

УДК 629.07.54

## Особенности формирования акустического излучения с помощью роторных сирен

В. В. Карачун, А. В. Петрик, М. В. Гнатейко

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», Київ

Надійшла до редакції 15.12.97

Проведено системний аналіз генерації білого шуму за допомогою роторних сирен в наземних випробувальних комплексах КА.

Наиболее опасным с точки зрения возникновения акустической усталости материала конструкции КА является широкополосное акустическое нагружение. Генерируя одновременно множество форм колебаний в механических системах, звуковое давление может стать причиной появления усталостных явлений вследствие возникновения пространственного, либо пространственно-частотного резонансов. Поэтому представляет несомненный интерес вопрос создания широкополосного акустического излучения с помощью однороторной сирены с целью воспроизведения условий, близких к эксплуатационным. Для конкретности ширину полосы частот ограничим числом форм  $n = 100$ .

Задача оптимизации в этом случае сводится к анализу зависимости

$$\partial A_n / \partial n = 0, \quad (1)$$

где  $A_n$  — амплитуда соответствующей гармоники.

Проанализируем, при каких значениях  $m$ ,  $\lambda_k$  и  $\varphi_i$  амплитуда спектральных составляющих генерируемого шума будет постоянной по величине на всей ширине полосы спектра.

Решение поставленной задачи проиллюстрируем на примере функции модуляции в виде прямоугольных импульсов, аналитически представленной выражением [1]

$$f_{\Sigma}(t) = \sum_{i=1}^s \left\{ \frac{f_0}{m} \sum_{k=1}^p \lambda_k + \frac{2f_0}{\pi} \sum_{k=1}^p \lambda_k \sum_{n=1}^{\infty} n^{-1} \sin\left(\pi \frac{n}{m}\right) \times \right. \\ \left. \times [\cos n\varphi_i \cos n\omega t + \sin n\varphi_i \sin n\omega t] \right\}, \quad (2)$$

откуда легко определяется амплитуда составляющих спектра

$$A_n = 2\pi^{-1} f_0 \sum_{k=1}^p \lambda_k \left\{ \left[ \sum_{i=1}^s \sum_{k=1}^{\infty} n^{-1} \sin\left(\pi \frac{n}{m}\right) \cos n\varphi_i \right]^2 + \right. \\ \left. + \left[ \sum_{i=1}^s \sum_{k=1}^{\infty} n^{-1} \sin\left(\pi \frac{n}{m}\right) \sin n\varphi_i \right]^2 \right\}^{1/2}. \quad (3)$$

Замена квазитрапецеидальной формы функции модуляции прямоугольной, как показали дальнейшие вычисления, не вносит существенных различий в структуру спектра. В то же время достигается значительное упрощение математического аппарата решаемой задачи. С другой стороны, для определения мощности акустического излучения важна не столько форма функции модуляции, сколько значение максимального расхода [2]. С учетом выражений (2, 3) формула (1) приобретает вид

$$\frac{\partial A_n}{\partial n} = \pi^{-1} f_0 \sum_{k=1}^p \lambda_k [B_n^2 + C_n^2]^{-1/2} \left( 2B_n \frac{\partial B_n}{\partial n} + 2C_n \frac{\partial C_n}{\partial n} \right) = \\ = f_0 \sum_{k=1}^p \lambda_k (2\pi)^{-1} \left\{ \left[ \sum_{i=1}^s \sum_{k=1}^{\infty} n^{-1} \sin\left(\pi \frac{n}{m}\right) \cos n\varphi_i \right]^2 + \right. \\ \left. + \left[ \sum_{i=1}^s \sum_{k=1}^{\infty} n^{-1} \sin\left(\pi \frac{n}{m}\right) \sin n\varphi_i \right]^2 \right\}^{1/2} \times \\ \times \sum_{i=1}^s \sum_{n=1}^{\infty} i n^{-2} \sin\left(2\pi \frac{n}{m}\right) \left[ \pi \frac{n}{m} - \operatorname{tg}\left(\pi \frac{n}{m}\right) \right]. \quad (4)$$

Здесь  $m$  — число равных участков, на которые разбивается окружность ротора;  $f(t) = \lambda_k f_0$  ( $0 \leq \lambda_k \leq 1$ ,  $k$  — номер участка) — функция модуляции на тех участках, где нанесены окна;  $f_0$  — высота импульса;  $\varphi_1$  — угол, на который сдвинуты относительно базовой радиальной оси равноудаленные от центра диска статора окна; сумма  $\sum_{k=1}^p \lambda_k$  обозначает, что значения параметра  $k$  берутся не подряд, а только для участков с импульсами;  $p$  — число единичных импульсов в течение периода  $T$ , поэтому  $1 < p \leq m$ .

Из формулы (4) следует, что равенство нулю будет выполняться при условии

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(2\pi \frac{n}{m}\right) \left[ \pi \frac{n}{m} - \operatorname{tg}\left(\pi \frac{n}{m}\right) \right] = 0, \quad (5)$$

так как остальные множители заведомо положительные. Отсюда следует, что постоянство величины амплитуды спектра акустического излучения, генерируемого однороторной сиреной, не зависит от высоты окон  $f_0 \lambda_k$  и геометрии нанесения окон на диске статора  $\varphi_1$ , а зависит только от числа мест  $m$  на роторе. Другими словами, необходимо, чтобы выполнялись следующие условия

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(2\pi \frac{n}{m}\right) = 0; \quad (6)$$

или

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[ \pi \frac{n}{m} - \operatorname{tg}\left(\pi \frac{n}{m}\right) \right] = 0. \quad (7)$$

Рассмотрим вначале уравнение (6), представив функцию  $\sin(2\pi n/m)$  в виде степенного ряда:

$$\begin{aligned} \sin\left(2\pi \frac{n}{m}\right) &= 2\pi \frac{n}{m} - \frac{\left(2\pi \frac{n}{m}\right)^3}{3!} + \frac{\left(2\pi \frac{n}{m}\right)^5}{5!} - \\ &- \dots + (-1)^\alpha \frac{\left(2\pi \frac{n}{m}\right)^{2\alpha+1}}{(2\alpha+1)!}. \end{aligned}$$

Положим  $n = 150$ . Возьмем только первый член разложения в ряд. Тогда

$$\frac{2\pi}{m} \sum_{n=1}^{150} n = 0.$$

Отсюда  $m = \infty$ . Оставив в уравнении только два первых члена разложения:

$$\frac{2\pi}{m} \sum_{n=1}^{150} n - \frac{(2\pi)^3}{m^3 3!} \sum_{n=1}^{150} n^3 = 0,$$

получим  $m = 276$ , а для трех первых членов

$$\frac{2\pi}{m} \sum_{n=1}^{150} n - \frac{(2\pi)^3}{3!m^3} \sum_{n=1}^{150} n^3 + \frac{(2\pi)^5}{5!m^5} \sum_{n=1}^{150} n^5 = 0$$

получим  $m_1 = 275$ .

Уравнение (7), разложенное в степенной ряд, имеет решение  $m = \infty$  при ограничении разложения двумя первыми членами:

$$\frac{1}{3} \pi^3 \frac{1}{m^3} \sum_{n=1}^{150} n^3 = 0.$$

Возьмем три первых члена разложения функции  $\operatorname{tg}(\pi n/m)$ :

$$m^2 \left( 5m^3 \sum_{n=1}^{150} n^3 + 2\pi^2 \sum_{n=1}^{150} n^5 \right) = 0.$$

Это уравнение имеет корни  $m_1 = 0$  и  $m_2 = -39.15$ .

Для четырех первых членов разложения

$$105 \sum_{n=1}^{150} n^3 m^4 + 42\pi^2 \sum_{n=1}^{150} n^5 m^2 + 17\pi^4 \sum_{n=1}^{150} n^7 = 0;$$

$$m^2 = -3.10^4 \pm i5.7 \cdot 10^4.$$

Согласно формуле Муавра

$$m = 219.3 \pm i125,$$

а модуль этого числа

$$m \approx 275.5 \approx 276.$$

Таким образом, найденное оптимальное значение числа мест  $m$ , как и в предыдущем случае, равно 276. С учетом этого по формуле (3) определяем амплитуды спектра сирены с числом мест на роторе  $m = 276$ .

Результаты численного анализа представлены на рис. 1, причем для простоты предполагается, что  $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_p = 1$ . На диаграмме изображены центрированные значения величин амплитуд, т. е.

$$A_n^0 = \pi A \left[ 2f_0 \sum_{k=1}^p \lambda_k \right]^{-1}.$$

Как видно, при числе мест на диске ротора, равном 276, спектр сирены почти «белый». Для сравнения на рис. 2 изображен спектр сирены с квазитрапецеидальной функцией модуляции. Совпадение диаграмм удовлетворительное.

Таким образом, при  $m = 276$  однороторная сирена генерирует акустическое излучение, приближающееся к белому шуму. Уровень акустического давления, пропорционален величине  $f_0$  и, таким образом, может быть увеличен либо уменьшен за счет изменения высоты окна.

Воспользовавшись остаточным циклическим квадратичным цепным кодом, можем изобразить диск ротора сирены при  $m = 276$  (рис. 3). Окна на диске ротора наносятся в интервалах 1, 3, 4, 9, 12, 13, 16, 24, 25, 36, 48, 49, 52, 64, 69, 72, 73, 81, 85, 93, 96, 100, 105, 108, 117, 121, 124, 133, 141, 144,

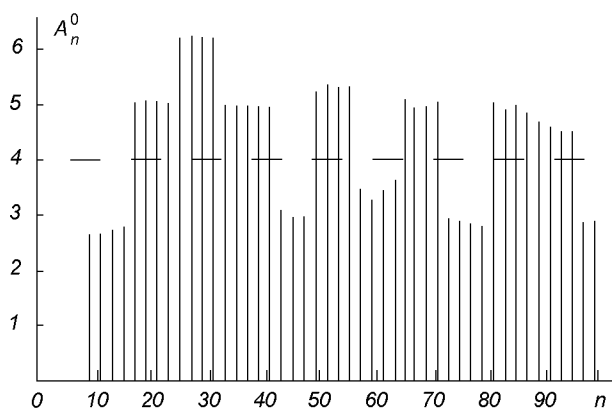


Рис. 1. Спектр однороторной сирены с прямоугольной функцией модуляции и числом мест на диске ротора  $m = 276$

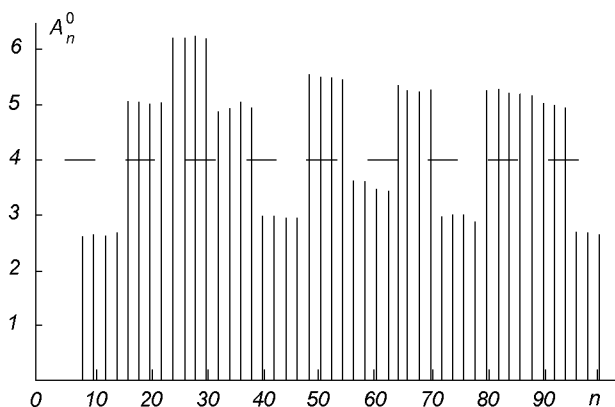


Рис. 2. Спектр однороторной сирены с квазитрапецевидной функцией модуляции и числом мест на диске ротора  $m = 276$

156, 165, 169, 177, 184, 193, 208, 213, 216, 220, 225, 232, 253, 256, 261, 265. Общее число окон равно 46 (некоторые окна находятся рядом, образуя более широкие прорезы на диске).

Таким образом, решена задача оптимизации спектра однороторной сирены в достаточно широком диапазоне частот. Показано, что гармонические составляющие спектра таких сирен пропорциональны радиальному размеру окон ротора, а также инвариантны к количеству и взаимному угловому положению окон на диске статора. Постоянство уровня излучения определяется только числом  $m$ .

Реальный спектр сирены для оптимального числа  $m = 276$  будет, вообще говоря, иметь состав, занимающий промежуточное место между двумя функциями модуляции — квазитрапецевидной и треугольной. С другой стороны, если за статором поставить заслонку (шуттер) с заданной геометрической конфигурацией окон, то можно получить желаемый спектр сирены в соответствии с решаемой задачей [3].

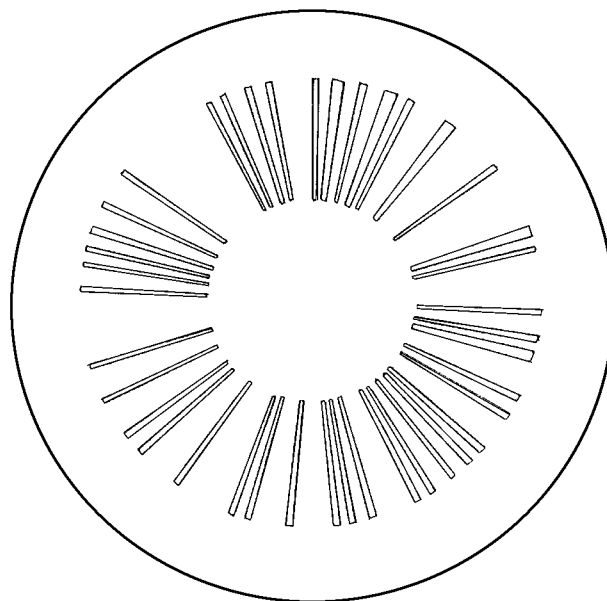


Рис. 3. Диск ротора сирены при числе мест  $m = 276$  и случайном распределении окон по остаточному циклическому квадратичному цепному коду

Проведенный анализ позволяет сделать вывод о возможности изменения спектра и интенсивности акустического поля сирены путем различного сочетания функций модуляции — трапецевидной, треугольной и иных форм. Кроме того, возможны такие формы, которые могут быть получены сочетанием простейших, например звездочки. Реализовать это можно с помощью заслонки, устанавливаемой за статором и жестко прикрепляемой к корпусу сирены, причем геометрия окон может изменяться по заданному закону по сигналам программного устройства.

1. Карачун В. В., Христов Г. П., Ковалев М. С. Некоторые вопросы динамики генераторов акустического давления высокой интенсивности // Современное состояние, проблемы и перспективы энергетики и технологии в энергостроении: Тез. докл. Всесоюз. научно-техн. конф. — Иваново, 1989. — С. 127—128.
2. Карновский М. И. Теория и расчет сирен // Журн. техн. физики. — 1945. — 15, вып. 6. — С. 348—364.
3. Allen C. H. And Watters B. G. Siren Dising for Producing Controlled Wave Forms at High Intensities // J. Amer. Statist. Assoc. — 1959. — 31, N 2. — P. 177—185.

#### ON SOME PECULIARITIES IN THE GENERATION OF ACOUSTIC NOISE WITH THE HELP OF ROTOR SIRENS

V. V. Karachun, A. V. Petrik, and M. V. Hnatejko

We analyze the generation of white noise with the help of rotor sirens in ground complexes for spacecraft testing.