Космічна наука і технологія. 1997. Т 3. № 3/4. С. 103—104.

УДК 681.51.015

Формализация дискретных рекурсивных корректирующих алгоритмов с моделью для машинного синтеза

В. Г. Зотов

Спілка вчених Харкова, Харків

Надійшла до редакції 15.04.97

Розглядається один з можливих варіантів формування лінійних дискретних рекурсивних коректуючих алгоритмів з моделлю, z-передаточна функція яких представляється дробово-раціональною функцією. Формалізація проведена на основі методів оптимізації, використання феноменологічної моделі об'єкта управління, багатополіномної апроксимації сигналу.

Для построения задачи машинного синтеза линейных дискретных рекурсивных корректирующих алгоритмов с моделью (ДНКАМ) необходимо их формальное математическое описание. Согласно определения z-передаточная функция дискретного рекурсивного корректирующего алгоритма имеет следующий вид

$$W(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{i=0}^{k} N_i z^{-i}}{1 + \sum_{i=1}^{p} N'_i z^{-i}}, \qquad (1)$$

где N_i, N'_i — вещественные коэффициенты; $X(z)$, $Y(z)$ — z-изобажения входного и выходного сигналов соответственно; k, p — порядок полиномов числителя и знаменателя z-передаточной функции соответственно; z — оператор z-преобазования.

Задача состоит в построении метода формализации ДРКАМ вида (1), отвечающего требованиям:

1. Возможности подстройки параметров феноменологической модели;

2. Сокращение времени подстройки за счет выбора прогрессивных поцедур организации поиска экстремума функционала;

3. Автоматизации процесса синтеза ДРКАМ с заданными свойствами;

4. Гибкости при переходе от одной структуты алгоритма к другой.

Перечисленным выше требованиям может отвечать дискретный нерекурсивный корректирующий алгоритм (Зотов, 1988), охваченный отрицательной обратной связью.

Такой подход существенно упрощает построение z-передаточной функции ДРКАМ, которая принимает вид

$$W(z) = \frac{W'(z)}{1 + W'(z) W_{oc}(z)}, \qquad (2)$$

где $W'(z)$ — z-передаточная функция нерекурсивного корректирующего алгоритма с моделью (ДНКАМ); $W_{oc}(z) = k_{oc}$ — z-передаточная функция звена в обратной связи алгоритма.

Осуществив подстановку выражений для нерекурсивного корректирующего алгоритма в выражение (2) и проделав преобразования, получим

$$W^p(z) = \frac{\sum_{i=0}^{k} N_i z^{k-i}}{N'_0 z^k + \sum_{i=1}^{k} N'_i z^{k-i}}, \qquad (3)$$

где $N'_0 = 1 + k_{oc} N_0$; $N'_i = k_{oc} N_i$, $i = 1, \ldots, k$; $W^p(z)$ — z-передаточная функция дискретного рекурсивного корректирующего алгоритма.

Разделив числитель и знаменатель выражения (3) на $N'_0 z^k$, приведем его к стандартному виду

$$W^p(z) = \frac{\sum_{i=0}^{k} \overline{N}_i z^{-i}}{1 + \sum_{i=1}^{k} \overline{N}'_i z^{-i}}, \qquad (4)$$

где $\overline{N}_i = \dfrac{N_i}{N'_0}$, $i = 0, \ldots, k$; $N'_0 = 1 + k_{oc} N_0$; $\overline{N}'_i = \dfrac{N'_i}{N'_0}$;

$$N'_i = k_{oc}N_i;\ N_i = \eta\lambda'_i + \gamma\lambda''_i,\ i = 0,\ldots,\ k.$$

Для комплексно-сопряженных корней модели:

$$\lambda'_i = \exp\left[-\frac{\varphi(k-i)}{2}\right]\cos\Theta(k-i);$$

$$\lambda''_i = \exp\left[-\frac{\varphi(k-i)}{2}\right]\sin\Theta(k-i);$$

$$\eta = \exp\left(-\frac{\varphi m}{2}\right)(E_1\cos m\Theta - E_2\sin m\Theta);$$

$$\gamma = \exp\left(-\frac{\varphi m}{2}\right)(D_1\sin m\Theta - E_2\cos m\Theta);$$

$$E_1 = \frac{2[1-\exp(\varphi)][1+\exp(2\varphi)-2\exp(\varphi)\cos\Phi]B'_1}{B'_1A' - B'^2[1-\exp(\varphi)]^2};$$

$$E_2 = D_2 = \frac{2[1-\exp(\varphi)]^2[1+\exp(2\varphi)-2\exp(\varphi)\cos\Phi]B'}{B'_1A' - B'^2[1-\exp(\varphi)]^2};$$

$$D_1 = \frac{2[1-\exp(\varphi)][1+\exp(2\varphi)-2\exp(\varphi)\cos\Phi]A'}{B'_1A' - B'^2[1-\exp(\varphi)]^2};$$

$$A' = -\exp(\varphi)[\cos\Phi + 1] + \exp(2\varphi)(3\cos\Phi + 1) + \exp(-\varphi k)(1+\cos k\Phi) - \exp[-\varphi(k-1)][\cos\Phi(k+1) + 2\cos\Phi + \cos k\Phi] + \exp[-\varphi(k-2)][1+\cos\Phi(k+1)] - 2\exp(3\varphi);$$

$$B'_1 = [\exp(\varphi) + \exp(2\varphi)](\cos\Phi + 1) + \exp(-\varphi k)(1-\cos k\Phi) + \exp[-\varphi(k-1)][\cos\Phi(k+1) - 2\cos\Phi + \cos k\Phi] + \exp[-\varphi(k-2)][1-\cos\Phi(k+1)];$$

$$B' = \exp(\varphi)\sin\Phi - \exp[-\varphi(k-1)]\sin\Phi(k+1) + \exp(-\varphi k)\sin\Phi k;$$

$$\varphi = 2\alpha T_1;\quad \Phi = 2\Theta;\quad \Theta = \beta T_1;$$

α и β — реальная и мнимая части корней модели объекта управления; T_1 — период прерывания; m — число тактов прерывания в периоде аппроксимации.

Для действительных равных корней модели:

$$\lambda'_i = \exp\left[-\frac{\varphi(k-i)}{2}\right];$$

$$\lambda''_i = (k-i)\exp\left[-\frac{\varphi(k-i)}{2}\right];$$

$$\eta = \exp\left(-\frac{\varphi m}{2}\right)(E_1 - D_2mT_1);$$

$$\gamma = \exp\left(-\frac{\varphi m}{2}\right)(D_1mT_1 - E_2);$$

$$E_1 = \frac{B'_1[1-\exp(\varphi)]}{B'_1A' - B'^2};\quad E_2 = \frac{[1-\exp(\varphi)]^2B'T_1}{B'_1A' - B'^2};$$

$$D_1 = \frac{[1-\exp(\varphi)]^3}{B'_1A' - B'^2};\quad D_2 = \frac{[1-\exp(\varphi)]^2B'}{B'_1A' - B'^2};$$

$$A' = \exp(-\varphi k) - \exp(\varphi);$$

$$B' = T_1\{\exp(\varphi) + k\exp(-\varphi k) - (k+1)\exp[-\varphi(k-1)]\};$$

$$B'_1 = T_1^2\left\{k^2\exp(-\varphi k) + (1-2k-2k^2)\exp[-\varphi(k-1)] + (k+1)^2\exp[-\varphi(k-2)] - \exp(\varphi) - \exp(2\varphi)\right\};$$

$$\varphi = 2\alpha T_1;$$

α — действительная часть корней модели.

Для действительных разных корней модели:

$$\lambda'_i = \exp\left[-\frac{\varphi_1(k-i)}{2}\right];\quad \lambda''_i = \exp\left[-\frac{\varphi_3(k-i)}{2}\right];$$

$$\eta = E_1\exp\left(\frac{\varphi_1 m}{2}\right) - D_2\exp\left(\frac{\varphi_3 m}{2}\right);$$

$$\gamma = D_1\exp\left(\frac{\varphi_3 m}{2}\right) - E_2\exp\left(\frac{\varphi_1 m}{2}\right);$$

$$E_1 = \frac{[\exp(\varphi_1)-1][\exp(\varphi_2)-1]^2B'_1}{[\exp(\varphi_2)-1]^2B'_1A' - [\exp(\varphi_3)-1][\exp(\varphi_1)-1]B'^2};$$

$$E_2 = D_2 = \frac{[\exp(\varphi_3)-1][\exp(\varphi_2)-1][\exp(\varphi_1)-1]B'_1}{[\exp(\varphi_2)-1]^2B'_1A' - [\exp(\varphi_3)-1][\exp(\varphi_1)-1]B'^2};$$

$$D_1 = \frac{[\exp(\varphi_3)-1][\exp(\varphi_2)-1]^2A'}{[\exp(\varphi_2)-1]^2B'_1A' - [\exp(\varphi_1)-1][\exp(\varphi_3)-1]B'^2};$$

$$A' = \exp[\varphi_1(k+1)] - 1;\quad B' = \exp[\varphi_2(k+1)] - 1;$$

$$B'_1 = \exp[\varphi_3(k+1)] - 1;\ \varphi_1 = 2\lambda_1T_1;$$

$$\varphi_2 = (\lambda_1 + \lambda_2)T_1;\ \varphi_3 = 2\lambda_2T_1;$$

λ_1, λ_2 — действительные разные корни модели.

Полученное выражение общего вида для ДРКАМ (4), позволяет определить его коэффициенты и порядок, удовлетворяющие требованиям, предъявляемым к системе управления в составе задачи машинного синтеза.

Зотов В. Г. Формализация эффективных дискретных корректирующих алгоритмов с моделью для машинного проектирования. — Харьков: 1988.—9 с.—(Рукопись деп в ВИНИТИ 24.05.88; № 4117-В88).

FORMALIZATION OF LINEAR DISCRETE RECURSIVE CORRECTION ALGORITHMS WITH A MODEL FOR MACHINE SYNTHESIS

V. G. Zotov

We describe a possible way for the formalization of linear discrete recursive correction algorithms with a model when these algorithms have the z-transfer function in the form of a rational function. The formalization is based on optimization methods with the use of a phenomenological model of the control subject, a multipolynomial approximation of signals.