

УДК 621.376.56

Адаптивний кореляційний аналіз локально-стаціонарних випадкових сигналів для бортових експериментів

В. О. Погрібний^{1, 2}, А. Собульський², І. В. Рожанківський³,
Я. В. Грень³, З. Джицімський²

¹Державний науково-дослідний інститут інформаційної інфраструктури Національної академії наук України, Львів

²Інститут телекомунікацій Сільськогосподарсько-технічної академії, Бидгощ, Польща

³Державний університет «Львівська політехніка», Львів

Надійшла до редакції 30.03.98

Подано адаптивний алгоритм визначення кореляційних функцій в реальному часі для аналізу стаціонарності з використанням ковзного вікна, що пересувається з дискретністю одного відліку. Аналіз стаціонарності полягає в порівнянні середніх та дисперсій випадкового процесу на поточному інтервалі аналізу і на поточному довірчому інтервалі. Здійснене порівняння похибок дисперсії для алгоритмів з кроковим та ковзним вікном. Подана структурна схема бортового адаптивного корелятора.

ВСТУП

При проведенні багатьох фізичних експериментів у верхніх шарах атмосфери та космічному просторі, що мають наукове та прикладне значення, досліджуються випадкові фізичні поля — електричні та магнітні і їх стохастичні взаємозв'язки. Проведенню аналізу на Землі перешкоджає обмежена пропускна здатність телеметричних систем, яка не дозволяє передавати в режимі реального часу великі масиви даних, отримані від первинних вимірювальних перетворювачів. Тому часто цифрову обробку сигналів здійснюють на борту. Бортова обробка сигналів ускладнюється їх нестаціонарністю та необхідністю обробки в реальному часі.

Методи кореляційного аналізу (КА) стаціонарних сигналів розроблені вже давно [1, 2, 4], але їх використання для аналізу нестаціонарних випадкових процесів (ВП) в реальному часі вимагає відповідних модифікацій. Деякі нестаціонарні сигнали

на окремих ділянках поведуть себе як стаціонарні процеси. Такі інтервали називають інтервалами локальної стаціонарності, а сигнали — локально-стаціонарними. Запропоновані Бендатом та Пірсом методи обробки таких сигналів не дозволяють реалізувати їх в режимі реального часу. Завдання вибору інтервалів ускладнюється, коли з допомогою корелятора по чергово в часі обробляються сигнали від первинних вимірювальних перетворювачів різних фізичних величин. Запропонований Погрібним [2] метод, який базується на кроковому пересуванні вікна аналізу, не забезпечує заданої точності визначення змінних інтервалів локальної стаціонарності. Тому доцільна розробка нових, ефективних алгоритмів адаптивного КА в реальному часі з використанням ковзних вікон, що пересуваються з кожним відліком.

На локально-стаціонарних інтервалах реалізації сигналу оцінка функції кореляції описується виразом:

$$\hat{K}_{xx}(m) = \frac{1}{N_A(t) - m + 1} \sum_{i=0}^{N_A(t)-m} \hat{x}_i \hat{x}_{i+m},$$

де $N_A(t) = \text{ENT}(\Theta_A / T)$ – довжина локально-стаціонарного часового ряду, Θ_A – тривалість аналізу, T – період дискретизації, m – часовий зсув кореляційної функції, $\hat{x}_i = x_i - \bar{x}$, \bar{x} – середнє значення сигналу на локально-стаціонарній ділянці.

Для визначення тривалості інтервалу локальної стаціонарності ВП визначаємо середнє та дисперсію на кожному елементарному інтервалі реалізації ВП, що складається з N_{el} відліків. Інтервал реалізації, що складається з послідовності елементарних інтервалів, будемо вважати інтервалом локальної стаціонарності, якщо для нього виконуються наступні вимоги:

- різниця між середніми на поточному та довірчому інтервалах реалізації ВП не перевищує відповідного допустимого відхилення, заданого апіорі;
- різниця між дисперсіями на поточному та довірчому інтервалах реалізації ВП не перевищує відповідного допустимого відхилення, заданого апіорі.

ВИБІР ІНТЕРВАЛІВ ЛОКАЛЬНОЇ СТАЦІОНАРНОСТІ

Один з наведених методів КА на інтервалах локальної стаціонарності описаний в роботі [3]. Цей метод заснований на виборі інтервалу локальної стаціонарності, що є сумою послідовних, однакових за тривалістю, елементарних стаціонарних інтервалів випадкового сигналу. При цьому передбачається, що всередині елементарного інтервалу сигнал завжди стаціонарний. Умови вибору локально-стаціонарних інтервалів для такого методу, який можна назвати методом крокового вікна, записуються так:

$$\forall D, m, \Theta \left(\bigcap_{r=1}^k \left(\left(\left| \hat{D}_r - D_{\text{eff}} \right| \leq \varepsilon_D \right) \wedge \left(\left| \hat{m}_r - m_{\text{eff}} \right| \leq \varepsilon_m \right) \right) \right) \vdash \left(\Theta_A = \sum_{r=1}^k \Theta_r \right) \cup \left(\bigcup_{r=1}^k \left(\left(\left| \hat{D}_r - D_{\text{eff}} \right| > \varepsilon_D \right) \vee \left(\left| \hat{m}_r - m_{\text{eff}} \right| > \varepsilon_m \right) \right) \right) \vdash \left(\left(\Theta_A = \sum_{r=1}^{k-1} \Theta_r \right) \cap \left(\Theta_{\text{eff}} = \Theta_k \right) \right), \quad (1)$$

де $\Theta_A \subset \Theta_\Sigma$, Θ_Σ – тривалість всієї реалізації ВП, Θ_A – поточний сумарний інтервал аналізу, Θ_r – r -й елементарний інтервал аналізу, що складається з N_{el} відліків, \vdash – знак секвенції, ε_m , ε_D – допустимі відхилення середнього та дисперсії, причому

$$\hat{m}_r = \frac{1}{N_{el}} \sum_{i=r+1}^{r+N_{el}} x_i, \quad \hat{D}_r = \frac{1}{N_{el}-1} \sum_{i=r+1}^{r+N_{el}} (x_i - m_r)^2 = \sigma_r^2,$$

а перший інтервал аналізу приймається за початковий довірчий інтервал $\Theta_{\text{eff}} = \Theta_1$.

Для довгих часових рядів описаний метод є ефективним та забезпечує просту апаратну реалізацію спецпроцесорів для КА. Однак для коротких часових рядів такий підхід є не достатньо точним, оскільки може привести до суттєвої втрати статистики. Автори цієї статті пропонують новий метод вибору інтервалу локальної стаціонарності, що базується на пересуванні елементарного інтервалу і перевірці умов стаціонарності з кожним відліком (метод ковзного вікна). При такому методі інтервал стаціонарності формується першим елементарним інтервалом в поточному інтервалі локальної стаціонарності і черговими відліками, які не порушують умов стаціонарності. Такий підхід дозволяє максимально використовувати статистичні дані. Формула (2) описує новий алгоритм вибору інтервалу локальної стаціонарності на основі методу ковзного вікна

$$\forall D, m, \Theta \left(\bigcap_{r=i+1}^k \left(\left(\left| \hat{D}_r - D_{\text{eff}} \right| \leq \varepsilon_D \right) \wedge \left(\left| \hat{m}_r - m_{\text{eff}} \right| \leq \varepsilon_m \right) \right) \right) \vdash \left(\Theta_A \in [(i+1)T, (k+n-1)T] \right) \cup \left(\bigcup_{r=i+1}^k \left(\left(\left| \hat{D}_r - D_{\text{eff}} \right| > \varepsilon_D \right) \vee \left(\left| \hat{m}_r - m_{\text{eff}} \right| > \varepsilon_m \right) \right) \right) \vdash \left(\Theta_A \in [(i+1)T, (k+n-2)T] \wedge \Theta_{\text{eff}+1} \in [kT, (k+n-1)T] \right), \quad (2)$$

де $r, k = i + 1, \dots, N - n + 1$, n – довжина вікна аналізу, $N = \text{ENT}(\Theta/T)$ – число відліків, що аналізуються (повна довжина часового ряду), $i \in [1, N - n + 1]$ – номер поточного інтервалу, що визначається його першим елементом, а дисперсії рівні відповідно:

$$D_r = \frac{1}{n-1} \sum_{n=r}^{r+n-1} (x_n)^2$$

і для i -го інтервалу локальної стаціонарності

$$D_{nfi} = \frac{1}{n-1} \sum_{a=i}^{i+n-1} (\dot{x}_a)^2,$$

причому перший довірчий інтервал рівний $\Theta_{nfi} \in [T, nT]$.

ПОРІВНЯННЯ РОЗГЛЯНУТИХ МЕТОДІВ

При порівнянні (1) та (2) видно, що метод (2) на основі вікна, яке рухається з дискретністю одного відліку, дозволяє розширити інтервал локальної стаціонарності додатково на величину від 1 до $N_{el} - 1$ відліків, в залежності від розгашування вікна.

Порівняння обох методів здійснюємо шляхом визначення відхилення дисперсії на основі виразу

$$|\delta D_{xx}^{(iN_{el}+j)}| = \frac{|D_{xx}^{(iN_{el})} - D_{xx}^{(iN_{el}+j)}|}{D_{xx}^{\Sigma}},$$

де $iN_{el} + j$ – номер поточного відліку, що аналізується, $j = 1, \dots, N_{el} - 1$; i – число проаналізованих елементарних інтервалів, D_{xx}^{Σ} – дисперсія сигналу на повному інтервалі реалізації.

Для дослідження впливу втрати статистики при методі крокового вікна визначалась залежність похибки обчислення від тривалості інтервалу локальної стаціонарності при заданому N_{el} . В даному прикладі розглядався стаціонарний сигнал у вигляді рожевого шуму в смузі частот від 0 до 300 Гц, дискретизований з частотою 600 Гц. На рис. 1 показані ці похибки в залежності від довжини локально-стаціонарного часового ряду при різних значеннях N_{el} .

З рис. 1 видно, що при довжинах часових рядів, кратних N_{el} , похибка рівна нулю, оскільки в цьому випадку в обох алгоритмах статистичні дані однакові. В решті випадків похибки є помітними на коротких інтервалах локальної стаціонарності і швидко зменшуються із збільшенням довжини цих інтервалів. Розглянуті похибки також суттєво залежать від довжини елементарного інтервалу, причому із зменшенням N_{el} та i вони збільшуються.

СТРУКТУРА АДАПТИВНОГО КОРЕЛЯТОРА

Запишемо алгоритм визначення різниць між середніми \bar{x}_r , \bar{x}_{nfi} на поточному та довірчому інтервалах, а також між відповідними дисперсіями D , та D_{nfi} , які необхідні для знаходження локально-стаціонарних інтервалів реалізації. Для середнього на

i -му довірчому інтервалі маємо

$$\bar{x}_{nfi} = \frac{1}{n-1} \sum_{a=i}^{i+n-1} x_a, \quad (3)$$

а на поточному інтервалі

$$\bar{x}_r = \frac{1}{n-1} \sum_{a=i}^{i+n-1} x_a, \quad (4)$$

при цьому $n = \text{const}$.

З (3) та (4) знайдемо

$$\begin{aligned} \bar{x}_{nfi} - \bar{x}_r &= \frac{1}{n-1} \sum_{a=i}^{i+n-1} x_a - \frac{1}{n-1} \sum_{a=i}^{i+n-1} x_a = \\ &= \frac{1}{n-1} \left(\sum_{a=i}^{i+n-1} x_a - \sum_{a=i}^{i+n-1} x_a \right) \propto \sum_{a=i}^{i+n-1} x_a - \sum_{a=i}^{i+n-1} x_a \end{aligned} \quad (5)$$

З (5) видно, що для визначення різниць достатньо порівняти лише суми.

Аналогічно запишемо для дисперсій:

$$\begin{aligned} D_{nfi} &= \frac{1}{n-1} \sum_{a=i}^{i+n-1} x_a^2 - (\bar{x}_{nfi})^2 \\ D_r &= \frac{1}{n-1} \sum_{a=i}^{i+n-1} x_a^2 - (\bar{x}_r)^2 \end{aligned}$$

При $\bar{x}_r = \bar{x}_{nfi}$ різниця дисперсій пропорційна різниці таких сум:

$$D_{nfi} - D_r \propto \sum_{a=i}^{i+n-1} x_a^2 - \sum_{a=i}^{i+n-1} x_a^2. \quad (6)$$

На основі (5) та (6) визначаємо інтервал локальної стаціонарності.

Структура корелятора, що реалізує алгоритм з ковзним вікном, показана на рис. 2.

Корелятор складається з двох частин. Перша частина, робота якої базується на обчисленні різниць (5) та (6) і порівнянні їх з заданими відхиленнями ϵ_x та ϵ_D відповідно, забезпечує вибір ділянок локальної стаціонарності та керування корелятором загалом.

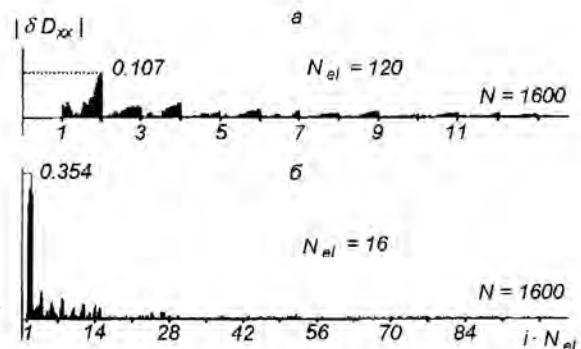


Рис. 1. Похибка дисперсії, що обумовлена втратою статистики

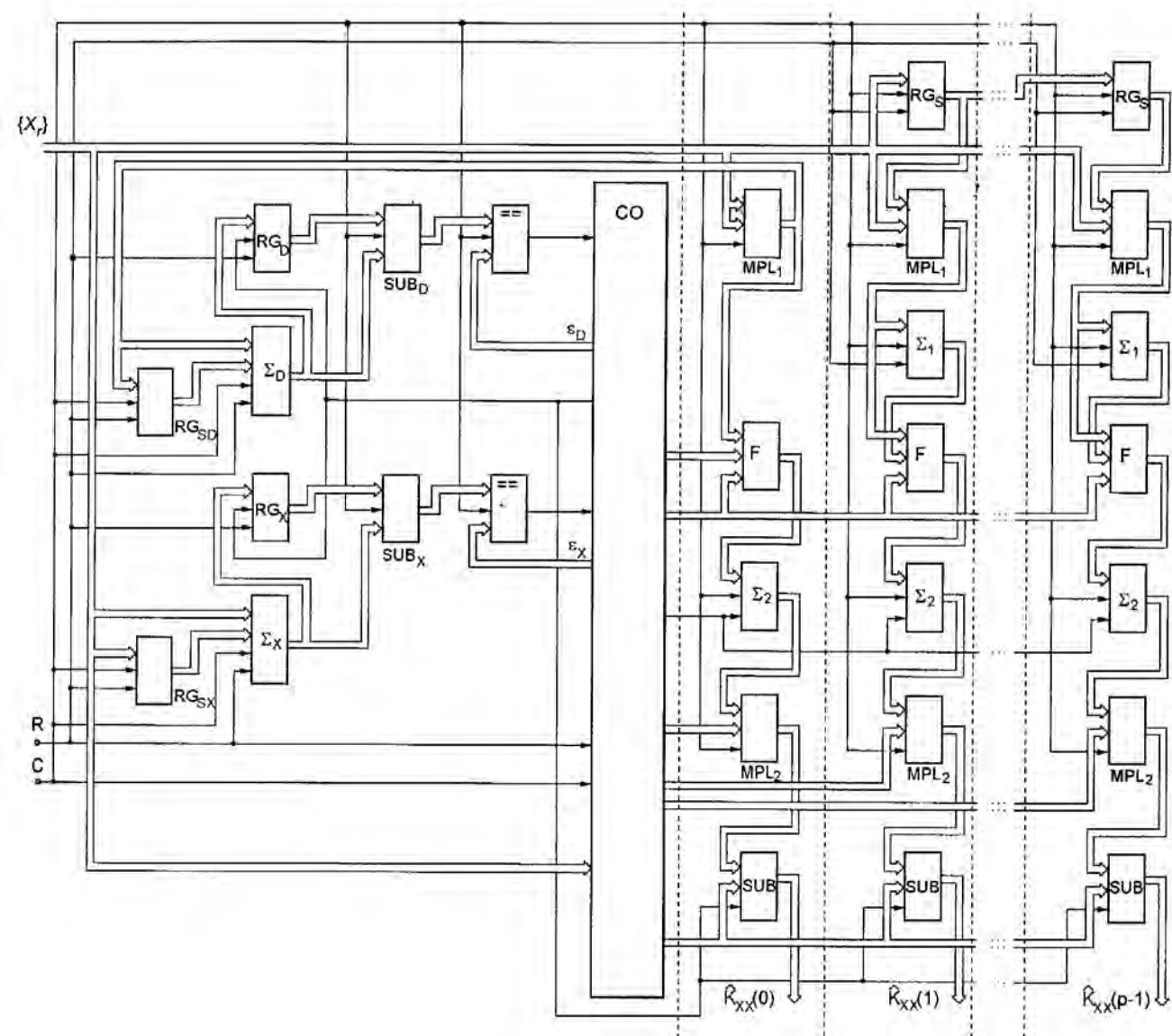


Рис. 2. Адаптивний корелятор

Друга частина є спеціалізованим P -канальним процесором, що обчислює кореляційну функцію для часових зсувів $m = 0, \dots, P - 1$.

Перша частина містить два реєстри зсуву RG_{SD} та RG_{SX} , два реєстри RG_D та RG_X , два акумулятори (суматори з нагромадженням) Σ_D та Σ_X , два субтрактори SUB_D та SUB_X , два компаратори та блок керування CO .

Кожен з каналів $m = 0, \dots, P - 1$ спецпроцесора містить реєстр зсуву RG_S , два перемножувачі

MPL_1 та MPL_2 , шинний формувач F , два акумулятори Σ_1 та Σ_2 і субтрактор SUB . В першому каналі ($m = 0$) на відміну від решти відсутні реєстр зсуву RG_S та акумулятор Σ_1 .

Адаптивний корелятор працює наступним чином.

В момент появи сигналу починається його обробка на першому елементарному інтервалі, який стає довірчим інтервалом для першої локально-стаціонарної ділянки. Сумування з нагромадженням $\sum_{a=1}^{n-1} x_a^2$ та $\sum_{a=1}^{n-1} x_a$, де x_a – відлік сигналу, здійс-

поється в акумуляторах Σ_D та Σ_X відповідно. Одночасно починається робота спецпроцесора, в кожному з P каналів якого вираховується оцінка кореляційної функції для відповідного часового зсуву m , який забезпечується регістрами зсуву RG_S . Добуток $x_n x_{n-m}$ формується в перемножувачах MPL_1 і нагромаджується в акумуляторах Σ_2 . Паралельно сума $\sum_{a=1}^{n-m} x_a x_{a-m}$ нагромаджується в акумуляторах

Σ_1 . Останні, працюючи за принципом кільцевого стеку на відміну від акумуляторів Σ_2 , постійно містять $n+r-m$ останніх добутоків, де r – кількість відліків, на яку зсунулось вікно. Вони необхідні для корекції результатів обчислень при появі нової нестаціонарної ділянки. Протягом формування першого довірчого інтервалу на входи віднімання акумуляторів Σ_D та Σ_X надходять нулі, оскільки затримка регістрів зсуву RG_{SD} та RG_{SX} дорівнює часу елементарного інтервалу. При закінченні формування першого довірчого інтервалу блок керування генерує тактовий сигнал і сума відліків, яка нагромаджена в акумуляторах Σ_D та Σ_X , переписується в регістри RG_D та RG_X і зберігається там до закінчення стаціонарної ділянки. При кожному тактовому імпульсі, що надходить на вхід C корелятора, в перемножувачах MPL_2 визначається добуток значення нагромадженого в акумуляторах Σ_2 та коефіцієнта $(n+r-m)^{-1}$. А на відповідному виході блоку керування CO встановлюється коректований коефіцієнт \bar{x}_A , де \bar{x}_A – середнє значення сигналу на інтервалі аналізу, який використовується лише в момент закінчення стаціонарної ділянки.

Наступний за довірчим інтервалом відлік та його квадрат додаються до вмісту акумуляторів Σ_D та Σ_X , а перший відлік та його квадрат, затримані у регістрах зсуву RG_D та RG_X відповідно, віднімаються від вмісту цих акумуляторів. Тобто сумування з нагромадженням в акумуляторах Σ_D та Σ_X можна записати у вигляді $\sum_{a=r}^{r+n-1} x_a^2$ та $\sum_{a=r}^{r+n-1} x_a$ відповідно.

Вміст цих акумуляторів подається на входи відповідних субтракторів SUB_D та SUB_X , в яких він віднімається від вмісту відповідних регістрів RG_D та RG_X . Згідно з цим визначаються різниці (6) та (5). Отримані різниці порівнюються з допустимими значеннями в компараторах і результати подаються на відповідні входи блоку керування CO , який приймає рішення про стаціонарну ділянку процесу. Якщо рішення позитивне, то описана вище процедура повторюється знову.

Якщо прийняте рішення про вихід процесу за межі стаціонарності, то на тактовому виході блоку

керування з'являється відповідний сигнал і вміст акумуляторів Σ_D та Σ_X переписується в регістри RG_D та RG_X відповідно. Отже, ділянка реалізації, яка перекривається в даний момент вікном, стає новим довірчим інтервалом. Цей тактовий сигнал є командою до здійснення віднімання в субтракторах SUB і на інформаційних виходах корелятора $\hat{K}_{xx}(m)$ з'являються значення кореляційної функції для відповідних часових зсувів:

$$\hat{K}_{xx}(m) = \frac{1}{N_A - m} \sum_{a=1}^{r+n-1-m} x_a x_{a+m} - (\bar{x}_A)^2,$$

де $N_A = r + n - 1$ – інтервал аналізу. Одночасно шинні формувачі F переводяться в третій стан, а акумулятори Σ_2 очищаються. Після цього в акумулятори Σ_2 через шинні формувачі F переписуються значення, нагромаджені в акумуляторах Σ_1 , забезпечуючи таким чином переривання попередньої та початок наступної ділянки локальної стаціонарності. В першому каналі ($m = 0$) відсутня затримка, тому на другий вихід шинного формувача система керування подає пульсове значення. Після цього шинні формувачі F повертаються у вихідне положення, тобто його перший вхід з'єднується з виходом. Надалі робота корелятора не відрізняється від описаної для першої локально-стаціонарної ділянки. Для переривання обробки однієї реалізації та початку обробки іншої в кореляторі передбачено вхід скидання R , який з'єднаний з входами скидання відповідних елементів.

ВИСНОВКИ

При порівнянні розглянутих методів можна зазначити, що вони обидва забезпечують КА в реальному часі. Метод крокового вікна (1) потребує меншого обсягу обчислень, однак він не забезпечує повного використання доступних статистичних даних. В багатьох випадках, особливо на довгих часових рядах, цей метод достатньо ефективний. Його недоліки проявляються лише на коротких інтервалах локальної стаціонарності. В цьому випадку кожен додатковий відлік сигналу збільшує статистику і відповідно точність кореляційного аналізу.

Метод ковзного вікна (2) добре пристосований до обробки коротких часових рядів. Він забезпечує повне використання статистичних даних і постійну затримку обчислень, що не перевищує Θ_A (без урахування часу перетворення), але вимагає більшого обсягу обчислень і складнішої апаратури.

Вибір того чи іншого методу залежить лише від

особливостей випадкових сигналів та конкретних вимог до економічності бортової апаратури.

1. Мирский Г. Я. Характеристики стохастической взаимосвязи и их измерения. — М.: Энергониздат, 1982. — 320 с.
2. Погрибной В. А. Бортовые системы обработки сигналов. — Киев: Наук. думка, 1984. — 216 с.
3. Погрибной В. А., Рожанковский И. В., Джыцимски З., Собульски А. Адаптивный корреляционный анализ локально-стационарных случайных процессов // Изв. высш. учеб. заведений, Радиоэлектроника. — 1996. — № 5. — С. 24–32.
4. Яглом А. М. Кореляционная теория стационарных случайных функций. — Л.: Гидрометеониздат, 1981. — 216 с.

ADAPTIVE CORRELATIONAL ANALYSIS OF LOCAL-STATIONARY CASUAL SIGNALS FOR ONBOARD EXPERIMENTS

V. O. Pohribnyi, A. Sobulskyi, I. V. Rozhankivskyi, Ya. V. Hren', and Z. Dzycimskyi

We present an adaptive algorithm for real-time calculation of correlation functions with a sliding window for stationarity analysis. This window moves with a one-sample discreteness. The stationarity analysis of a casual process consists in the comparison of means and variances of the process on the current analysis interval and the current confidential interval. Variance errors for the algorithms with a crossbar window and a sliding window are compared. Block diagram of an adaptive on board correlator is presented.