

УДК 550.388.2

Параметрическое возбуждение верхнегибридных и кинетических альвеновских волн в магнитоактивной плазме

А. К. Юхимук¹, В. Н. Федун²,
В. А. Юхимук³, В. Н. Ивченко²

¹Головна астрономічна обсерваторія НАН України, Київ

²Київський національний університет ім. Тараса Шевченка

³Лос-Аламоська національна лабораторія, Лос-Аламос, США

Надійшла до редакції 09.04.97

Вивчено нелінійне параметричне збудження верхньогібридних і кінетичних альвеновських хвиль в замагніченій плазмі з низьким плазмовим параметром β . Хвилею накачки є звичайна електромагнітна хвиля, яка розпадається на верхньогібридну та кінетичну альвеновську хвилі. На основі дворідинної МГД отримано нелінійне дисперсійне рівняння, яке описує трихвильову взаємодію. Знайдено інкремент розвитку нестійкості, пропорційний електронній інерційній довжині ($a_e = c/\omega_{pe}$). Отже, розглянутий нами нелінійний процес має місце лише при умові урахування інерції електронів в альвеновських хвилях. Подібні нелінійні параметричні процеси можуть виникати в іоносферній плазмі під час нагрівних експериментів.

ВВЕДЕНИЕ

Изучение возбуждения электромагнитных и электростатических волн в околоземной плазме является очень интересной проблемой. В настоящее время существует достаточное количество экспериментальных наблюдений, которые подтверждают существование низкочастотных электромагнитных и электростатических верхнегибридных волн естественного и искусственного происхождения в околоземной плазме [6, 7, 9].

Нагрев и изменение ионосферы с помощью мощных наземных радиопередатчиков создает большое количество новых явлений, связанных со взаимодействием волн. Считается, что большинство этих явлений связаны с параметрическим взаимодействием волн. Исследованию нелинейного параметрического взаимодействия волн в космической плазме

посвящено большое количество работ [1—5, 8, 10, 11]. Одним из наиболее интересных результатов, полученных при нагреве ионосферы, является генерация вынужденного электромагнитного излучения [12]. Это излучение регистрируется через несколько миллисекунд после того как ионосферу облучают мощной электромагнитной волной. Можно предположить, что электромагнитное излучение возникло в результате следующего параметрического процесса. Мощная электромагнитная волна ВЧ-нагревателя распадается на кинетическую альвеновскую волну и верхнегибридную волну. Затем верхнегибридная волна, в свою очередь, распадается на две другие волны, одной из которых является электромагнитная волна, которая регистрируется на поверхности Земли. В данной работе мы рассмотрим первый этап каскадного параметрического процесса: распад обыкновенной электромагнитной

волны на альвеновскую и верхнегибридную. При этом мы будем рассматривать плазму с низким плазменным параметром β ($\beta = 8\pi nT/B_0^2 \ll m_e/m_i$), когда доминирует эффект, связанный с конечностью массы электронов в альвеновских волнах.

Рассматривается однородная замагниченная плазма ($\mathbf{B}_0 = B_0 \mathbf{e}_z$), в которой распространяется обыкновенная электромагнитная волна накачки:

$$\mathbf{E}_0 = E_0 \mathbf{e}_z e^{i(-\omega_0 t + \mathbf{k}_0 x)} + k.c. \quad (1)$$

Здесь

$$k_0^2 = (\omega_0^2 - \omega_{pe}^2)/c^2,$$

ω_{pe} — электронная плазменная частота, c — скорость света. Электромагнитная волна накачки распадается на верхнегибридную и кинетическую альвеновскую волны. При этом предполагается, что выполняются условия синхронизма для трехволнового взаимодействия:

$$\begin{aligned} \omega_0 &= \omega + \omega_1, \\ \mathbf{k}_0 &= \mathbf{k} + \mathbf{k}_1, \end{aligned} \quad (2)$$

где ω и \mathbf{k} — частота и волновой вектор низкочастотной альвеновской волны, а ω_1 и \mathbf{k}_1 — частота и волновой вектор верхнегибридной волны.

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Для описания нелинейного параметрического взаимодействия волн воспользуемся уравнениями двухжидкостной магнитной гидродинамики:

$$\frac{\partial \mathbf{v}_\alpha}{\partial t} = \frac{1}{m_\alpha} (e\mathbf{E} + \mathbf{F}_\alpha) + (\mathbf{v}_\alpha \times \omega_{B\alpha}) - \frac{v_{T\alpha}^2}{n_\alpha} \nabla n_\alpha, \quad (3)$$

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + \nabla(n_\alpha \mathbf{v}_\alpha) = 0, \quad (4)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}, \quad (5)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (6)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = 4\pi \rho_e, \quad (7)$$

$$\frac{\partial \rho_e}{\partial t} + \nabla \times \mathbf{j} = 0, \quad (8)$$

где

$$\mathbf{F}_\alpha = \frac{e_\alpha}{c} (\mathbf{v}_\alpha \times \mathbf{B}) - m_\alpha (\mathbf{v}_\alpha \nabla) \mathbf{v}_\alpha,$$

$$\mathbf{j} = e(n_i \mathbf{v}_i - n_e \mathbf{v}_e),$$

$$\rho_e = e(n_i - n_e),$$

$$v_{T\alpha} = \frac{T_\alpha}{m_\alpha}.$$

Индексы $\alpha = i, e$ соответствуют ионному и электронному компонентам плазмы.

ДИСПЕРСИОННОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ КИНЕТИЧЕСКОЙ АЛЬВЕНОВСКОЙ ВОЛНЫ

Исключая из уравнений Максвелла (5), (6) магнитное поле \mathbf{B} , получим уравнения для электрического поля \mathbf{E} :

$$\nabla(\nabla \mathbf{E}) - \Delta \mathbf{E} = i \frac{4\pi\omega}{c^2} \mathbf{j}. \quad (9)$$

Из (9) находим уравнения для \mathbf{E}_\perp :

$$\nabla_\perp \left(\nabla_\perp \mathbf{E}_\perp + \frac{\partial E_z}{\partial z} \right) - \Delta \mathbf{E}_\perp = -i \frac{4\pi\omega}{c^2} \mathbf{j}_\perp. \quad (10)$$

Для медленных низкочастотных возмущений ($\omega \ll \omega_{Bi}$, ω_{Bi} — ионная циклотронная частота) можно воспользоваться плазменным приближением:

$$n_e = n_i. \quad (11)$$

В этом случае из уравнения сохранения заряда (8) следует

$$\frac{\partial j_z}{\partial z} = -\nabla_\perp \mathbf{j}_\perp. \quad (12)$$

В случае $\beta \ll 1$ перпендикулярная составляющая плотности тока \mathbf{j}_\perp определяется в основном ионным компонентом, а продольная j_z — электронным:

$$j_z = -en_0 v_z + j_{ez}^{NL}, \quad (13)$$

где нелинейный ток определяется выражением

$$j_{ez}^{NL} = -e(\tilde{n}_1^* v_{0z}).$$

Здесь \tilde{n}_1 — возмущение плотности электронов в поле верхнегибридной волны, v_{0z} — скорость электронов в поле волны накачки, «звездочка» обозначает комплексно-сопряженную величину. Заметим, что возмущение плотности электронов в поле волны накачки равно нулю ($\tilde{n}_0 = 0$).

Из z -й компоненты уравнения движения для электронов

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} = -\frac{eE_z}{m_e} - \frac{F_{ez}}{m_e} \quad (14)$$

и уравнения (12) находим

$$\frac{\partial E_z}{\partial z} = i \frac{m_e \omega_1}{n_0 e^2} \nabla_\perp \mathbf{j}_\perp + Q_{NL}, \quad (15)$$

где

$$Q_{NL} = i \frac{m_e \omega_1}{n_0 e^2} \frac{\partial j_{ez}^{NL}}{\partial z} - \frac{1}{e} \frac{\partial F_{ez}}{\partial z}.$$

Подставляя (15) в уравнение (10), получим:

$$\Delta_{\perp} \mathbf{E}_{\perp} - i \frac{m_e \omega}{n_0 e^2} \left(\Delta_{\perp} - \frac{\omega_{pe}^2}{c^2} \right) \mathbf{j}_{\perp} = \nabla_{\perp} \cdot Q_{NL}. \quad (16)$$

Из уравнения (16) для x -й составляющей имеем:

$$\Delta_{\perp} E_x - i \frac{m_e \omega}{n_0 e^2} \left(\Delta_{\perp} - \frac{\omega_{pe}^2}{c^2} \right) j_{ix} = \frac{\partial Q_{NL}}{\partial x}. \quad (17)$$

Из уравнения движения для ионов находим

$$v_{ix} = -i \frac{e\omega}{m_i \omega_{Bi}^2} E_x$$

и соответственно выражение для компонента тока j_{ix}

$$j_{ix} = -i \frac{n_0 e^2 \omega}{m_i \omega_{Bi}^2} E_x. \quad (18)$$

Из выражений (17) и (18) находим дисперсионное уравнение для кинетических альвеновских волн:

$$\epsilon_A \Phi = \mu_A (E_0 \Phi_1^*), \quad (19)$$

где

$$\epsilon_A = \omega^2 - \frac{k_z^2 v_A^2}{1 + k_{\perp} a_e},$$

$$\Phi = \frac{e\varphi}{T_e}, \quad \Phi_1 = \frac{e\varphi_1}{T_e},$$

$$\mu_A = -i \frac{e v_A^2}{k_{\perp} T_e} \frac{k_x k_{1z}}{1 + k_{\perp}^2 a_e^2} \times \left[\frac{k_{1z}^2 v_{Te}^2}{\omega_0 \omega_1} - \frac{\omega}{\omega_0} \left(\frac{k_{1x}^2 v_{Te}^2}{\omega_1^2 - \omega_{Be}^2} + \frac{k_{1z}^2 v_{Te}^2}{\omega_1^2} \right) \right],$$

$a_e = c/\omega_{pe}$ — электронная инерционная длина.

ДИСПЕРСИОННОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ВЕРХНЕГИБРИДНЫХ ВОЛН

Для получения дисперсионного уравнения для верхнегибридных волн воспользуемся уравнениями для электронного компонента плазмы:

$$\frac{\partial \mathbf{v}_e}{\partial t} = -\frac{1}{m_e} (e\mathbf{E}_1 + \mathbf{F}_{1e}) - (\mathbf{v}_e \times \omega_{Be}) - \frac{v_{Te}^2}{n_e} \nabla n_e \quad (20)$$

$$\frac{\partial \tilde{n}_{1e}}{\partial t} + \nabla(n_0 \mathbf{v}_e) = 0, \quad (21)$$

$$\Delta \varphi_1 = e \tilde{n}_{1e}, \quad (22)$$

где \mathbf{F}_{1e} определяется взаимодействием волны накачки и кинетической альвеновской волны. Из уравнений (20), (21) находим выражение для плотности \tilde{n}_{1e} , которое затем подставляем в уравнение Пуассона и находим дисперсионное уравнение для верхнегибридных волн:

$$\epsilon_1 \Phi_1 = \mu_1 (E_0 \Phi^*), \quad (23)$$

где

$$\mu_1 = -i \frac{k_0 k_{1x}}{k_{\perp}^2} \frac{\omega_1^2 \omega_{pe}}{\omega_0} \frac{e v_A}{T_e} \chi^2,$$

$$\chi = k_{\perp} a_e,$$

$$\epsilon_1(\omega_1, \mathbf{k}_1) = (\omega_1^2 - \omega_{1+}^2)(\omega_1^2 - \omega_{1-}^2),$$

$$\omega_{1\pm}^2 = \frac{1}{2} \left\{ \omega_h^2 \pm \sqrt{\omega_h^4 - 4\omega_{Be}^2 (\omega_{pe}^2 \cos^2 \theta_1 + k_{1z}^2 v_{Te}^2)} \right\},$$

$$\omega_h^2 = \omega_{pe}^2 + \omega_{Be}^2 + k_1^2 v_{Te}^2.$$

НЕЛИНЕЙНОЕ ДИСПЕРСИОННОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ТРЕХВОЛНОВОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Из комбинации уравнений (19) и (23) находим нелинейное дисперсионное уравнение, описывающее трехволновое взаимодействие:

$$\epsilon_A \epsilon_1^* = \mu_A \mu_1^* |E_0|^2. \quad (24)$$

Полагая в выражении (24)

$$\omega = \omega_r + i\gamma_0,$$

$$\omega_1 = \omega_{1r} + i\gamma_0 \quad (|\gamma| \ll \omega_r, \omega_{1r}),$$

и разлагая ϵ_A и ϵ_1 в ряд Тейлора по малому параметру $i\gamma_0$, получим

$$\gamma_0^2 = \frac{\mu_A \mu_1^* |E_0|^2}{\frac{\partial \epsilon_A}{\partial \omega} \frac{\partial \epsilon_1}{\partial \omega_1}}. \quad (25)$$

Здесь $\mu_A \mu_1^* > 0$, поэтому для развития неустойчивости, необходимо, чтобы

$$\frac{\partial \epsilon_A}{\partial \omega} \frac{\partial \epsilon_1}{\partial \omega_1} > 0. \quad (26)$$

Очевидно, что неравенство (26) будет выполняться только для $\omega_1 = \omega_{1+}$. Действительно, так как

$$\frac{\partial \epsilon_A}{\partial \omega} \Big|_{\omega = \omega_r} = 2\omega_r \cong 2k_z v_A, \quad (27)$$

$$\frac{\partial \epsilon_1}{\partial \omega_1} \Big|_{\omega = \omega_{1+}} = 2\omega_{+1}(\omega_{+1}^2 - \omega_{-1}^2),$$

то неравенство (26) выполняется.

При $\omega_1 = \omega_{1-}$ произведение $\left. \frac{\partial \mathcal{E}_A}{\partial \omega} \frac{\partial \mathcal{E}_1}{\partial \omega_1} \right|_{\omega = \omega_{1-}} < 0$ и, следовательно, неустойчивость развиваться не будет.

Подставляя коэффициенты связи μ_A и μ_1 и выражение (27) в (25), получим

$$\gamma_0 \approx \sqrt{W} \left(\frac{m_i}{m_e} \right)^{1/4} \frac{v_A}{c} \chi \omega_{pe} F(\theta_1), \quad (28)$$

где

$$W = |E_0|^2 4\pi n_0 T_e, \\ F_1(\theta_1) = \cos(\theta_1) \sqrt{\sin(2\theta_1)}.$$

Если учесть затухание волн — продуктов распада, то инкремент развития неустойчивости будет определяться уравнением

$$\gamma^2 + (\gamma_A + \gamma_1)\gamma + \gamma_A\gamma_1 - \gamma_0^2 = 0, \quad (29)$$

где γ_A и γ_1 — декременты затухания альвеновской и верхнегибридной волн, а γ_0 определяется выражением (28). Решая уравнение (29) относительно γ , получим

$$\gamma = \frac{1}{2} [-(\gamma_A + \gamma_1) \pm \sqrt{(\gamma_A - \gamma_1)^2 + 4\gamma_0^2}]. \quad (30)$$

Полагая в (30) $\gamma = 0$, находим выражение, определяющее пороговое значение амплитуды волны накачки:

$$\gamma_0^2 = \gamma_A\gamma_1. \quad (31)$$

Из соотношений (28) и (31) следует

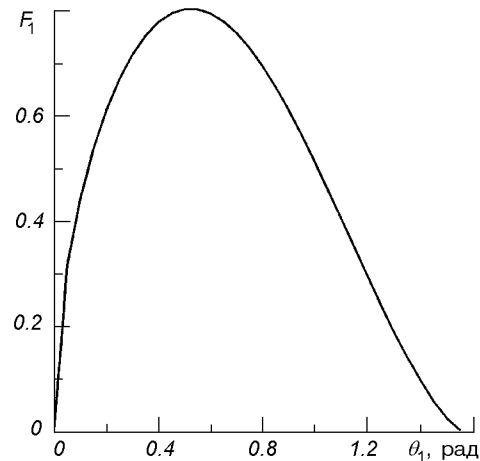
$$\frac{|E_0|}{4\pi n_0 T_e} \approx \frac{\gamma_A}{\omega_A} \frac{\gamma_1}{\omega_{1+}} \sqrt{\frac{m_e}{m_i}} \left(\frac{c}{v_A} \right)^2 \frac{\omega_A}{\omega_{pe}} \frac{1}{\chi^2 F^2(\theta_1)}, \quad (32)$$

где $\omega_A = k_z v_A$.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Параметрический распад обыкновенной электромагнитной волны обычно изучается в связи с нагревом ионосферной и лабораторной плазмы электромагнитными волнами.

В настоящее время существует достаточно наблюдательных данных, которые подтверждают существование низкочастотных электромагнитных и верхнегибридных волн в верхней части ионосферы. Кинетические альвеновские волны с поперечной длиной волны порядка $a_e = c/\omega_{pe}$ наблюдались в ионосферной плазме с помощью спутника «Freja» [13].



Зависимость функции $F_1(\theta_1)$ от угла θ_1

Из выражения (23) следует, что инкремент развития неустойчивости пропорционален электронной инерционной длине ($a_e = c/\omega_{pe}$). Следовательно, рассмотренная нами параметрическая неустойчивость возможна только благодаря учету эффектов, обусловленных конечностью длины инерции электронов в альвеновских волнах.

Из рисунка видно, что инкремент зависит от направления распространения верхнегибридной волны относительно внешнего магнитного поля и имеет максимальное значение $\gamma = \gamma_{max}$ при $\theta \approx 30^\circ$. Пороговое значение поля обыкновенной электромагнитной волны накачки зависит от угла θ_1 и параметров плазмы. Для F-области ($h \approx 1000$ км) ионосферы, $(m_e/m_i)^{1/2} = 1/1837$, $\omega_{B1} \approx 10^4$ с⁻¹, $\omega_{pe} \approx 10^7$ с⁻¹, $c/v_A \approx 3$. Полагая в (32) γ_A/ω_A , $\gamma_1/\omega_1 \approx 0.1$, $\omega_A \approx 0.1\omega_{B1}$, $\chi^2 \approx 1$, $F(\theta_1) \approx 1$, получим $W \sim 10^{-7}$.

Следовательно, пороговые условия для развития данной параметрической неустойчивости могут легко выполняться в случае нагревных экспериментов.

1. Юхимук А. К., Юхимук В. А. Нелинейный механизм генерации альвеновских волн в космической плазме // Кинематика и физика небес. тел.—1995.—11, № 5.— С. 71—77.
2. Юхимук А. К., Юхимук В. А., Фалько О. Г. Нелинейный механизм электромагнитного излучения в космической плазме // Космич. наука і технологія.—1995.—1, № 2 -6.— С. 65—71.
3. Юхимук А. К., Юхимук В. А., Фалько О. Г. и др. Нелинейное взаимодействие альвеновских и ионно-звуковых волн в магнитоактивной плазме // Космич. наука і технологія.—1996.—2, № 3-4.—С. 44—48

4. Юхимук В. А., Юхимук А. К. Параметрическое возбуждение верхнегибридных и ионно-звуковых волн в космической плазме // Кинематика и физика небес. тел.—1994.—10, № 6.—С. 67—73.
5. Buyarbara S., Shukla P. K., Das A. S., Excitation of ULF and VLF waves in the ionosphere // J. Geophys. Res.—1979.—84A, N 4.—P. 1317—1318.
6. Gurnett D. A., Shaw R. R. Electromagnetic radiation trapped in the magnetosphere above the plasma frequency // J. Geophys. Res.—1973.—78A, N 34.—P. 8136—8149.
7. Kurth W. S., Ashour-Abdalla M., Frank L. A., et al. A comparison of intense electromagnetic waves near FUHR with linear instability theory // Geophys. Res. Lett.—1979.—6A, N 6.—P. 487—490.
8. Murtaza G., Shukla P. K. Nonlinear generation of electromagnetic waves // J. Plasma Phys.—1984.—31.—P. 432—436.
9. Oya H., Marioka A., Kobayashi K., et al. Plasma wave observation and sounder experiments (PWS) using the Akebano (E XOS-D) satellite-instrumentation and initial result including discovery of the high altitude equatorial plasma turbulence // J. Geomag. Geoelectr.—1990.—42.—P. 441—444.
10. Shukla P. K., Mamedow M. A. Nonlinear decay of a propagating lower-hybrid wave in a plasma // J. Plasma Phys.—1978.—19.—P. 87—96.
11. Stenflo L., Shukla P. K., Generation of radiation by upper hybrid pump waves // J. Geophys. Res.—1995.—100A, N 9.—P. 17261—17263.
12. Stubbe P., Kopka H., Thide B., Derblom H. Stimulated electromagnetic emissions: a new technique to study the parametric decay instability in the ionosphere // J. Geophys. Res.—1984.—89A, N 3.—P. 7523—7536.
13. Wahlund J. E., Louarn P., Chust T. et al. Observations of ion acoustic fluctuations in the auroral topside ionosphere by the «Freja» s/c // Geophys. Res. Lett.—1994.—21, N 17.—P. 1835—1838.

**PARAMETRIC EXCITATION OF UPPER HYBRID
AND KINETIC ALFVEN WAVES
IN A MAGNETIZED PLASMA**

A. K. Yukhimuk, V. N. Fedun, V. A. Yukhimuk,
and V. N. Ivchenko

Nonlinear parametric excitation of kinetic Alfvén waves and upper-hybrid waves in a magnetized plasma is studied. The pumping wave is an ordinary electromagnetic wave which decays into a kinetic Alfvén wave and an upper-hybrid wave. Two-fluid magnetohydrodynamics is used to describe the nonlinear parametric interaction of the waves. A nonlinear dispersion equation is found for the coupling of the upper-hybrid and kinetic Alfvén waves. We found also the instability growth rate γ which is proportional to the electron inertial length ($a_e = c/\omega_{pe}$). Therefore, this process is possible only if one takes the electron inertia for Alfvén waves into account. We use our theoretical results to explain some physical processes in the ionospheric plasma during active experiments.