

УДК 629.7.087.22

## Космические тросовые системы. Обзор проблемы

А. П. Алпатов<sup>1</sup>, В. И. Драновский<sup>2</sup>, А. Е. Закржевский<sup>3</sup>,  
А. В. Пироженко<sup>1</sup>, В. С. Хорошилов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Інститут технічної механіки НАН України і НКА України, Дніпропетровськ

<sup>2</sup>Державне конструкторське бюро «Південне», Дніпропетровськ

<sup>3</sup>Інститут механіки Національної академії наук України, Київ

*Надійшла до редакції 24.03.97*

---

Розглядаються задачі, підходи до їх вирішення та досягнення сучасного рівня створення космічних тросових систем з точки зору їх динаміки. Дається класифікація актуальних задач та методів їх дослідження. Проведено аналіз фізичних моделей, методів побудови математичних моделей та можливих режимів руху космічних тросових систем.

---

Идеи использования системы тел, соединенных длинными гибкими связями (тросами), в космическом пространстве восходят к работам К. Э. Циолковского и Ф. А. Цандера. Использование слабых градиентов силы тяжести, которое предполагалось в работах К. Э. Циолковского (Циолковский, 1954а); создание искусственной силы тяжести путем вращения космического аппарата (КА) вокруг одной из его осей, также предложенное К. Э. Циолковским в 1911—1912 гг. (Циолковский, 1954б, с. 135); использование пассивной массы как аккумулятора дополнительной энергии для изменения движения КА, предложенное Ф. А. Цандером (Цандер, 1964) — все эти идеи в своем развитии приводят к использованию космических тросовых систем (КТС).

В 1969 г. во время полета пилотируемых спутников «Gemini-11» и «Gemini-12» было осуществлено экспериментальное исследование возможности создания тросовой системы, образованной спутником и последней ступенью ракеты-носителя «Agena», соединенными дакроновым тросом длиной 30.48 м (Lang, Nolting, 1967). На «Gemini-11» связке было

придано вращательное движение с угловой скоростью  $0.9^\circ/\text{с}$ , которое поддерживалось в течение 1.5 оборотов спутника на орбите. На «Gemini-12» на протяжении трех оборотов по орбите проводился эксперимент по гравитационной стабилизации связки. Примерно половину этого времени экипаж затратил на приведение связки в гравитационно устойчивое положение. Несмотря на погрешности в работе системы управления спутника, задача ориентации связки была успешно решена.

Существенный интерес к созданию КТС появился в середине 1970-х гг. в связи с предложением G. Colombo, M. D. Gross (SAO) использования зонда на тросе длиной 100 км для исследования параметров полей Земли и ее атмосферы на низких высотах. Подписанное соглашение между NASA и Италией по разработке этих предложений создало условия для успешного развития направления КТС. Новые возможности эффективного использования КТС, предложенные на протяжении десятка лет, сделали их развитие одним из перспективных направлений современной космонавтики. Новизна и своеобразие задач и методов исследования поведе-

ния КТС привлекали к ним внимание специалистов. С начала 1980-х гг. происходит формирование области КТС в отдельную область исследования.

К настоящему времени развитие КТС находится в фазе экспериментальной натурной отработки. После выполнения ряда экспериментальных полетов (TSS-1, TSS-1R, SEDS-1, SEDS-2, DMG, GNAGE, OEDIPUS) достигнута определенная ясность в понимании принципиальных моментов поведения КТС. Проведенные экспериментальные и теоретические исследования в течение последних 20 лет позволяют перейти к использованию преимуществ КТС. Накопленный материал дает богатые возможности, с одной стороны, для обоснованного выбора реальных на данный момент (и возможных для конкретного исполнителя) экспериментальных и полетных исследований, а с другой — для постановки новых задач, исследование которых ранее казалось неоправданным и преждевременным.

#### КЛАССИФИКАЦИЯ ЗАДАЧ

Основным отличием КТС от традиционных космических систем является их большая протяженность, достигающая сотни километров, с сохранением при этом механической, энергетической и др. связей. Именно способность тросов создавать протяженные космические системы и обуславливает ряд замечательных свойств КТС.

Во-первых, это возможность взаимодействия с внешними полями планеты. Момент гравитационных сил, действующий на связку, зависит от квадрата длины связи, что позволяет создать сильно устойчивую радиальную конфигурацию протяженной КТС. В этом движении на концевых телах КТС возникает искусственная сила тяжести, величина которой прямо пропорционально зависит от длины связи:  $g = (3\Delta R/R)g_0$ , где  $\Delta R$  — вертикальное смещение тел относительно центра масс,  $R$  — радиус орбиты центра масс относительно центра планеты,  $g_0$  — ускорение свободного падения на данной высоте. Эта сила тяжести на две трети обусловлена разностью ньютоновского притяжения тел, а на одну треть — приращением центробежных сил, возникающих в результате вращения связки как целого вокруг планеты.

При взаимодействии с магнитным полем Земли величина ЭДС, индуцированная в прямолинейном проводнике, прямо пропорциональна длине проводника:

$$E = -BlV_S,$$

где  $B$  — магнитная индукция,  $l$  — длина проводника,  $V_S$  — скорость проводника, равномерно движущегося перпендикулярно к силовым линиям.

Еще одно свойство КТС, имеющее чисто механическое содержание, связано с величинами скоростей и центробежных ускорений  $T_{ц}$ :

$$\begin{aligned} T_{ц} &= r \cdot \dot{\varphi}^2, \\ V &= r \cdot \dot{\varphi}, \\ L &= r^2 \cdot \dot{\varphi}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $r$  — расстояние между телами связки,  $\dot{\varphi}$  — угловая скорость вращения связки относительно центра масс,  $L$  — удельный кинетический момент связки. Из (1) следует, например, что опущенный с основного КА вниз к Земле субспутник будет иметь линейную скорость движения относительно Земли на  $\Delta R\omega_0$  меньшую, чем скорость движения центра масс, где  $\omega_0$  — угловая скорость движения центра масс КТС по орбите, а значит и существенно меньшую, чем скорость спутника на этих высотах.

Квадратичная зависимость центробежных ускорений от угловой скорости позволяет создавать протяженные в сотни километров медленно вращающиеся КТС, использующие тонкую (и легкую) соединительную нить. Квадратичная зависимость кинетического момента от длины связи говорит о большой возможности аккумуляции КТС кинетического момента (и кинетической энергии).

Основываясь на этих свойствах КТС в последние двадцать лет было разработано множество различных проектов использования тросовых систем в космосе. Большинство из них связано с использованием радиальной связки двух тел — КА и субспутник. Так, например, высокая устойчивость радиальной КТС позволила предложить ее использование в качестве каркаса (основного несущего элемента) для различных вариантов солнечных космических электростанций (Cantafio et al., 1977) и для транспортировки грузов между модулями — космический лифт (Lorenzini et al., 1987), лунный космический лифт (Pearson, 1979), космический «эскалатор» (Bekey, Penzo, 1986). Условия микрогравитации на концевых телах могут использоваться как для научных и технологических процессов, так и для процессов функционирования КК и КС (Napolitano, Bevilacqua, 1984), например для перекачки топлива (Kroll, 1985), или улучшения условий жизни на орбите (Bekey, 1983).

Реализуемый в настоящее время проект электродинамической КТС, основанный на взаимодействии с магнитным полем Земли, также использует радиальную конфигурацию связки. Близок к реализа-

ции и проект использования тросовых антенн в космосе (Crossi, 1995).

Расчет возможностей КТС показал, что задача зондирования атмосферы на высотах порядка 100—120 км вполне реальна. Проект аэродинамической КТС в настоящее время является одним из наиболее разработанных и ожидает в ближайшем будущем своей реализации. Спутник-зонд является также средством для тонкого исследования гравитационных и магнитных аномалий и определения коэффициентов при старших гармониках в разложении соответствующих потенциалов.

Одним из проектов будущего, по оценкам Crossi (1995) лет через 25—30, является проект использования вращающейся связки двух тел для создания искусственной силы тяжести в продолжительных космических экспедициях. В работе Cleese (1987) рассмотрена 640-м вращающаяся со скоростью 2 оборота в минуту связка двух тел для поддержания ускорения на КК, равного ускорению свободного падения на Земле.

Таким образом, основные проекты КТС, реализации которых предполагается в ближайшем и более отдаленном будущем, предполагают создание гравитационно стабилизированной радиальной связки двух тел протяженностью от нескольких единиц до сотен километров. Исключение составляет лишь проект создания искусственной силы тяжести, предполагающий использование вращающихся коротких связок двух тел.

Поскольку в большинстве своем задачи в области КТС, и в частности задачи динамики, связаны с конкретными проектами КТС, то и большинство задач связаны с созданием радиальной связки двух тел и условиями ее функционирования. Общими задачами создания таких КТС являются задача развертывания связки в положение, близкое к радиальному, задача создания и поддержания устойчивой конфигурации, задача возврата субспутника. Конечно, каждый из проектов имеет свои особенности. Так, в проекте электродинамической КТС существенны задачи определения влияния электродинамических сил и взаимодействия с плазмой. В проекте аэродинамической КТС существенными являются задачи воздействия атмосферы и расчетов тепловых режимов.

Одной из существенных сторон любой задачи является степень ее исследованности. На сегодняшний день многие задачи динамики КТС исследованы достаточно подробно. Это относится в первую очередь к задачам, связанным с проектами TSS-1 и TSS-2, работа над которыми проводится значительными силами более десятка лет. Можно утверждать, что степень исследованности некоторых задач

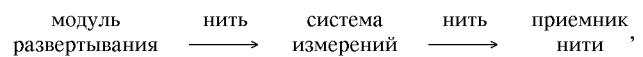
моделирования динамики радиальной КТС находится на грани расчетных возможностей. К ним можно отнести задачу динамики радиальной связки двух тел возле положения равновесия и задачу развертывания связки в положение, близкое к радиальному. Вместе с тем задачи, лежащие вне этих двух проектов, исследованы гораздо меньше, а развитие области КТС — новой области космонавтики — открывает новые и нетрадиционные задачи.

#### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЙ ДИНАМИКИ КТС

Многие принципиальные вопросы динамики КТС в силу сложности динамического объекта можно исследовать только на основе экспериментальных данных. Во многих случаях эксперименты представляют более краткий и дешевый способ исследований по сравнению с математическим моделированием. Экспериментальные исследования динамики КТС проводятся в наземных условиях, в экспериментах на ракетах и при выполнении натуральных экспериментов на орбите.

Наземные экспериментальные исследования, являясь наиболее доступными, позволяют осуществить проверку основных технических решений узлов системы развертывания, определить параметры механических моделей, осуществить проверку и наладку систем контроля, сбора и передачи информации, математических и расчетных моделей.

Схему наземных экспериментальных исследований системы развертывания КТС, например, в проекте SEDS (Walace, 1995), можно представить в виде



где нить, сматываясь с модуля развертывания, наматывается на приемник, в роли которого чаще всего выступает наматывающая катушка. Расстояние между приемником и модулем развертывания не должно быть большим (несколько метров), поскольку весомость нити начинает оказывать существенное влияние. Система измерений состоит из датчиков и других измерительных устройств, системы регистрации и (возможно) анализа данных. Одно из основных требований к системе измерений состоит в минимизации ее влияния на динамику процесса. В схему могут быть включены имитаторы динамики концевых тел (Jablonski et al., 1995). Схема наземных экспериментов может включать в себя имитаторы физической среды космоса: барокамеры, имитаторы солнечного света и др.

Большая протяженность КТС позволяет осуществ-

вить проверку их работоспособности только в натуральных экспериментах на орбите. Только натурные эксперименты позволяют окончательно подтвердить правильность технических решений, используемых динамических и физических моделей и, в конечном счете, проверить целостную работоспособность всех систем. Эта исключительность натурального эксперимента была продемонстрирована в экспериментальных полетах TSS-1, TSS-1R, SEDS-1, SEDS-2, DMG. Вместе с тем, эти же эксперименты показали, что, во-первых, широта спектра исследований вступает в противоречие с глубиной отработки отдельных задач, а во-вторых, что исследуемые экспериментально вопросы должны быть четко сформулированы и подготовлены на основе модельного и наземного экспериментального анализа и иметь по возможности минимальное количество ответов.

Проведенные эксперименты КТС на ракетах (OEDIPUS, CHARGE) (James, Tyo, 1995; Raitt, 1995) показывают, что эти эксперименты занимают промежуточное значение между наземными и натурными экспериментами, но все же не позволяют окончательно убедиться в работоспособности КТС. В задачах исследования физики слоев атмосферы эти эксперименты могут быть эффективны и иметь самостоятельное значение.

#### АНАЛИЗ ФИЗИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Выбор той или иной физической модели движения КТС определяется составом КТС, режимами ее движения и целями исследований. Этот выбор должен быть обоснованным, и выбранная физическая модель должна соответствовать целям исследований.

В качестве физической модели троса обычно используется модель гибкой нити из линейно-упругого материала. Учет изгибной и крутильной жесткости нити и пластических деформаций в ней (как известно, любая упругая деформация сопряжена с пластической) может иметь существенную роль при исследовании динамически слабо нагруженных тросов, или в режимах движения, когда имеют место большие поперечные колебания. Так, осевая линия слабо нагруженного троса, только смотанного с катушки, являет собой винтовую линию — «поросый хвостик» (Colombo et al., 1982). Растяжение троса в прямую линию осуществляется в условиях пластической деформации, закономерности которой существенно отличаются от линейной упругости. При исследовании возможностей запутывания троса (образования петель) необходим

учет жесткости троса на изгиб и окручивание, поскольку именно эти факторы являются определяющими в таких возможностях.

При моделировании динамики концевых тел не всегда достаточно ограничиваться моделью абсолютно твердого тела. Так, в эксперименте OEDIPUS-A наличие на концевых телах протяженных упругих антенн могло служить одной из причин неустойчивости вращения системы.

В качестве модели гравитационного поля, действующего на КТС, обычно используют гравитационное поле сферической Земли. Вместе с тем сплюснутость Земли, притяжение Луны и Солнца и т. д. могут играть определенную роль, например, при отклонении КТС от положения равновесия. Так, учет сплюснутости планеты позволил предложить интересный проект изменения орбитального движения КТС за счет управления относительным движением (Breakwell, Gearhant, 1987).

Аэродинамическое сопротивление, световое давление, взаимодействие КТС с магнитным полем Земли и плазмой, нагрев троса солнечным излучением, столкновение с микрометеоритами — эти факторы могут играть существенную, а в некоторых случаях и определяющую, роль в движении КТС. Учет их в модели движения КТС и полнота этой модели зависят от конкретной задачи.

#### МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Триада — физическая модель, математическая модель и методы ее исследования — составляет основу «эксперимента на бумаге» или «эксперимента на компьютере». Занимая в этой тройке центральное место и сопрягая в себе с одной стороны физические модели процессов, а с другой стороны — математические методы исследований и анализа, математическая модель является определяющей во всем процессе теоретических исследований.

Проведение «эксперимента на бумаге» имеет общие закономерности с проведением натуральных экспериментов. Например, успешность теоретических исследований также во многом зависит от четкости поставленных задач и конкретности вопросов, а полнота охвата задачи и, как следствие, громоздкость математической модели зачастую противоречат глубине анализа отдельных вопросов. Вместе с тем иная среда деятельности, позволяющая быстро и с минимальными затратами получить отклик на запрос, быстрая изменяемость и легкая повторяемость математических экспериментов делают метод математического моделирования высоко эффектив-

ным инструментом исследований. Созданные к настоящему времени достаточно полные модели динамики КТС и пакеты программной их реализации, такие как GTOSS, KKYHOOK, MODEL.3, NEWIB, позволяют с высокой достоверностью судить о работоспособности тех или иных проектов КТС в самом начале их разработки (Burgess et al., 1995). Модели, стремящиеся к полноте учета всех факторов движения и предназначенные в основном для проверки работоспособности КТС и точного предсказания ее движения, как известно, называют расчетными моделями.

Математическое моделирование предоставляет также уникальную возможность для анализа и выработки представлений об отдельных закономерностях и особенностях реальных процессов в их причинно-следственной взаимосвязи на основе «мысленного эксперимента», когда в математической модели выделяются и сохраняются существенные для анализа исследуемого явления элементы. Используемые для таких исследований математические модели, выхватывая отдельные особенности процесса, могут быть достаточно далеки от адекватного описания реальных систем (например кеплерово движение и движение реального спутника Земли). Но именно эти задачи позволяют выработать представление о закономерностях реальных процессов. Такие задачи получили название модельных задач.

Проблемы математического описания и анализа моделей динамики КТС имеют существенную новизну по сравнению с ранее исследованными задачами динамики космического полета. Поэтому исследования динамики КТС ставят задачи развития как методов моделирования, так и математических методов анализа моделей. Промежуточное положение между работающими расчетными моделями и вопросами: как описать? и как рассчитать?, занимают так называемые проблемные модели, направленные, в первую очередь, на развитие методов моделирования и исследования. Естественно, что эта грань постоянно передвигается от простого к сложному. Так, учет движения концевых тел КТС приводит к уравнениям динамики, когда уравнения движения гибкой нити имеют граничные условия, зависящие от старших производных. Как известно, разработанные схемы применения разностных методов для численного решения уравнений в частных производных предполагают задание граничных условий, не зависящих от старших производных. Поэтому решение этой проблемы возможно либо на основе развития соответствующих расчетных методов, либо путем изменения способов построения модели (Stainer et al., 1995).

Анализ работ по динамике КТС показывает, что все три типа моделей — расчетных моделей, модельных задач и проблемных моделей — имеют широкое применение в исследовании динамики КТС.

Основной модельной задачей динамики КТС, позволяющей исследовать закономерности ее движения, является модель двух точечных масс, соединенных невесомой нитью. Эта модель была первой моделью исследования динамики КТС (Paul, 1963). И в настоящее время она широко используется как в теории, так и на практике, например, для исследования процессов разворачивания (эксперименты SEDS-1, -2 (Lorenzini et al., 1995; Cleese, 1995; Herbinier, 1995)) и свертывания КТС.

Уравнения движения системы двух точечных масс, соединенных невесомой нитью, в ньютоновском поле сил имеют вид

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{\mathbf{R}}_1 &= -\frac{\mu m_1 \mathbf{R}_1}{R_1^3} + T_1 \mathbf{e}_r + \mathbf{F}_1, \\ m_2 \ddot{\mathbf{R}}_2 &= -\frac{\mu m_2 \mathbf{R}_2}{R_2^3} - T_1 \mathbf{e}_r + \mathbf{F}_2, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $m_i$  — массы материальных точек,  $\mathbf{R}_i$  — их радиусы-векторы относительно ньютоновского притягивающего центра,  $T_1 \mathbf{e}_r$  — сила, действующая вдоль линии связи (упругая сила нити),  $\mathbf{e}_r$  — единичный вектор, направленный вдоль линии связи,  $\mathbf{F}_i$  — суммарный вектор других сил, действующих на  $i$ -е тело ( $i = 1, 2$ ),  $\mu$  — гравитационная постоянная.

Из (2) получим уравнения относительного движения и уравнения движения центра масс связки

$$\ddot{\mathbf{r}} = \ddot{\mathbf{R}}_2 - \ddot{\mathbf{R}}_1 = -T \mathbf{e}_r + \mathbf{F}, \quad (3)$$

$$\ddot{\mathbf{R}} = -\frac{\mu \mathbf{R}}{R^3} + \mathbf{F}^*, \quad (4)$$

где  $\mathbf{R} = (\mathbf{R}_1 m_1 + \mathbf{R}_2 m_2) / M$  — радиус-вектор центра масс связки относительно притягивающего центра,

$$M = m_1 + m_2,$$

$$T = T_1 \frac{M}{m_1 m_2},$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_2 / m_2 - \mathbf{F}_1 / m_1 + \mathbf{F}_{\text{гп}},$$

$$\mathbf{F}^* = (\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2) / M + \mathbf{F}_{\text{гп}}^*,$$

$$\mathbf{F}_{\text{гп}} = \mu \left( \frac{\mathbf{R}_1}{R_1^3} - \frac{\mathbf{R}_2}{R_2^3} \right),$$

$$\mathbf{F}_{\text{гп}}^* = \frac{\mu \mathbf{R}}{R^3} - \frac{1}{M} \sum_{i=1,2} \frac{\mu m_i \mathbf{R}_i}{R_i^3}.$$

Данная модель эффективно использовалась для исследования взаимосвязи орбитального и относительного движений (Белецкий, 1977; Пироженко, 1992) и позволяет исследовать отклик в движении системы на различные виды воздействий вдоль линии связи (Алпатов и др., 1990; Пироженко, 1993).

В качестве модели троса чаще всего используется модель гибкой нити. Положение точки  $s$  в момент  $t$  определяется радиусом-вектором  $\mathbf{R}(s, t)$ . На элемент нити  $ds$  плотностью  $\rho(s)$  со стороны соседних участков действуют силы натяжения  $\mathbf{T}(s + ds, t)$  и  $-\mathbf{T}(s, t)$ . Уравнение Ньютона движения центра масс рассматриваемого участка нити есть

$$\rho(s)ds \frac{\partial^2 \mathbf{R}}{\partial t^2} = \mathbf{T}(s + ds, t) - \mathbf{T}(s, t) - \frac{\mu \rho(s) ds \mathbf{R}}{R^3} + \mathbf{F} ds, \quad (5)$$

где  $\mathbf{F}$  — внешние силы, отнесенные к единице длины нити.

Из (5) получим

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{R}}{\partial t^2} = \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial s} - \frac{\mu \rho \mathbf{R}}{R^3} + \mathbf{F}. \quad (6)$$

Это обычная форма уравнений динамики гибкой нити (Меркин, 1980; Щедров, 1961).

По своему определению гибкая нить не сопротивляется изгибу, и сила ее натяжения всегда направлена вдоль касательной к линии нити:

$$\mathbf{T} = T \mathbf{e}_s, \quad \mathbf{e}_s = \left( \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial s} \right) / \left| \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial s} \right|, \quad (7)$$

где  $\mathbf{e}_s$  — единичный вектор касательной к линии нити. Величина силы натяжения определяется законом растяжимости. В основном используется закон растяжимости Гука

$$T = E(\gamma - 1), \quad \gamma = \left| \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial s} \right|, \quad (8)$$

где  $E$  — модуль упругости нити.

При подстановке (8), (7) в (6) получается векторное уравнение в частных производных волнового типа. Граничные условия определяются движением конечных тел.

Уравнения движения центров масс конечных тел имеют вид, аналогичный (2):

$$\begin{aligned} m_1 \frac{d^2 \mathbf{R}_1}{dt^2} &= - \frac{\mu m_1 \mathbf{R}_1}{R_1^3} + \mathbf{e}_{SA} T_A + \mathbf{F}_1, \\ m_2 \frac{d^2 \mathbf{R}_2}{dt^2} &= - \frac{\mu m_2 \mathbf{R}_2}{R_2^3} - \mathbf{e}_{SB} T_B + \mathbf{F}_2, \end{aligned} \quad (9)$$

где индексами  $A, B$  обозначены значения величин в точках крепления троса к соответственно первому и второму телам. Положение этих точек крепления определяется векторами  $\mathbf{d}_A$  и  $\mathbf{d}_B$  относительно соответствующих центров масс тел.

Динамические уравнения движения конечных тел относительно их центров масс имеют вид

$$\begin{aligned} J_1 \dot{\omega}_{1u} &= - \omega_{1u} \times J_1 \cdot \omega_{1u} + \\ &+ \mathbf{d}_A \times \mathbf{e}_{SA} T_A + 3 \frac{\mu}{R_1^3} \mathbf{e}_{R_1} \times J_1 \mathbf{e}_{R_1} + \mathbf{M}_1, \\ J_2 \dot{\omega}_{2u} &= - \omega_{2u} \times J_2 \cdot \omega_{2u} - \\ &- \mathbf{d}_B \times \mathbf{e}_{SB} T_B + 3 \frac{\mu}{R_2^3} \mathbf{e}_{R_2} \times J_2 \mathbf{e}_{R_2} + \mathbf{M}_2. \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь  $J_i$  — тензор инерции конечного тела,  $\omega_{iu}$  — вектор абсолютной угловой скорости его движения относительно центра масс,  $\mathbf{e}_{R_i} = \mathbf{R}_i / |\mathbf{R}_i|$ ,  $\mathbf{M}_i$  — момент других сил, действующих на  $i$ -е тело.

Тогда граничные условия движения нити — движение точек  $A, B$ , определяются выражениями

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{R}}_A &= \ddot{\mathbf{R}}_1 + \omega_{1u} \times \mathbf{d}_A + \omega_{1u} \times (\omega_{1u} \times \mathbf{d}_A), \\ \ddot{\mathbf{R}}_B &= \ddot{\mathbf{R}}_2 + \omega_{2u} \times \mathbf{d}_B + \omega_{2u} \times (\omega_{2u} \times \mathbf{d}_B), \end{aligned} \quad (11)$$

где  $\mathbf{R}_A, \mathbf{R}_B$  — радиусы-векторы точек крепления относительно ньютоновского притягивающего центра.

Создание устойчивой разностной схемы численного решения уравнений (6)—(11) представляет собой сложную задачу. Поэтому часто (для более простых задач) используют приведенные модели к вариационной задаче и решение ее прямыми методами, например методом Рунца.

Если описанный выше подход к выводу уравнений движения можно отнести к вариационному дифференциальному принципу Д'Аламбера, то к вариационной постановке задачи приводит интегральный принцип Гамильтона—Остроградского

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta A + \delta T) dt = 0,$$

где  $\delta A = -\delta V + \delta W$  — виртуальная работа потенциальных  $\delta V$  и  $\delta W$  иных сил,  $\delta T$  — вариация кинетической энергии системы.

Использование тех или иных предположений о движении нити и ее удлинении, полнота учета внутренних и внешних сил приводят к построению различных моделей движения КТС — от линейных до существенно нелинейных (Liangdon, Bainum, 1987; Misra et al., 1986; Misra et al., 1995).

Широкое применение в практических расчетах также получила модель представления весомого

троса цепочкой сосредоточенных масс (Misra et al., 1989; Crist, Easley, 1970). Механичность дискредитации этой модели привлекает своей ясностью. Как показывают сравнения, расчеты по этой модели хорошо согласуются с расчетами по нелинейной модели с распределенными параметрами даже в случае слабо натянутой нити (Misra et al., 1995).

Учет жесткости троса на изгиб и кручение, моделирование процессов развертывания и свертывания КТС с учетом собственной динамики нити имеют свои дополнительные проблемы, широкое обсуждение которых, по-видимому, еще предстоит.

#### КЛАССИФИКАЦИЯ РЕЖИМОВ ДВИЖЕНИЯ

Сколько-нибудь эффективное исследование сложных механических систем, к которым безусловно относятся и КТС, возможно лишь при выделении области возможного изменения параметров движения в исследуемом случае. Действительно, области либрационного и ротационного движений, области регулярных и резонансных траекторий, сепаратрисы и области хаотического движения обладают существенными качественными особенностями. Одновременное же исследование двух качественно различных процессов в рамках одной модели представляется невозможным.

В прикладной механике такое выделение областей параметров движения обычно осуществляется путем определения исследуемых режимов движения. Выделение конкретных режимов движения как необходимая часть анализа сложных механических систем в первую очередь позволяет исследователю иметь качественное физическое представление исследуемого процесса, а следовательно, позволяет проводить существенное упрощение математических моделей, согласовывать результаты исследований со здравым смыслом, давать им механические интерпретации и развивать представление о физике процесса, что, в конечном счете, и является целью исследований.

Процедура выделения режимов движения, как часть первоначального анализа динамики системы, основывается на общих представлениях о возможных режимах движения механических систем и представлениях о динамике конкретной системы. По мере исследования движения системы уточняются границы выделенных областей и процедуры их выделения.

Рассмотрим кратко возможные режимы движения КТС.

Простейшим разделением режимов движения, которое встречается уже при исследовании движе-

ния математического маятника, является выделение ротационного и либрационного движений.

Либрационное движение связки двух тел возле положения устойчивого радиального равновесия, как отмечалось выше, является наиболее глубоко исследованным движением. В предположении малости перемещений и скоростей движения задача имеет линейный характер и сводится по существу к определению устойчивости положения равновесия с учетом различных факторов (Белецкий, Левин, 1990). Исследования влияния собственной динамики троса в такой постановке задачи позволяют использовать методы наиболее разработанной области механики нити (Меркин, 1980; Щедров, 1961; Алексеев, 1970; Салтанов, 1974) — теории стационарных движений. Задача сводится к анализу обыкновенных линейных дифференциальных уравнений, описывающих относительное равновесие нити, а не уравнений в частных производных, описывающих общую динамику нити.

Ротационное движение двух тел, соединенных нитью, при достаточно больших угловых скоростях вращения системы относительно центра масс обеспечивает существенное натяжение нити. Для этого режима движения поперечные колебания нити будут малы, их влияние на общее движение системы будет незначительно и, по крайней мере на первых этапах исследований, эти колебания могут не учитываться. Для этого режима движения нить может рассматриваться как упругая связь между точками привязи концевых тел. Поскольку основные практические задачи исследования ротационного движения КТС связаны с исследованием изменения параметров вращения с учетом разных факторов, то задача исследования этого движения сводится по существу к исследованию эволюции параметров движения протяженной упругой системы.

Резонансные режимы движения, когда возможно значительное перераспределение энергии движения между различными ее механическими формами, могут, с одной стороны, служить причиной разрушения требуемых конфигурации и движения системы, а с другой — обеспечивать как эффективное управление, так и построение устойчивых движений системы. В движении орбитальной тросовой системы двух тел резонансные режимы движения могут возникать при соизмеримости следующих средних частот движений: орбитального движения центра масс, вращательного (углового) движения КТС относительно орбиты, поступательного относительного (изменяющего расстояния между телами) движения, колебаниями троса и вращательного движений концевых тел относительно точек привязи. Очевидно, что резонансная соизмеримость час-

тот может иметь место как для какой-либо пары движений, так и пронизывать движения всей системы. Таким образом, резонансные режимы движения представляют достаточно широкую и важную область возможных движений КТС. К настоящему времени область резонансных движений КТС является мало исследованной.

Новое явление, которое стало интенсивно обсуждаться в литературе в основном лишь в последние двадцать лет, есть явление хаотического движения детерминированных систем. Как известно (Заславский, 1986), это явление присуще большинству (почти всем) нелинейных систем, и имеет место уже для систем с двумя частотами движений (достаточно  $3/2$  степени свободы). Выделение данной области движений необходимо при проведении численного анализа динамики КТС, поскольку, вообще говоря, обычные численные методы не работают для данной области движений и обычная механическая интерпретация результатов расчетов не корректна. Эта область возможного движения КТС практически не исследовалась.

- Алексеев Н. И. Статика и установившееся движение гибкой нити. — М.: Легкая индустрия, 1970.—270 с.
- Алпатов А. П., Белоножко П. А., Пироженко А. В., Шабохин В. А. Об эволюции ротационного движения связки двух тел на орбите // Космич. исслед.—1990.—28, вып. 5.—С. 692—701.
- Белецкий В. В. Очерки о движении космических тел. — 2-е изд. — М.: Наука, 1977.—430 с.
- Белецкий В. В., Левин Е. М. Динамика космических тросовых систем. — М.: Наука, 1990.—336 с.
- Заславский Г. М., Сагдеев Р. З. Введение в нелинейную физику: От маятника до маятника до турбулентности и хаоса. — М.: Наука, 1986.—368 с.
- Меркин Д. Р. Введение в механику гибкой нити. — М.: Наука, 1980.—240 с.
- Пироженко А. В. Управление движением связки двух тел в гравитационном поле изменением длины связки // Космич. исслед.—1992.—30, вып. 4.—С. 473—482.
- Пироженко А. В. К расчету первого приближения систем с существенно нелинейными колебательными звеньями // Прикладная математика и механика.—1993.—57, вып. 2.—С. 50—56.
- Салтанов Н. В. Гибкие нити в потоках. — Киев: Наук. думка, 1974.—220 с.
- Цандер Ф. А. Перелеты на другие планеты (статья вторая) // Пионеры реактивной техники. — М.: 1964.—С. 263—270.
- Циолковский К. Э. Свободное пространство // Собр. соч. — М.: Изд-во АН СССР, 1954а.—Т. 2.—С. 25—68.
- Циолковский К. Э. Исследование мировых пространств реактивными приборами // Собр. соч. — М.: Изд-во АН СССР, 1954б.—Т. 2.
- Шедров В. С. Основы механики гибкой нити. — М.: Машгиз, 1961.—252 с.
- Bekey I. Tethers open new space options // Astronaut. and Aeronaut.—1983.—21, N 4.—P. 32—40.
- Bekey I., Penzo P. A. Tether propulsion // Aerospace America.—1986.—24, N 7.—P. 40—43.

- Breakwell J. V., Gearhart J. W. Pumping a tethered configuration to boost its orbit around an oblate planet // J. Astronaut. Sci.—1987.—35, N 1.—P. 19—40.
- Burgess L. L., Kustas F. M., Jarossy F. J. A space tether experiment (STEX) // Fourth International Conference on Tethers in Space. — Washington, 10—14 April, 1995.
- Cantafio L. J., Chobotov V. A., Wolfe M. G. Photovoltaic, gravitationally stabilized, solid-state satellite solar power station // J. Energy.—1977.—1, N 6.—P. 352—363.
- Chobotov V. A. Gravitationally stabilized satellite solar power station in orbit // J. Spacecraft and Rockets.—1977.—14, N 4.—P. 249—251.
- Cleave J. R. The dynamics of tethers in artificial gravity applications // International Conference on Tethers in Space. — Venice, Italy. 4—8 October, 1987.
- Cleave J. R. A comparison of SEDS-2 flight and dynamics simulation results // Fourth International Conference on Tethers in Space. — Washington, 10—14 April, 1995.
- Colombo G., Bergamaschi S., Bevilacqua F. The Italian participation to the tethered satellite system // Acta Astronaut.—1982.—8, N 6—7.—P. 353—358.
- Cosmo M. L., Lorenzini E. C., Gullahorn G. E. Acceleration levels and dynamics noise on SEDS end-mass // Fourth International Conference on Tethers in Space. — Washington, 10—14 April, 1995.
- Crist S. A., Easley J. G. Cable motion of a spinning spring-mass system // J. Spacecraft and Rockets.—1970.—7, N 11.—P. 1352—1357.
- Crossi M. D. Future of tethers in space // Fourth International Conference on Tethers in Space. — Washington, 10—14 April, 1995.
- Herbiniere S. Restitution of tethered satellites systems motion // Fourth International Conference on Tethers in Space. — Washington, 10—14 April, 1995.
- Jablonski A. M., Vegnerjn F. R., Stalg D. A., Tyc G. Tether laboratory demonstration system (TE-LAB) a ground test facility for the OEDIPUS tether mission // Fourth International Conf. on Tethers in Space. — Washington, 10—14 April, 1995.
- James H. G., Tyc G. Flight result from the OEDIPUS — A tethered experiment // Fourth International Conference on Tethers in Space. — Washington, 10—14 April, 1995.
- Kroll K. R. Tethered propellant resupply technique for space stations // Acta Astronaut.—1985.—12, N 12.—P. 987—994.
- Lang D. D., Nolting R. R. Operations with tethered space vehicles // Gemini Summary Conference, February 1—2, 1967, Houston, Texas, NASA SP-138.—P. 55—66.
- Liangdon L., Bainum P. M. Effect of tether flexibility on tethered Shuttle subsatellite and control // 2-nd International Conference on Tethers in Space. — Venice, Italy. 4—8 October, 1987.
- Lorenzini E. C. Acceleration levels the space station and a tether elevator for micro and variable — gravity applications // 2-nd International Conf. on Tethers in Space. — Venice, Italy. 4—8 October, 1987.
- Lorenzini E. C., Mowery D. K., Rupp C. C. SEDS-II deployment control law and mission design // Fourth International Conf. on Tethers in Space. — Washington, 10—14 April, 1995.
- Misra A. K. Dynamics of N-body tethered satellite system // 3-rd International Conf. on Tethers in Space. — S. Francisco, California, May 1989.
- Misra A. K., Modi V. J., Tyc G., et al. Dynamics of low-tension spinning tethers // Fourth International Conf. on Tethers in Space. — Washington, 10—14 April, 1995.
- Misra A. K., Xu D. M., Modi V. J. On vibrations of orbiting tethers // Acta Astronaut.—1986.—13, N 10.—P. 587—597.
- Napolitano L. G., Bevilacqua F. Tethered constellations, their utilization as microgravity platforms and relevant features // 35-th



- Internat. Astronautical Congr. — Lausanne, Switzerland, October 7—13, 1984, paper No. 84—439.
- Paul B. Planar librations of an extensible dumbbell satellite // AIAA J.—1963.—1, N 2.—P. 411—418.
- Pearson J. Anchored lunar satellites for cislunar transportation and communication // J. Astronaut. Sci.—1979.—17, N 1.—P. 39—62.
- Raitt W. J. Sounding rocket tethered payload experiments: NASA charge program // Fourth International Conference on Tethers in Space. — Washington, 10—14 April, 1995.
- Steiner W., Steindl A., Troger H. Dynamics of a space satellite system with two rigid endbodies // Fourth International Conf. on Tethers in Space. — Washington, 10—14 April, 1995.
- Thompson W. B., Sten M. O. A Skyhook from Phobos to Mars // Fourth International Conference on Tethers in Space. — Washington, 10—14 April, 1995.
- Wallace B. K. SEDS tether deployment ground test // Fourth

International Conference on Tethers in Space. — Washington, 10—14 April, 1995.

---

**TETHERED SATELLITE SYSTEMS.  
REVIEW OF THE PROBLEM**

**A. P. Alpatov, V. I. Dranovskii, A. E. Zakrzhevskii,  
A. V. Pirozhenko, and V. S. Khoroshilov**

Problems arising in the dynamics of tethered satellite systems are discussed. The problems and the modes of attacking them are classified. We analyze physical models, methods for building mathematical models, as well as possible modes of motion of tethered satellite systems.