Космічна наука і технологія. 1997. Т. 3. № 1/2. С. 75—77.

УДК 519.95:629.7

Многокритериальный синтез управления процессом выведения авиационно-космических систем на орбиту

О. С. Уруский

Інститут прикладних проблем та технологій АТН України, Київ

Надійшла до редакції 23.12.96

Запропоновано метод багатокритеріального синтезу керування процесом виведення авіаційно-космічних систем на орбіту. Метод базується на скалярному згортанні часткових критеріїв за нелінійною схемою компромісів і диференціальних перетвореннях математичної моделі траєкторного руху авіаційно-космічних систем.

Многие прикладные задачи управления в космонавтике являются многокритериальными. Математическая модель таких задач содержит векторное дифференциальное уравнение, описывающее процесс выведения авиационно-космических систем на орбиту:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t), \quad \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0, \tag{1}$$

где $\mathbf{x} = \mathbf{x}(t)$ — n-мерный вектор состояния, $\mathbf{u} = \mathbf{u}(t)$ — m-мерный вектор управления ($m < n$), $\mathbf{f}$ — непрерывная и непрерывно дифференцируемая по совокупности переменных $\mathbf{x}$, $\mathbf{u}$, t вектор-функция обобщенной силы, $t \in [t_0, T]$ — время, граничное значение T которого в зависимости от постановки задачи может быть задано или не фиксировано.

В задачах терминального управления в момент $t = T$ должно выполняться граничное условие в виде q-мерного ($q \leq n$) векторного уравнения

$$\mathbf{S}[\mathbf{x}(T), T] = 0, \tag{2}$$

где $\mathbf{x}(T)$ — вектор конечного состояния. Качество системы управления динамическим объектом (1) оценивается совокупностью частных критериев, заданных функционалами

$$I_j = Q_j[\mathbf{x}(t), T] + \int_{t_0}^{T} \Phi_j(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)dt, \tag{3}$$

где $j = 1, 2, 3, ..., r$, функции Q_j и Φ_j имеют непрерывные частные производные по $\mathbf{x}$ и $\mathbf{u}$. Частные критерии (3) являются компонентами r-мерного векторного критерия $\mathbf{I} = (I_1, I_2, ..., I_r)$.

Полагаем, что векторный критерий $\mathbf{I}$ ограничен допустимой областью $\Omega(I)$. Каждая компонента векторного критерия $\mathbf{I}$ описывается функционалом (3), определенным на решениях векторного дифференциального уравнения (1) при управлении из класса додопустимых управлений U.

Многокритериальная задача синтеза оптимального управления (Воронин, 1992) заключается в определении экстремалей $\{\mathbf{x}^*(t), \mathbf{u}^*(t)\}$, $\mathbf{u}^* \in \mathbf{U}$, $\mathbf{I}^* \in \Omega(\mathbf{I})$, $t \in [t_0, t]$, которые при заданных дифференциальных связях (1) и граничных условиях (2) оптимизируют векторный функционал $\mathbf{I}$.

В дальнейшем полагаем, что векторный функционал $\mathbf{I}$ минимизируется, а допустимая область его изменения задается системой ограничений

$$M \le I_j \le 0, \qquad j = 1, ..., r, \tag{4}$$

где M_j определяет верхнюю границу допустимого значения компоненты I_j векторного критерия **I**.

В работе Воронина (1992) предложен метод скалярной свертки частных критериев по нелинейной схеме. Этот метод приводит многокритериальную задачу к решению одной задачи оптимизации функционала

$$J = \sum_{j=1}^{r} \frac{M_j}{M_j - I_j} \tag{5}$$

при условиях (1), (2), и (4).

В данной статье предлагается повысить вычислительную эффективность метода решения многокритериальной задачи (1)—(4) по нелинейной схеме компромисов путем преобразования исходной математической многокритериальной задачи в область изображений и применения математического аппарата дифференциальных преобразований (Пухов, 1990):

$$\underline{x(t)} = X(k) = \frac{h^k}{k!}\left[\frac{d^k x(t)}{dt_k}\right]_{t = t_0}, \tag{6}$$

где $x(t)$ — вещественная аналитическая функция вещественного аргумента; $X(K)$ — дискретная функция численного аргумента $K = 0, 1, 2, ...$, которая называется дифференциальным спектром функции $x(t)$ в точке $t = t_0$; h — масштабная постоянная, имеющая размерность аргумента t; черта снизу — символ преобразования.

Дифференциальные преобразования позволяют заменить в математической модели функции $x(t)$ непрерывного аргумента их квазианалоговыми моделями в форме дискретных функций $X(K)$ целочисленного аргумента $K = 0, 1, 2, ...$, которые образуют дифференциальный спектр функций времени.

Математические модели, преобразованные по типу (6), будем называть спектральными моделями. В дальнейшем полагаем, что функции времени, используемые для математического описания (1)—(4) многокритериальной задачи являются аналитическими.

Построим аналог метода Ритца в области изображений, применив дифференциальные преобразования (6). Вектор оптимального управления $\mathbf{u}^*(t)$, являющийся решением многокритериальной задачи (1)—(4), определим в классе аналитических функций $\mathbf{U}(t, \mathbf{C})$, где $\mathbf{C} = (C_1, C_2, ..., C_N)$ — вектор свободных параметров. Дифференциальные преобразования вектора управления $\mathbf{U}(t, \mathbf{C})$ определяют его дифференциальный спектр при $h = T$ и $t = 0$:

$$u(t, C) = u(K, C) = \frac{T^k}{k!}\left[\frac{d^k u(t, C)}{dt^k}\right]_{t=0}. \tag{7}$$

Уравнение (1) на основании дифференциальных преобразований (6) сводится к рекурентному выражению

$$X(K+1, C) = \frac{T}{k+1} f[X(K, C), u(K, C), t], \qquad x(0) = x_0. \tag{8}$$

Из выражения (8) определяется дифференциальный спектр $X(K, C)$ функции состояния $X(t, C)$ по заданному дифференциальному спектру (7) функции $U(t, C)$. Дифференциальный спектр $X(K, C)$ позволяет выразить вектор конечного состояния в виде

$$X(T, C) = \sum_{k=0}^{\infty} X(K, C). \tag{9}$$

Граничное условие (2) с учетом выражения (9) дает систему управлений для определения q компонент вектора свободных параметров

$$\mathbf{S} = [X(T, \mathbf{C}), T] = 0. \tag{10}$$

Введем вектор вспомогательных переменных $\mathbf{y} = (y_1, y_2, ..., y_r)$, компоненты которого имеют вид:

$$y_j = I_j, \; j = 1, ..., r, \tag{11}$$

где I_j определяется выражением(3). Дифференциальные преобразования (6) выражений (3) и (5) с учетом введенных обозначений (11) определяет свертку частных критериев по нелинейной схеме компромисов в виде функции нефиксированого времени T и вектора неопределенных констант **C**

$$J(T, C) = \sum_{j=1}^{r} \frac{M_j}{M_j - y_j(T, C)}, \tag{12}$$

$$y_j(T, C) = \theta_j[x(T), T] + T\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Phi[X(K, C), u(K, C), t]}{k+1}, \qquad j = 1, 2, ..., r. \tag{13}$$

Приравнивая к нулю частные производные $J(T, C)$ по T и $N-q$ компонента вектора **C**, получим $N-q+1$ уравнений для определения T и $N-q$ компонент вектора **C**:

$$\frac{dI(T, C)}{dT} = 0, \quad \frac{dI(T, C)}{dC_S} = 0, \qquad q = 1 \le S \le N. \tag{14}$$

Формулы (10)—(14) позволяют найти время T и N компонент вектора **C** в том случае, если экстремум функции $J(T, \mathbf{C})$ лежит внутри области (4).

Применение дифференциальных преобразований (6) для реализации метода Ритца дают принципиальную возможность получить точное решение многокритериальной задачи (1)—(4) при условии точного отображения функций времени конечным дифференциальным спектром.

Основное достоинство предложенного метода заключается в том, что он устанавливает в неявной форме (10), (14) нелинейную связь многокритериального управления $\mathbf{u}[t,\ \mathbf{C}(T,\ X)]$ с вектором текущего состояния $\mathbf{x}(t)$, позволяя формировать управление по обратной связи от компонент траекторного движения авиационно-космических систем в процессе выведения ее на орбиту. С целью оценки эффективности предложенного метода выполнен синтез многокритериального управления процессом выведения на орбиту многоразовой авиационно-космической системы МАКС. Многокритериальный алгоритм сравнивался с алгоритмом управления АКС, использующий прогноз-модель (Уруский, 1990). В результате моделирования на цифровой вычислительной машине было установлено, что многокритериальный алгоритм позволяет снизить скоростной напор на 22 %, тепловой поток — на 50 %, температуру на поверхности авиационно-космических систем — на 10 % и обеспечивает такую же высокую точность выведения в заданные конечные условия. Этот положительный эффект достигался за счет незначительного увеличения расхода топлива на 0.1 % по сравнению с оптимальным по расходу топлива алгоритмом управления.

Воронин А. Н. Многокритериальный синтез динамических систем. — Киев: Наук. думка, 1992.—160 с.

Пухов Г. Е. Дифференциальные спектры и модели. — Киев: Наук. думка, 1990.—184 с.

Уруский О. С. Алгоритм траекторного управления составным объектов на участке выведения с использованием прогноз-модели // Оборудование летательных аппаратов.—1990.— Вып. 6—7.—С. 23—25.

MULTICRITERIA SYNTHESIS OF THE MANAGEMENT OF THE INJECTION OF AN AIRCRAFT-SPACE SYSTEM INTO THE ORBIT

O. S. Uruskii

We propose a method for the multicriteria synthesis of the management of the injection of an aircraft-space system into the orbit. The method is based on the scalar convolution of particular criteria accordingly to the nonlinear trade-off scheme and on the differential transformations of a mathematical model of ASS trajectory motion.