

УДК 537.531:621.371

## Осесимметричное возбуждение сферического сегмента импульсным диполем

О. В. Буданов, С. Л. Просвирнин

Радіоастрономічний інститут НАН України, Харків

Надійшла до редакції 20.02.97

Розглянуто алгоритм розрахунку електромагнітного поля, породжуваного імпульсним джерелом поблизу ідеально провідного сферичного сегмента. Приведено результати для густини струму, наведеного на поверхні сегмента, і розсіяних полів.

### ВВЕДЕНИЕ

Результаты данной работы могут иметь довольно широкую область применения, включающую, в частности, моделирование излучения антеннами сверхширокополосных сигналов, задачи электромагнитной совместимости и т. п. Однако основным побудительным мотивом ее выполнения явилось желание получить с использованием простейшей модели оценки поля, возбуждаемого искровым разрядом у поверхности космического аппарата.

Потоки заряженных частиц, попадая на внешние элементы конструкции космического аппарата, заряжают их. Величина накапливаемого заряда зависит от свойств материала, формы элемента, его ориентации относительно потока заряженных частиц и т. д. Поэтому различные элементы заряжаются до разных потенциалов. Разность потенциалов может достигать величины, достаточной для возникновения искрового разряда. Электромагнитное поле искры вызывает помехи в работе бортовых радиоэлектронных устройств. Задача заключается в получении данных об электромагнитном поле разряда вблизи проводящей поверхности и их использовании для оценки э.д.с., которая может наводиться в электронных цепях.

Искровой источник будем моделировать точечным диполем с нестационарной плотностью тока. В качестве простейшей модели проводящей поверх-

ности выберем аксиально-симметричный сегмент сферы.

Возбуждение проводящей сферы монохроматическим диполем, расположенным у ее поверхности, рассмотрено Марковым и Чаплиным (1983) методом разделения переменных. Использование обратного преобразования Фурье дает возможность найти поле при нестационарном возбуждении сферы.

Задача о монохроматическом возбуждении сферы с отверстием и сферического кольца рассмотрена в целом ряде работ методом полуобращения оператора, результаты которых обобщены Шестопаловым (1983). Однако использование этого метода вместе с обратным преобразованием Фурье для исследования поля при нестационарном возбуждении нецелесообразно из-за сложности алгоритма и большого объема необходимых вычислений. Более простым оказывается непосредственное использование уравнений во временной области.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Сферический идеально проводящий бесконечно тонкий аксиально-симметричный сегмент, имеющий радиус  $a$  и угловые размеры  $\theta_1$  и  $\theta_2$ , (рис. 1), возбуждается точечным диполем, расположенным на оси  $Oz$  на расстоянии  $r_0$  от начала координат. Вектор импульсной плотности тока диполя направ-

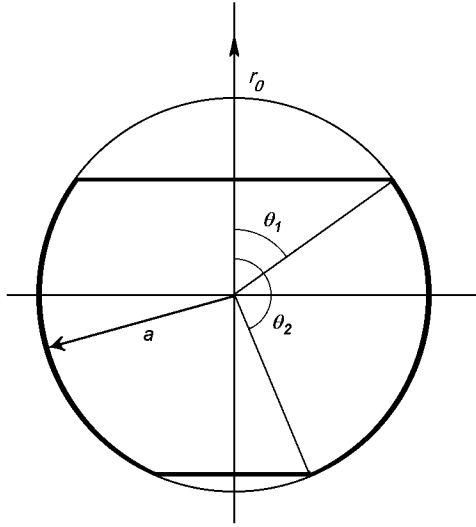


Рис. 1. Идеально проводящий сферический сегмент радиуса  $a$  и электрический диполь в точке  $r_0$

лен вдоль оси  $Oz$ .

Плотность поверхностного тока на сегменте удовлетворяет так называемому интегральному уравнению электрического поля, которое во временной области имеет вид (Bennet, 1978)

$$\left[ \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} + \nabla \psi \right]_{\tan} = \left[ \frac{\partial \mathbf{E}^i}{\partial t} \right]_{\tan}, \quad (1)$$

где

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_S \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}', \tau)}{R} dr' \quad (2)$$

— векторный потенциал,

$$\psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_S \frac{\nabla'_s \mathbf{J}(\mathbf{r}', \tau)}{R} dr' \quad (3)$$

— производная по времени от скалярного потенциала,  $\mathbf{J}$  — поверхностная плотность тока,  $\nabla'_s$  — оператор поверхностной дивергенции,  $\mathbf{r}$  и  $\mathbf{r}'$  — точки наблюдения и интегрирования соответственно,  $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ ,  $\tau = t - R/c$  — время запаздывания,  $\mathbf{E}^i$  — электрическое поле источника (диполя) в свободном пространстве.

В рассматриваемом нами частном случае осевой симметрии источника и сферического сегмента интегральное уравнение (1) является скалярным уравнением относительно единственной отличной от нуля составляющей плотности поверхностного тока, зависящей от полярного угла и времени.

МЕТОД РЕШЕНИЯ

Решение уравнения (1) получено численно методом моментов. Поверхностные интегралы в выражениях (2) и (3) заменены суммами интегралов по малым элементам поверхности, на которые разбит весь сферический сегмент. Элементы поверхности получены следующим образом. Полная поверхность сферического сегмента разбита «параллелями» на кольца одинаковой ширины. Каждое такое кольцо отрезками «меридианов» делится на ячейки, причем таким образом, чтобы размеры ячеек были примерно одинаковыми по всей поверхности сферического сегмента. Поэтому число ячеек в каждом элементарном кольце убывает от экватора к полюсам.

Поверхностная плотность тока представлена в виде разложения

$$J(\theta, t) = \sum_{n=1}^N \sum_{j=-\infty}^{\infty} a_{n,j} V_n(\theta) U_j(t), \quad (4)$$

где

$$V_n(\theta) = \begin{cases} 1, & |\theta - \theta_n| < h_\theta/2, \\ 0, & |\theta - \theta_n| > h_\theta/2 \end{cases}$$

— кусочно-постоянные базисные функции,  $h_\theta$  — угловая ширина элементарного кольца,  $N$  — число элементарных колец,

$$U_j(t) = \begin{cases} 1 - |t - t_j|/h_t, & |t - t_j| < h_t, \\ 0, & |t - t_j| > h_t \end{cases}$$

— кусочно-линейные базисные функции («функции крышки»),  $h_t$  — шаг дискретизации по времени.

Весовыми функциями в методе моментов выбраны  $\delta$ -функции времени и координат, т. е. уравнение (1) заменено системой уравнений в пространственных и временных узлах.

При решении использована рекуррентная по времени процедура получения значений плотности поверхностного тока, суть которой состоит в том, что ток в элементарной ячейке в каждый момент времени выражается через падающее поле (поле источника) и токи в других ячейках поверхности рассейвателя в предыдущие моменты времени (Митра, 1977; Rao et al., 1991). Как известно, такая рекуррентная процедура применима, если линейный размер ячейки больше, чем расстояние, проходимое светом за один временной интервал.

В результате решения уравнения (1) методом моментов строится матрица коэффициентов  $a_{n,j}$ , разложения плотности поверхностного тока (4) и, таким образом, может быть найдено простран-

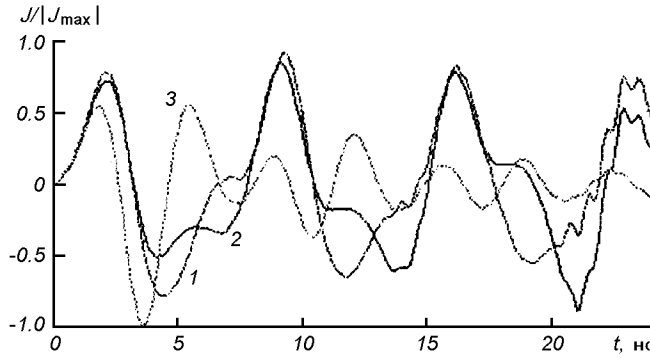


Рис. 2. Нормированные плотности поверхностных токов на экваторах сегментов с угловыми размерами  $10^\circ$ — $170^\circ$  (1),  $45^\circ$ — $135^\circ$  (2),  $80^\circ$ — $100^\circ$  (3) при  $a = 100$  см и  $r_0 = 0$ ;  $T = 1.4$  нс

венно-временное распределение плотности поверхностного тока на сферическом сегменте.

#### ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В качестве источника первичного поля выбран сторонний ток с объемной плотностью

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{e}_z \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) s(t).$$

Зависимость от времени для определенности взята в виде

$$s(t) = \exp\left[-\frac{(t - t_0)^2}{T^2}\right],$$

где  $t_0 = 3$  нс, а  $T = 1$  нс или  $1.4$  нс в разных примерах.

После того как вычислено распределение плотности поверхностного тока, можно найти рассеянное поле  $\mathbf{H}$  по формуле

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0} \text{rot} \mathbf{A}, \quad (5)$$

а затем, оценивая изменение магнитного потока через тот или иной электрический контур, определить наведенную в этом контуре э.д.с.

Для вычисления поля в дальней зоне из (5) можно получить формулу

$$H_\varphi(r, t) = \frac{1}{4\pi r c} \int_S \frac{\partial J}{\partial \tau} dS.$$

Для оценки влияния характерного линейного размера ячейки  $l$  на точность результатов были посчитаны токи на сегменте сферы радиусом  $1$  м с угловым размером  $10^\circ$ — $170^\circ$  при разных величинах отношения  $l/ch_1$ . Для получения достаточно хоро-

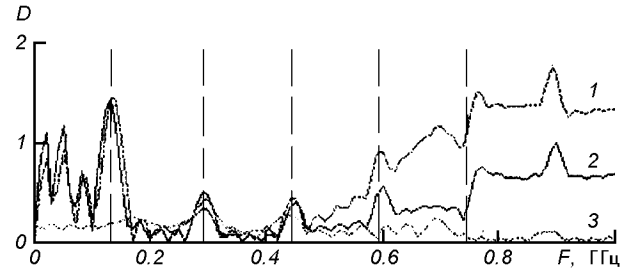


Рис. 3. Спектральные характеристики сегментов с угловыми размерами  $10^\circ$ — $170^\circ$  (1),  $45^\circ$ — $135^\circ$  (2),  $80^\circ$ — $100^\circ$  (3) при  $a = 100$  см и  $r_0 = 0$ ;  $T = 1.4$  нс. Вертикальными линиями отмечены собственные частоты полной сферы радиусом  $1$  м

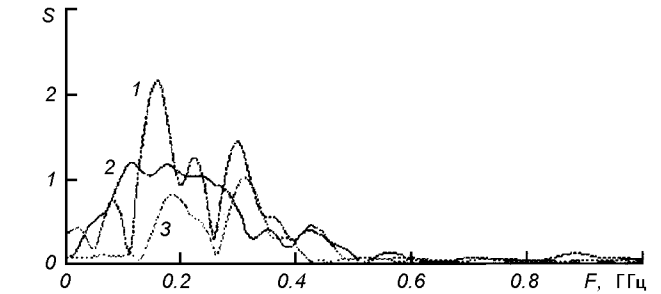
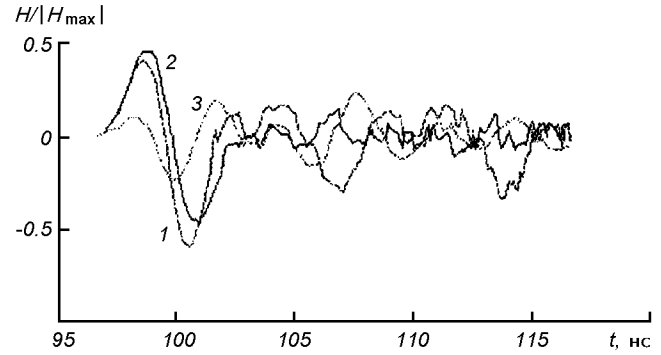


Рис. 4. Магнитные поля, рассеянные сегментами  $10^\circ$ — $170^\circ$  (1),  $45^\circ$ — $135^\circ$  (2),  $80^\circ$ — $100^\circ$  (3) в экваториальной плоскости на расстоянии  $30$  м от сегмента и их спектры при  $a = 100$  см и  $r_0 = 0$ ;  $T = 1.4$  нс

шего разрешения по времени величина  $h_1$  выбрана примерно равной  $0.17$ . Существенное искажение результатов наблюдалось при  $l/ch_1 > 3$ . С другой стороны, при мелкой сетке разбиения не удастся получить отклик в достаточно длительном временном интервале, так как быстро сказывается накапливающаяся в рекуррентной процедуре погрешность. Без сильных искажений формы удавалось получить отклики длительностью  $300h_1$ , при  $l/ch_1 \approx 2$ . Для получения результатов, приведенных ниже, величины  $l$  и  $h_1$  были выбраны равными

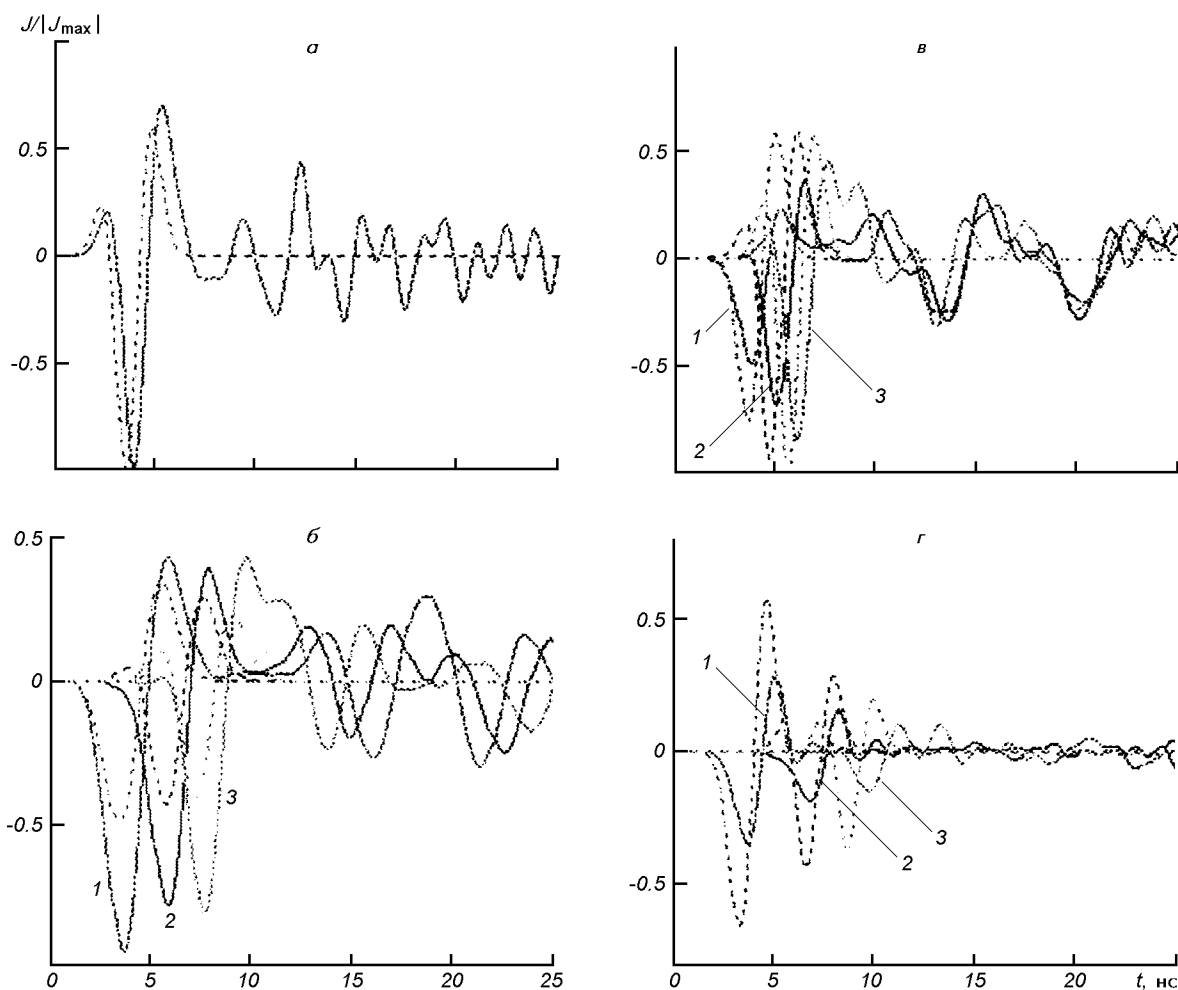


Рис. 5. Нормированные плотности поверхностных токов и нормированные тангенциальные компоненты производной от падающего поля  $E^i$  (штриховые линии) на сегментах радиусом 1 м с разными угловыми размерами при некоторых значениях полярного угла  $\theta$ : а —  $80^\circ$ – $100^\circ$ ,  $\theta = 90^\circ$ ; б —  $50^\circ$ – $130^\circ$ ,  $\theta = 70^\circ$  (1),  $90^\circ$  (2),  $110^\circ$  (3); в —  $30^\circ$ – $150^\circ$ ,  $\theta = 60^\circ$  (1),  $90^\circ$  (2),  $120^\circ$  (3); г —  $10^\circ$ – $170^\circ$ ,  $\theta = 45^\circ$  (1),  $90^\circ$  (2),  $135^\circ$  (3) при  $r_0 = 200$  см;  $T = 1$  нс

примерно 7 см и 0.1 нс соответственно.

Расчеты проводились для нескольких вариантов взаимного расположения диполя и сегмента.

1. Диполь в центре сегментов радиусом 1 м различной угловой ширины, симметричных относительно экваториальной плоскости;  $T = 1.4$  нс. На рис. 2 и 3 показаны токи на экваторах сегментов размерами  $10^\circ$ – $170^\circ$ ,  $45^\circ$ – $135^\circ$ ,  $80^\circ$ – $100^\circ$ , а также их спектральные характеристики, т. е. отношения спектра тока к спектру производной по времени падающего поля. Наблюдаются слабо затухающие резонансные колебания. В спектральных характеристиках четко просматриваются собственные частоты полной сферы радиусом 1 м, за исключением самого узкого сегмента, где резонанс на низких

частотах выражен не так ярко. На рис. 4 приведены рассеянные поля в дальней зоне, наблюдаемые под углом  $90^\circ$  к оси сегмента, и их спектры.

2. Диполь расположен на расстоянии  $r_0 = 200$  см от начала координат. Сегменты центрально-симметричные с угловыми размерами  $10^\circ$ – $170^\circ$ ,  $30^\circ$ – $150^\circ$ ,  $80^\circ$ – $100^\circ$ . Выбрано  $T = 1$  нс. В этом случае максимум спектра падающего поля приходится на  $\lambda_m = 120$  см. Токи в различных слоях этих сегментов приведены на рис. 5. На кольце шириной значительно меньше  $\lambda_m$  (сегмент  $80^\circ$ – $100^\circ$  рис. 5, а) после прохождения возбуждающего импульса, во время которого наведенный ток полностью повторяет форму падающего поля, устанавливается режим затухающих колебаний с периодом прибли-

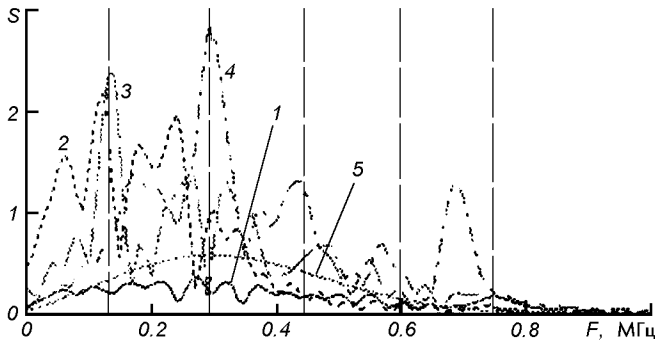


Рис. 6. Спектры поверхностных токов на экваторах сегментов  $80^\circ\text{--}100^\circ$  (1),  $50^\circ\text{--}130^\circ$  (2),  $30^\circ\text{--}150^\circ$  (3),  $10^\circ\text{--}170^\circ$  (4) и спектр падающего поля (5)

тельно 1.5 нс. С увеличением ширины сегмента до  $\lambda_m$  и более наблюдается взаимное влияние токов в различных областях рассеивателя. Так, на сегменте шириной порядка  $\lambda_m$  (рис. 5, б) колебания во всех слоях примерно через 10 нс после начала процесса становятся синфазными. На сегменте  $50^\circ\text{--}130^\circ$ , (рис. 5, в) форма токов по сравнению с падающим полем заметно искажена, например, хорошо видно растягивание импульса (кривая 3) и непропорциональность амплитуд падающего поля и токов в разных областях сегмента. В случае почти полной сферы (рис. 3, г) после прохождения возбуждающего импульса колебания почти не возникают.

В спектрах токов на экваторах сегментов (рис. 6) просматриваются далеко не все частоты собственных колебаний полной сферы.

3. Для иллюстрации возможности оценки э.д.с., наведенной в контуре вблизи рассеивателя, рассмотрен следующий пример. Взята полярная шапка сферы радиусом 3 м полушириной  $20^\circ$ . Диполь помещен на расстоянии 50 см над шапкой ( $r_0 = 350$  см);  $T = 1.4$  нс. Так как скачок полного магнитного поля на рассеивателе равен поверхностной плотности тока, то поле по обеим сторонам можно найти, прибавляя на освещенной стороне (или вычитая — на затененной) половину наведенного тока к падающему полю. На рис. 7 показаны падающее поле, наведенный ток и полные поля по обеим сторонам идеально проводящей поверхности рассеивателя. Хорошо виден эффект экранирования поля (поле за рассеивателем гораздо меньше падающего). Если вблизи внутренней поверхности сегмента поместить небольшой контур, то наведенная э.д.с. будет пропорциональна изменению магнитного потока через него, т. е. характер временной зависимости э.д.с. можно определить, взяв производную от полного магнитного поля. Напри-

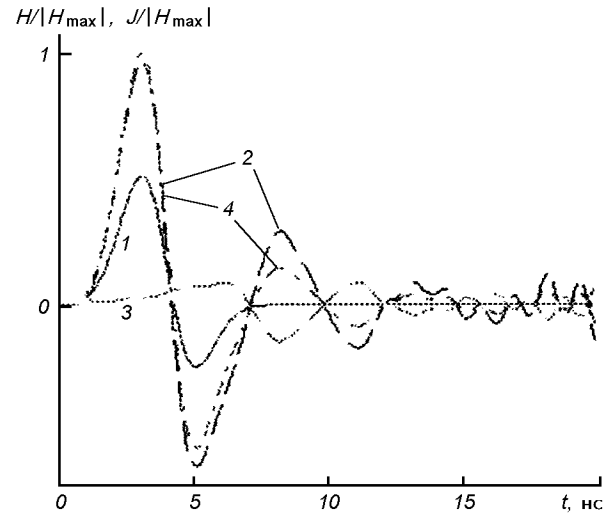


Рис. 7. Падающее поле  $H_\varphi^i$  (1), плотность поверхностного тока  $J$  (2), полное поле  $H_\varphi$  на внутренней (3) и внешней (4) поверхностях полярной шапки сферы радиусом 3 м, полушириной  $20^\circ$  при  $r_0 = 350$  см

мер, если начальный дипольный момент источника составляет  $10^{-5}$  Кл·м, то в контуре площадью 1 см<sup>2</sup>, помещенном на угловом расстоянии  $10^\circ$  от оси симметрии, будет наводиться э.д.с., равная примерно 8 В.

Вычислительные методы в электродинамике / Под ред. Митры. — М.: Мир, 1977.—488 с.

Марков Г. Т., Чаплин А. Ф. Возбуждение электромагнитных волн. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Радио и связь, 1983.—296 с.

Шестопалов В. П. Сумматорные уравнения в современной теории дифракции. — Киев: Наук. думка, 1983.—252 с.

Bennet C. L. The numerical solution of transient electromagnetic scattering problems // *Electromagnetic scattering* / Ed. by P. L. E. Uslenghi. — New York: Acad. press, 1978.—P. 393—428.

Rao S. M., Wilton D. R. Transient Scattering by Conducting Surfaces of Arbitrary Shape // *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*.—1991.—39, N 1, January.

#### AXISYMMETRIC ESCITATION OF SPHERICAL SEGMENT BY AN IMPULSE DIPOLE

O. V. Budanov and S. L. Prosvirnin

We consider an algorithm for calculating electromagnetic fields created by a transient electrical dipole near an ideally conducting sphere or near a spherical segment. In the solution of this problem, an integral equation with unknown current density on the sphere surface is used. This equation is solved in the time domain by the method of moments. This technique can be applied in modeling fields of spark discharges near spherical conducting objects.