Космічна наука і технологія. 1996. Т. 2, № 3—4. С. 55—57.

УДК 629.7.054

Волновые процессы в механических системах космического аппарата под влиянием акустического излучения

В. В. Карачун, Н. В. Гнатейко

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», Київ

Надійшла до редакції 28.05.96

Аналізується взаємодія акустичної хвилі тиску, що пройшла через вікно у зовнішній циліндричній оболонці, з внутрішнім циліндром, з'єднаним із зовнішнім пружним зв'язком.

Исследования последних лет показали, что акустическое излучение маршевых двигателей КА может оказывать существенное влияние на физико-механические свойства элементов его конструкции. Это влияние в пределах упругого взаимодействия проявляется в возникновении нежелательных волновых процессов, имеющих широкий частотный диапазон. Наиболее опасный характер эти явления принимают при возникновении пространственного резонанса, или волнового совпадения (Карачун, 1990). Поэтому анализ особенностей этого взаимодействия представляет собой достаточно сложную и вместе с тем актуальную проблему, имеющую как научное, так и прикладное значение.

Пусть внешнее возмущающее воздействие в виде акустической волны давления проходит через окно протяженностью L в цилиндрической круговой оболочке и воздействует на находящуюся внутри другую круговую цилиндрическую оболочку, соединенную с первой упругой связью.

К такой расчетной механической модели могут быть приведены, например, некоторые типы серийно выпускаемых промышленностью дифференцирующих и интегрирующих гироскопов в поплавковом исполнении, нашедших широкое применение как в командно-измерительных комплексах, так и в качестве чувствительных элементов гиростабилизированных платформ. Динамическое состояние такой механической системы описывается системой уравнений (Шендеров, 1972):

$$\omega^2\rho V + \frac{\partial^2 V}{\partial\beta^2} + \frac{1-\sigma}{2}\frac{\partial^2 V}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial\beta} = 0,$$

$$\omega^2\rho W + \frac{\partial V}{\partial\beta} + (c^2\nabla^2\nabla^2 + 1)W =$$

$$= F(x, x_0, \beta, t)\delta(x - x_0) + P(x, \beta, t), \qquad (1)$$

$$F(x, x_0, \beta, t) = c_1\,[U(x, x_0, \beta, t) - W(x, x_0, \beta, t)].$$

Здесь V, W — перемещения поверхности наружной оболочки соответственно в касательной и поперечной плоскостях; U — поступательное перемещение внутренней оболочки; ρ — плотность материала; c — коэффициент; ∇^2 — бигармонический оператор; ω — частота падающей волны давления в c^{-1}; c_1 — коэффициент жесткости упругой связи; x, β — безразмерные координаты в долях радиуса R наружной оболочки вдоль ее образующей и по дуге поперечного круга соответственно; $\delta(x - x_0)$ — дельта-функция Дирака, выражающая особенности крепления упругой связи.

Таким образом, $-L < x < L$, $-L < x_0 < L$ для наружной оболочки, а $-\infty < x < +\infty$ — для внутренней; $F(x, x_0, \beta, t) = 0$, $\in x$, $|x| > L$.

И хотя решение системы уравнений (1) ищется для значений $x \to \pm\infty$, известный интерес представляет и более узкая задача нахождения нулевых решений этой системы при $x \to \pm\infty$ с одновременным обращением в нуль всех их производных.

Представим внешнее возмущение $F(x, x_0, \beta, t)$ и искомые функции $V(x, x_0, \beta, t)$ и $W(x, x_0, \beta, t)$ в виде тригонометрических рядов Фурье по переменной β $(0 \le \beta \le 2\pi)$:

$$F(x, x_0, \beta, t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} F_m(x)\exp(im\beta);$$

$$V(x, x_0, \beta, t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} V_m(x)\exp(im\beta); \qquad (2)$$

$$W(x, x_0, \beta, t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} W_m(x)\exp(im\beta),$$

где m — число полуволн изгиба оболочки в поперечном сечении.

Коэффициенты Фурье этих функций, а точнее их комплексные амплитуды, зависят еще и от прочих параметров системы (1). Исходная система уравнений (1) теперь может быть преобразована к системе двух обыкновенных дифференциальных уравнений относительно переменных $V_m(x)$ и $W_m(x)$:

$$(\omega^2\rho - m^2)V_m(x) + \frac{1-\sigma}{2} V_m(x) + imW_m(x) = 0;$$

$$\begin{gathered} imV_m(x) + \left(\omega^2\rho + 1 + c^2m^4r^{-4}\right) W_m(x) - \\ - 2c^2m^2r^{-2}W_m(x) + c^2W_m^{(4)}(x) = F_m(x), \end{gathered} \qquad (3)$$

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

Пусть $m = 0$. Тогда перемещение точки крепления упругой связи в поперечной плоскости будет равно

$$\begin{gathered} W_0(x) = \exp(\mu x) \times \\ \times \left\{ [B_1 - I_1(x)]\cos\mu x + [B_2 - I_2(x)]\sin\mu x \right\} + \\ + \exp(-\mu x)\left\{ [B_3 - I_3(x)]\cos\mu x + [B_4 - I_4(x)]\sin\mu x \right\}, \end{gathered} \qquad (4)$$

где

$$\mu^4 = (\omega^2\rho + 1)(4c^2)^{-1};$$

$$I_1(x) = (4\sqrt{2}c^2\mu^3)^{-1}\int_0^x \exp(-\mu\xi)F_0(\xi)\sin\left(\mu\xi + \frac{\pi}{4}\right)d\xi;$$

$$I_2(x) = (4\sqrt{2}c^2\mu^3)^{-1}\int_0^x \exp(-\mu\xi)F_0(\xi)\sin\left(\mu\xi - \frac{\pi}{4}\right)d\xi;$$

$$I_3(x) = (4\sqrt{2}c^2\mu^3)^{-1}\int_0^x \exp(\mu\xi)F_0(\xi)\sin\left(\mu\xi - \frac{\pi}{4}\right)d\xi;$$

$$I_4(x) = -(4\sqrt{2}c^2\mu^3)^{-1}\int_0^x \exp(\mu\xi)F_0(\xi)\sin\left(\mu\xi - \frac{\pi}{4}\right)d\xi;$$

Так как ищутся решения, ограниченные при $x \to \pm\infty$, а носитель функции $F(x)$ конечен по величине и равен нулю $F(x) = 0$ при $|x| > L$, то, естественно, будут иметь место равенства:

$$I_1(x) = \text{const}; \quad I_2(x) = \text{const}, \quad \text{если } x > L;$$

$$I_3(x) = \text{const}; \quad I_4(x) = \text{const}, \quad \text{если } x < -L.$$

Анализ показывает, что при $x \to \pm\infty$ полученное решение експоненциально стремится к нулю вместе со всеми производными по x, что означает отсутствие особенностей на краях внутреннего цилиндра.

Решение системы уравнений (3) для всех других значений $m \neq 0$:

$$\begin{gathered} W(x, x_0, \beta, t) = \\ = \sum_{m=-\infty}^{\infty} im^{-1}\left[(\omega^2\rho - m^2)V_m(x) + \frac{1-\sigma}{2}V_m(x)\right]\exp(im\beta). \end{gathered} \qquad (5)$$

Эта формула содержит также произвольные постоянные, которые должны быть такими, чтобы сходились ряды. Но и при выполнении этих требований, они определяются не единственным образом.

Искомые функции $V(x, x_0, \beta, t)$ и $W(x, x_0, \beta, t)$ можно определить однозначно, если подчинить их каким-нибудь дополнительным условиям, например, чтобы они стремились к нулю при $x \to \pm\infty$.

Очевидно, что наибольший практический интерес представляет анализ функций $W(x, x_0, \beta, t)$, так как упругие перемещения поверхности наружного цилиндра в плоскости шпангоута и продольной плоскости вызывают поступательное перемещение $U(t)$ внутреннего подвижного цилиндра вследствие его механического соединения посредством упругой связи c_1 с наружным цилиндром:

$$\begin{gathered} U(t) = l\cos(c_1m^{-1})^{1/2}\,t + \\ + \sum_{m=-\infty}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\left[\omega^2\rho - m^2 - \frac{1-\sigma}{2}\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2\right] \times \\ \times \left\{\left\{m^2 + \left[\omega^2\rho - m^2 - \frac{1-\sigma}{2}\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2\right] \times \right.\right. \\ \left\{\left\{ \quad \times \left\{(\omega^2\rho + 1) + c^2[(mr^{-1})^2 + (n\pi L^{-1})^2]^2\right\}\right\}\right\}^{-1} \times \right. \end{gathered}$$

$$\times(nL)^{-1}\left\{\sin\frac{n\pi x_0}{L}\int_0^{2\pi}F(x,\,x_0,\,\beta,\,t)\exp(-im\beta)d\beta+\right.$$

$$+\left[1-(-1)^n\right]\int_0^{2\pi}\frac{1}{2}P_0\sum_{m_1=0}^{\infty}\varepsilon_m(-1)^{m_1}I_{m_1}(kr)\times$$

$$\left.\times\{[\exp(im_1\beta+\exp(-im_1\beta))]\right\}\exp(im\beta)\sin\frac{n\pi x_0}{L}.$$

Здесь

$$P(r;\beta)=P_0\sum_{m_1=0}^{\infty}\varepsilon_{m_1}(-1)^{m_1}I_{m_1}(kr)\cos m_1\beta;$$

k — волновое число; m, n — соответственно номера поперечных и продольных форм колебаний наружной оболочки; P_0 — звуковое давление; $I_{m_1}(kr)$ — функция Бесселя.

Анализ возмущенного движения внутреннего цилиндра показывает, что в системе возможно как взаимное подавление влияния m и n форм колебаний при справедливости равенства

$$\omega^2\rho-m^2-\frac{1-\sigma}{2}(n\,\pi\,L^{-1})^2=0,$$

так и возникновение резонанса с последующим увеличением размаха колебаний внутреннего цилиндра при справедливости равенства

$$\left[\omega^2\rho-m^2-\frac{1-\sigma}{2}\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2\right]^2\times$$

$$\times\left\{(\omega^2\rho+1)+c^2\,[(mr^{-1})^2+(n\pi L^{-1})^2]^2\right\}+m^2=0.$$

Последнее равенство позволяет также определить значения резонансных частот ω_p.

Таким образом, обобщая сказанное, можно сделать следующие выводы. Состояние поверхности наружной оболочки характеризуется двумя искомыми функциями — $V(x,\,x_0,\,\beta,\,t)$ и $W(x,\,x_0,\,\beta,\,t)$, а точка с координатами x,β лежит в бесконечной полосе $S\{(x,\beta)\}$; $-\infty<x<+\infty$; $0\le\beta\le 2\pi$. Эти функции зависят от плотности внешней нагрузки $F(x,\,x_0,\,\beta,\,t)$.

При всех значениях x_0 и t внешнее воздействие сосредоточено в конечном прямоугольнике $\Pi\{(x;\beta),\,-L\le x\le L,\,0\le\beta\le 2\pi\}\subset S$ полосы S и равно нулю вне этого прямоугольника. Предполагается, что $-L<x_0<L$.

Итак, задача является граничной — ищутся все решения системы уравнений (3), ограниченные в полосе S, либо равные нулю при $x\to\pm\infty$, $\in\beta$, $0\le\beta\le 2\pi$. Это означает, что анализируются возможные варианты перемещения краев внутреннего цилиндра при акустическом воздействии, проходящем внутрь только через полосу S.

Граничные условия исходной задачи могут быть сформулированы и более жестко, например, не только в виде ограничения решения в полосе S, но и в стремлении к нулю при $x\to\pm\infty$ вместе со всеми своими производными при любой допустимой акустической нагрузке. Это приведет к необходимости выполнения требования ограничения величины перемещения краев внутреннего цилиндра, либо вообще их отсутствия.

Карачун В. В. Об особенностях акустического нагружения пластин конечных размеров // Проблемы прочности.— 1990.—№ 10.—С. 93—96.

Шендеров Е. Л. Волновые задачи гидроакустики. — Л.: Судостроение, 1972.—348 с.

WAVE PROCESSES IN SPACECRAFT MECHANICAL SYSTEMS UNDER THE INFLUENCE OF ACOUSTIC EMISSION

V. V. Karatchun and N. V. Gnateiko

The interaction is analysed between the acoustic pressure wave passed through a window in the outer cylindric cover with the inner cylinder linked resiliently with the outer one.