оскільки включений в робочу конфігурацію резервний модуль негайно і безумовно вводиться в експлуатацію, даний РН-процес збуджується безпосередньо потоком подій, які відповідають моментам завершення відновлення, щільність якого рівна $\mu_{E3} P_{26}(t)$. Вираз для $\lambda_1(t)$ формується аналогічно виразам (4), (5):

$$\lambda_1(t) = \frac{\lambda_{F3} P_{29}(t)}{P_{27}(t) + P_{28}(t) + P_{29}(t)}. \quad (6)$$

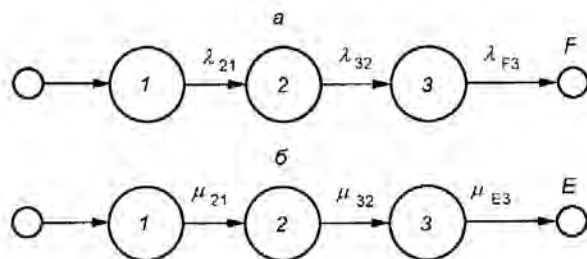


Рис. 2. Графи станів і переходів РН-процесів, які моделюють розподіли тривалості безвідмовної роботи (а) та відновлення (б)

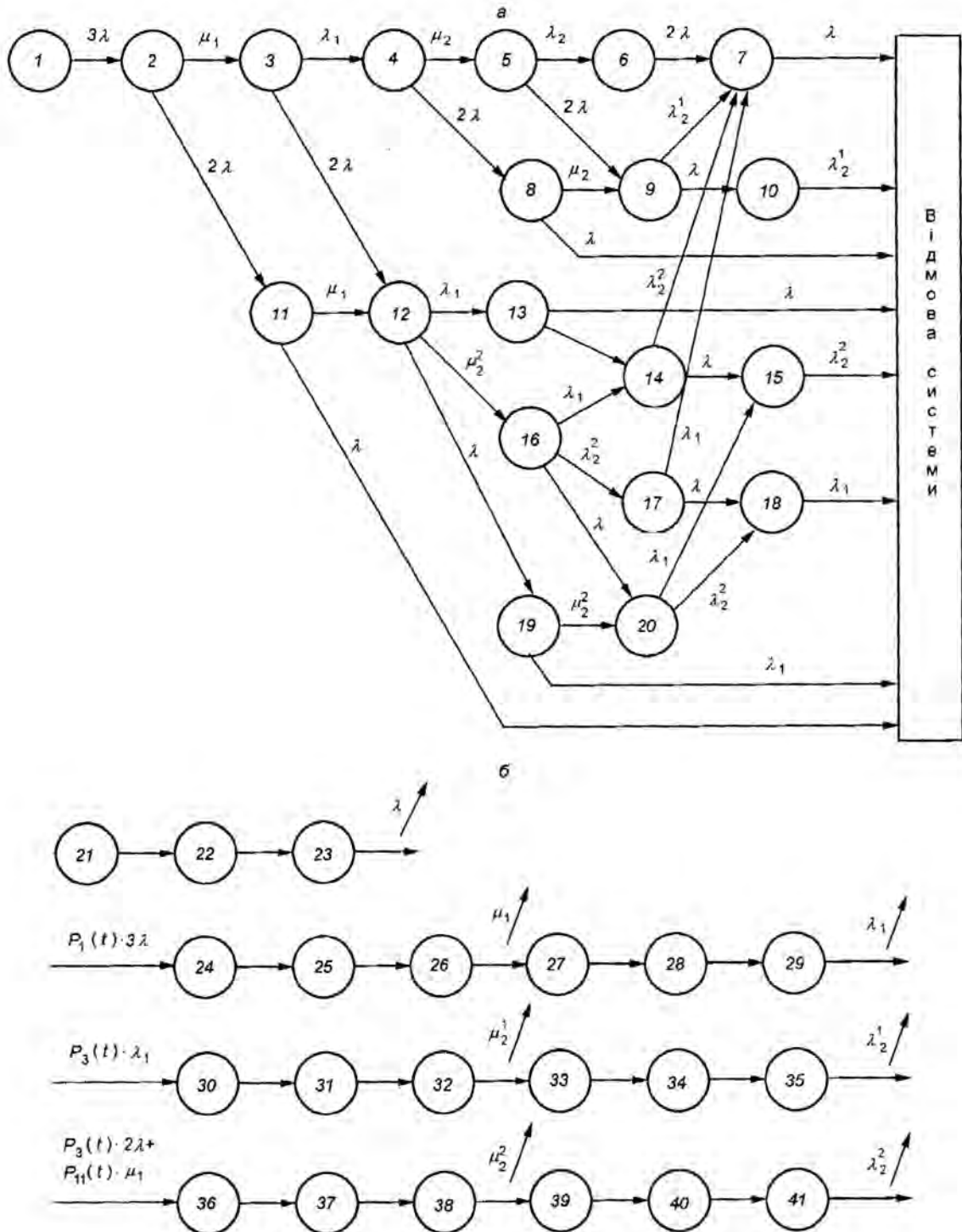


Рис. 3. Графи станів і переходів до задачі аналізу відмовостійкої структури з обмеженим відновленням за методом еквівалентної інтенсивності потоку: а – граф станів і переходів неоднорідного марковського процесу; б – графи станів і переходів допоміжних РН-процесів

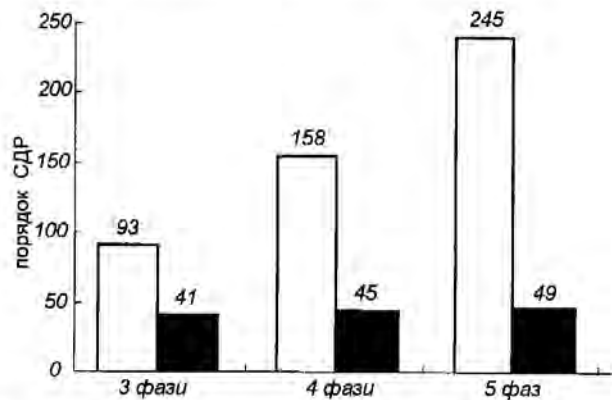


Рис. 4. Діаграма залежності порядку СДР від порядку РН-розподілу тривалості безвідмовної роботи модулів: чорні стовпчики — метод еквівалентної інтенсивності потоку, білі — метод стадій

Оскільки порядок визначення всіх еквівалентних інтенсивностей аналогічний розглянутим, при подальшому розгляді будемо вказувати тільки опис станів, еквівалентні інтенсивності і відповідні допоміжні РН-процеси.

Перехід із стану 3 в стан 4 здійснюється при виході з ладу модуля, який був встановлений після першої відмови. Оскільки стан 3 передбачає перебування КВП в стані очікування, негайно розпочинаються процедури другого відновлення працездатності системи. Для розрахунку еквівалентних інтенсивностей завершення процесу відновлення $\mu_1^1(t)$ і інтенсивності відмов відновленого модуля $\lambda_2^1(t)$, використовуються РН-процеси, задані на множинах станів 30, 31, 32 і 33, 34, 35 відповідно. Ці допоміжні процеси збуджуються зовнішнім потоком подій з щільністю $\lambda_1(t)P_3(t)$. Нарешті, з моменту переходу системи в стан 12 в ній знову починається процес відновлення чергового несправного модуля. Перехід системи в стан 12 можливий або із стану 3 при відмові одного з двох модулів робочої конфігурації (інтенсивність переходу $2\lambda(t)$), або із стану 11 після завершення процедур по заміні модуля, який відмовив вперше (інтенсивність переходу — еквівалентна інтенсивність $\mu_1(t)$). Для розрахунку еквівалентних інтенсивностей завершення процедур відновлення $\mu_2^2(t)$ і інтенсивності відмов встановленого модуля $\lambda_2^2(t)$, використовуються РН-процеси, задані на множинах станів 36, 37, 38 і 39, 40, 41 відповідно (рис. 3, б). Зовнішнє збудження цього ланцюжка станів здійснюється потоком з щільністю $2\lambda(t)P_3(t) + \mu_1(t)P_{11}(t)$.

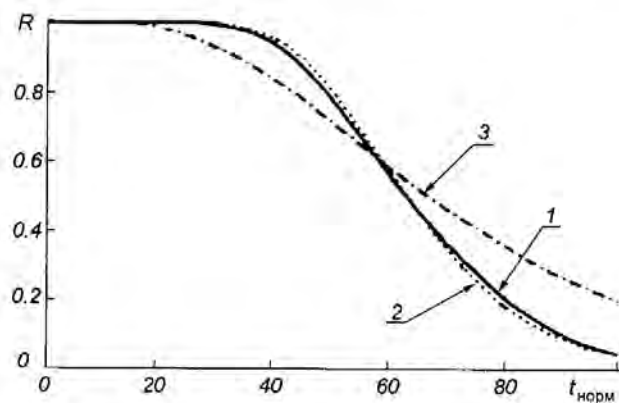


Рис. 5. Результати розрахунку імовірності безвідмовної роботи відмовостійкої самовідновлювальної системи різними методами: 1 — метод стадій; 2 — запропонований метод; 3 — поширений метод, який передбачає експоненційну апроксимацію процесів з неекспоненційно розподіленою тривалістю

Подальша побудова моделі реалізується за відомими правилами побудови марковської моделі неоднорідного випадкового процесу з використанням визначених вище еквівалентних інтенсивностей як інтенсивностей переходів.

Визначення розподілу ймовірностей перебування в станах здійснюється шляхом чисельного інтегрування систем диференціальних рівнянь Колмогорова — Чепмена, сформованих за графом станів неоднорідного марковського процесу і допоміжних РН-процесів, з обчисленням на кожній ітерації еквівалентних інтенсивностей. Слід звернути увагу на те, що запропонований метод вимагає подання в нетрадиційному вигляді (для задач надійнісного аналізу) початкових умов. В розглянутому прикладі ці умови є такими:

$$P_1(0) = P_{21}(0) = 1, P_i(0) = 0 \text{ для всіх } i \notin \{1, 21\}.$$

При інтерпретації результатів аналізу використовуються імовірності перебування в станах неоднорідного марковського процесу (стані 1–20).

ПОРІВНЯЛЬНА ОЦІНКА ЕФЕКТИВНОСТІ МЕТОДУ

Оцінка базується на порівнянні порядків систем диференціальних рівнянь, які формуються при розв'язку тестової задачі запропонованим методом та іншими відомими методами. Для тестової задачі прийнята розглянута вище відмовостійка система, для якої сформовано математичні моделі, які відрізняються порядком РН-розподілу тривалості безвідмовної роботи модулів. Еталонами служать марковські моделі, сформовані із застосуванням методу стадій і програмних засобів їх автоматизованої

побудови [2] при аналогічних видах законів розподілу тривалостей безвідмовної роботи і відновлення.

На рис. 4 показано залежність порядків систем диференціальних рівнянь від кількості фаз при формуванні марковської моделі запропонованим методом і методом стадій. Із збільшенням кількості фаз порядок системи диференціальних рівнянь в першому випадку збільшується позначно, в той же час у другому випадку він зростає майже в три рази.

На рис. 5 показано результати розрахунку ймовірності безвідмовної роботи досліджуваної системи трьома різними методами при кількості фаз, рівній 3.

Таким чином, порівняльний аналіз показує, що запропонований метод забезпечує необхідну для розв'язку практичних задач системотехнічного проектування точність оцінки показників надійності при прийнятних обчислювальних затратах.

ВИСНОВОК

Описаний метод дозволяє відносно просто формалізувати процес побудови математичних моделей відмовостійких БІС і забезпечує необхідну точність

оцінок показників при зменшеній розмірності моделей. Це дозволяє ефективно реалізувати процедури синтезу відказостійких БІС через багатоваріантний аналіз або в інтерактивному режимі проектування.

1. Башарин Г. П., Бочаров П. П., Коган Я. А. Анализ очередей в вычислительных сетях. Теория и методы расчета. — М.: Наука, 1989. — 336 с.
2. Беляев В. П., Волочий Б. Ю., Мандзій Б. А. Автоматизация построения надежных моделей отказоустойчивых РЭС // Техника, экономика. Сер. Автоматизация проектирования. — 1994. — Вып. 2-3. — С. 73–81.
3. Волочий Б. Ю., Калашников И. Д., Мазепа Р. Б., Мандзій Б. А. Проектирование отказоустойчивых микропроцессорных информационно-измерительных систем. — Львов: Вища школа, 1987. — 152 с.

METHOD FOR THE RELIABILITY MODELING OF SELFREPAIRING ONBOARD INFORMATION SYSTEMS

B. A. Mandziy, V. P. Belyaev, and B. Yu. Volotchiy

A method is proposed for the analysis of stochastic semi-Markov systems. The method allows the reduction of the dimension of mathematical models of analyzed systems, with accuracy an sufficient for the problems of technical system design being retained. The method is convenient from the standpoint of formalization of model construction and subsequent automatization of calculations.