

УДК 629.7.0622

Оптимизация конструкции геостационарного космического аппарата, содержащего два элемента большой парусности

А. П. Алпатов, Р. Н. Науменко

Институт технічної механіки НАН і НКА України, Дніпропетровськ

Надійшла до редакції 25.06.97

Розглянуто задачу оптимізації конструкції космічного апарата конкретної конфігурації з метою мінімізації збурюючої дії моменту сонячного тиску на кінетичний момент двигунів-маховиків системи орієнтації апарата. Отримані аналітичні співвідношення для розрахунку оптимальних значень геометричних параметрів апарата і оптичних характеристик поверхностей, що входять до його конструкції.

Для геостационарного космического аппарата, одним из основных возмущающих факторов, влияющих на угловое движение, является момент сил давления солнечного излучения (Боднер, 1973). Возмущающее действие внешних моментов на движение аппарата относительно центра масс часто компенсируется с помощью двигателей-маховиков, входящих в систему ориентации КА (Боднер, 1973, Раушенбах, Токарь, 1974). При этом требуется периодически уменьшать накапливающийся кинетический момент маховиков, используя для этого систему реактивных двигателей или систему струйных сопел. Для работы реактивных двигателей и струйных сопел необходимо наличие на борту запасов рабочего тела (топлива и сжатого газа), что накладывает ограничения на технический ресурс системы ориентации и вызывает необходимость снижения возмущающего воздействия момента давления света. Актуальность такой задачи подчеркивается в работах Алпатова и др. (1995, 1996), Раушенбаха, Токаря (1974), где рассматриваются также различные принципы минимизации момента давления солнечного света. Особый интерес представляют собой задачи в данном направлении, решение которых может быть получено аналитически

и использовано в дальнейшем в качестве тестового примера для компьютерных программ, реализующих численные алгоритмы в общей постановке.

Рассмотрим аппарат, в конструкции которого содержится два элемента большой парусности, определяемой отношением площади к массе. Первый элемент (рис. 1) представляет собой плоскую прямоугольную пластину площади F , лежащую в плоскости орбиты КА, второй — сферу радиуса R . Коэффициенты отражения света поверхностями элементов обозначим ε_1 и ε_2 для пластины и сферы соответственно. Введем систему координат, жестко связанную с КА, центр которой совпадает с центром масс C аппарата, ось CX направлена по касательной к траектории КА и одинаково направлена с вектором скорости центра масс аппарата, ось CY направлена к центру Земли, ось CZ — дополняет систему до правой. Координаты центров пластины и сферы обозначим (X_1, Y_1, Z_1) и (X_2, Y_2, Z_2) соответственно.

Рассмотрим задачу определения оптимальных значений величин (X_1, Y_1, Z_1) , F , ε_1 , R , (X_2, Y_2, Z_2) и ε_2 , при которых момент светового давления будет оказывать минимальное воздействие на движение КА относительно центра масс. Степень воздействия

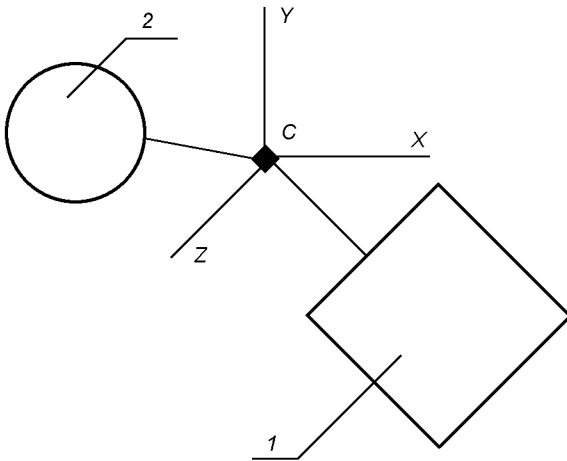


Рис. 1. Общий вид космического аппарата. 1 — плоская прямоугольная пластина, 2 — сфера, C — центр масс

внешнего возмущающего момента на общий кинетический момент КА определяется характером функции

$$\mathbf{J}(t) = \int_{t_0}^t \mathbf{M}(t) dt,$$

представляющей собой импульс момента. В данном случае внешний момент может быть представлен как функция углов φ_c и φ_n : $\mathbf{M} = \mathbf{M}(\varphi_c, \varphi_n)$ (φ_n — истинная аномалия КА, φ_c — угол, определяющий положение Земли относительно Солнца в гелиоцентрической системе координат). Короткопериодические изменения момента, вызванные орбитальным движением аппарата, фактически не влияют на количество расходуемого рабочего тела. Поэтому для упрощения решения вектор-функцию $\mathbf{M}(\varphi_c, \varphi_n)$ усредним по переменной φ_n (Алпатов и др., 1996):

$$\mathbf{M}_0(\varphi_c) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \mathbf{M}(\varphi_c, \varphi_n) d\varphi_n. \quad (1)$$

Будем считать угловую скорость обращения Земли вокруг Солнца постоянной, тогда воздействие момента солнечного давления на кинетический момент двигателей-маховиков полностью определяется характером функции

$$\mathbf{I}(\varphi_c) = \int_0^{\varphi_c} \mathbf{M}_0(\varphi_c) d\varphi_c,$$

поскольку

$$\mathbf{J}(t) = \frac{1}{\omega_c} \mathbf{I}(\varphi_c(t)).$$

Условие минимальности воздействия момента в таком случае можем записать следующим образом (Алпатов и др., 1995):

$$\max_{\varphi_0 \in [0, 2\pi]} \mathbf{I}(\varphi_c) \Rightarrow \min,$$

где минимум отыскивается по переменным (X_1, Y_1, Z_1) , F , ε_1 , R , (X_2, Y_2, Z_2) и ε_2 .

Записывая аналитическое выражение для момента светового давления, действующего на плоскую прямоугольную пластину, и усредняя его по переменной φ_n согласно (1), получим:

$$\mathbf{M}_{01} = -H_0(1 + \varepsilon_1)F \sin^2(\varphi_s) \sin^2(\varphi_c) \times \text{sign}[\sin(\varphi_c)] \begin{Bmatrix} -Y_1 \\ X_1 \\ 0 \end{Bmatrix}.$$

Здесь H_0 — давление света на абсолютно зеркальную пластину, расположенную ортогонально к солнечным лучам на среднем расстоянии от Земли до Солнца ($H_0 = 4.64 \cdot 10^{-6}$ Н/м²), φ_s — угол наклона экваториальной плоскости Земли к плоскости эклиптики ($\varphi_s = 23.5^\circ$).

Аналогично для усредненного момента, действующего на сферический элемент, получим выражение следующего вида:

$$\mathbf{M}_{02} = -H_0 \pi R^2 \sin(\varphi_s) \sin(\varphi_c) \begin{Bmatrix} -Y_2 \\ X_2 \\ 0 \end{Bmatrix}.$$

Отметим, что момент давления света на сферический элемент не зависит от коэффициента отражения ε_2 , если он постоянен по всей поверхности сферы.

Общий момент, действующий на аппарат, определим как векторную сумму моментов, действующих на каждый элемент в отдельности:

$$\mathbf{M}_{\text{общ}} = \mathbf{M}_{01} + \mathbf{M}_{02} = a \sin^2(\varphi_c) \text{sign}[\sin(\varphi_c)] + b \sin(\varphi_c), \quad (2)$$

где

$$a = -H_0(1 + \varepsilon_1)F \sin^2(\varphi_s) \begin{Bmatrix} -Y_1 \\ X_1 \\ 0 \end{Bmatrix}; \quad (3)$$

$$b = -H_0 \pi R^2 \sin(\varphi_s) \begin{Bmatrix} -Y_2 \\ X_2 \\ 0 \end{Bmatrix}.$$

Функция, стоящая в правой части выражения (2), является 2π -периодической и нечетной по переменной φ_c . Поскольку кинетический момент двигателей-маховиков увеличивается только при действии знакопостоянного внешнего момента, то можем ограничиться рассмотрением задачи на промежутке $[0, \pi]$. Воздействие возмущающего момента

на кинетический момент двигателей-маховиков системы ориентации определится функцией

$$I(\varphi_c) = \int_0^{\varphi_c} M_{\text{общ}}(\varphi_c) d\varphi_c.$$

Вычисляя интеграл, можем записать:

$$I(\varphi_c) = a \left[\frac{\varphi_c}{2} - \frac{\sin(2\varphi_c)}{4} \right] - b [1 - \cos(\varphi_c)].$$

Полученное векторное равенство распадается на три скалярных, одно из которых вырождается в тождество, поскольку $a_z = 0$, $b_z = 0$. Дальнейший ход решения рассмотрим на примере составляющей $I_x(\varphi_c)$.

Определив производную функции $I_x(\varphi_c)$ и приравняв ее нулю, получим на интервале $\varphi_c \in [0, \pi]$ четыре стационарные точки, в которых выполняется необходимое условие существования экстремума:

$$\begin{aligned} \varphi_{c1} &= 0, \\ \varphi_{c2} &= \arcsin(-b_x/a_x), \\ \varphi_{c3} &= \pi - \arcsin(-b_x/a_x), \\ \varphi_{c4} &= \pi. \end{aligned}$$

Точки φ_{c2} и φ_{c3} являются экстремальными, если выполнены условия $|b_x| < |a_x|$ и $b_x a_x < 0$, т. е. a_x и b_x имеют значения разных знаков. Вычисляя значения функции $I_x(\varphi_c)$ в стационарных точках, получим:

$$\left\{ \begin{aligned} I_x(\varphi_{c1}) &= 0, & I_x(\varphi_{c4}) &= \frac{\pi a_x}{2} + 2b_x, \\ I_x(\varphi_{c2}) &= \frac{a_x}{2} \arcsin(-b_x/a_x) + b_x - \\ & - \frac{b_x}{2} \cos(\arcsin(-b_x/a_x)), \\ I_x(\varphi_{c3}) &= \frac{\pi a_x}{2} - \frac{a_x}{2} \arcsin(-b_x/a_x) + b_x + \\ & + \frac{b_x}{2} \cos(\arcsin(-b_x/a_x)). \end{aligned} \right. \quad (4)$$

Находя вторую производную $I''_x(\varphi_c)$ и определяя ее значение в точках φ_{c2} и φ_{c3} , получим, что в этих точках производная имеет значения различных знаков и в одной из точек исследуемая функция имеет минимум, а в другой — максимум. Можно показать, что функция $I_x(\varphi_c)$ будет наиболее близка к оси Ox на интервале $[\varphi_{c2}, \varphi_{c3}]$ в случае, когда $I_x(\varphi_{c2}) = -I_x(\varphi_{c3})$. Подставляя сюда выражения для значения функции $I_x(\varphi_c)$ в точках φ_{c2} и φ_{c3} из формул (4), и проводя элементарные преобразования, получим следующее соотношение:

$$\frac{b_x}{a_x} = -\frac{\pi}{4}. \quad (5)$$

С учетом равенств (3) окончательно получаем

$$\frac{R^2 Y_2}{(1 + \varepsilon_1) F \sin(\varphi_0) Y_1} = -\frac{1}{4}. \quad (6)$$

При выполнении соотношения (5) для точки φ_{c4} получаем $I_x(\varphi_{c4}) = 0$. Таким образом, выполняется условие $|I_x(\varphi_c)| \leq |I_x(\varphi_{c2})|$, или $\max |I_x(\varphi_c)| = |I_x(\varphi_{c2})|$, а условие (5) определяет критерий максимальной близости функции $I_x(\varphi_c)$ к оси Ox на всем промежутке $\varphi_c \in [0, \pi]$.

Рассматривая аналогично задачу минимизации составляющей $I_y(\varphi_c)$, можем получить, что воздействие момента солнечного давления на составляющую кинетического момента КА относительно оси Oy будет минимально, если выполняется следующее соотношение:

$$\frac{R^2 X_2}{(1 + \varepsilon_1) F \sin(\varphi_0) X_1} = -\frac{1}{4}. \quad (7)$$

При выполнении соотношений (6) и (7) воздействие момента солнечного давления на общий кинетический момент КА будет минимально, а следовательно, минимизируются и затраты топлива, необходимого для работы реактивных двигателей системы ориентации аппарата. Соотношения могут быть использованы в случае, когда положение одного из элементов конструкции КА определено функциональными требованиями. Положение и оптические характеристики поверхности второго элемента необходимо определить так, чтобы компенсировался момент давления света на поверхность первого элемента.

На рис. 2 приведены графики зависимости $I_x(\varphi_c)$ для случаев, когда сферический элемент отсутству-

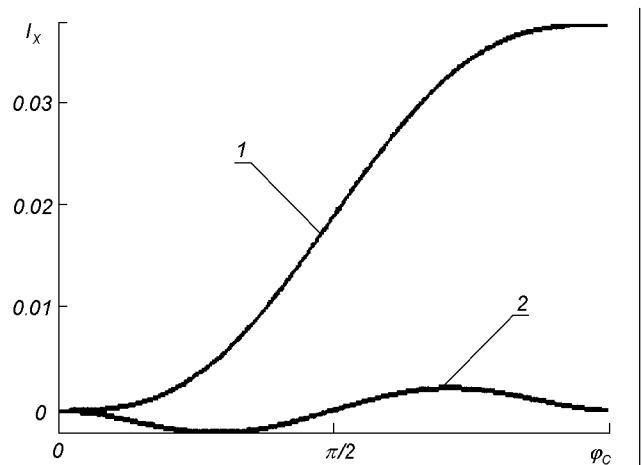


Рис. 2. Графики зависимости $I_x(\varphi_c)$ для $b_x/a_x = 0$ (кривая 1) и $-\pi/4$ (кривая 2)

ет, т. е. $b_x/a_x = 0$ (кривая 1), и когда момент, действующий на плоский элемент, компенсирован моментом сил давления на сферу и выполнено соотношение $b_x/a_x = -\pi/4$ (кривая 2). При других значениях отношения b_x/a_x кривая $I_x(\varphi_c)$ занимает другое положение и имеет максимальное отклонение от оси абсцисс, большее по модулю, чем отклонение кривой 2 в точках φ_{c2} и φ_{c3} . Численные расчеты проведены для следующих исходных числовых данных: $F = 2200 \text{ м}^2$, $Y_1 = -10 \text{ м}$, $\varepsilon_1 = 0.5$. Получены следующие оптимальные значения параметров: $R^{\text{opt}} = 10 \text{ м}$, $Y_2^{\text{opt}} = 32.9 \text{ м}$.

В случае, когда положение обоих элементов можно варьировать в некоторых пределах, необходимо выбирать значения параметров из условия: $\varphi_{c2}^y = \arcsin(-b_y/a_y)$. С учетом выражений (4) и (5) можем записать: $|a_x| \Rightarrow \min$, $|a_y| \Rightarrow \min$. Используя равенство (3), получим следующие дополнительные условия выбора параметров:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &\Rightarrow \min, & F &\Rightarrow \min, \\ |X_1| &\Rightarrow \min, & |Y_1| &\Rightarrow \min. \end{aligned} \quad (8)$$

Таким образом, выбор оптимальных значений параметров (X_1, Y_1, Z_1) , F , ε_1 , R , и (X_2, Y_2, Z_2) , при которых воздействие момента светового давления на угловое движение космического аппарата минимально, осуществляется на основании соотношений (6), (7) и (8).

Описанный метод оптимизации параметров конструкции может быть распространен на более общий случай конфигурации КА и реализован в виде численного алгоритма для ПЭВМ. При этом появ-

ляется возможность учесть переотражения излучения между элементами конструкции КА а также затенение части поверхности аппарата элементами его конструкции, что практически невозможно при аналитическом решении.

Алпатов А. П., Науменко Р. Н., Салтыков Ю. Д. и др. Минимизация момента солнечного давления с помощью компенсационного отражателя // Автоматика-96: Третья укр. конф. по автоматическому управлению, Севастополь, 9–14 сент., 1996. — Севастополь: СевГТУ, 1996.—Т. 3.—С. 65–66.

Алпатов А. П., Науменко Р. Н., Шичанин В. Н. Принципы управления положением центра солнечного давления и пути их технической реализации // Автоматика-95: Вторая укр. конф. по автоматическому управлению, Львов, 26–30 сент., 1995. — Львов: НВЦ ГПС, 1995.—Т. 5.—С. 3–4.

Боднер В. А. Системы управления летательными аппаратами. — М.: Машиностроение, 1973.—504 с.

Раушенбах Б. В., Токарь Е. Н. Управление ориентацией космических аппаратов. — М.: Наука, 1974.—600 с.

OPTIMIZATION OF GEOSTATIONARY SPACECRAFT DESIGN WITH TWO ELEMENTS OF LARGE SIZE-TO-MASS RATIO

A. P. Alpatov and R. N. Naumenko

The problem on optimization of the design of a spacecraft of concrete configuration is considered. The purpose of the optimization is to minimize the influence of the solar pressure moment on the kinetic moment of the balance wheels of the spacecraft orientation system. The analytic relationships are obtained for calculating optimal geometric parameters of the spacecraft and optical characteristics of the surfaces entering into its design.