Космічна наука і технологія. 1996. Т. 2, № 3—4. С. 44—48.

УДК 550.383+523.93

Нелинейное взаимодействие альвеновских и ионно-звуковых волн в магнитоактивной плазме

А. К. Юхимук[1], О. Г. Фалько[2], В. А. Юхимук[3], В. П. Кучеренко[1], В. Н. Федун[2]

[1]Головна астрономічна обсерваторія НАН України, Київ
[2]Київський національний університет ім. Тараса Шевченка
[3]Ньюкастлівський університет, Ньюкастл, Австралія

Надійшла до редакції 26.04.96

На основі дворідинної магнітогідродинаміки розглянуто нелінійну параметричну взаємодію кінетичних альвенівських та іонно-звукових хвиль в магнітоактивній плазмі. Отримано нелінійне дисперсійне рівняння, що описує трихвильову взаємодію. Найдено інкремент розвитку параметричної нестійкості, пропорційний до електронної інерційної довжини. Отже, розглянутий параметричний процес можливий лише у випадку, коли враховується ефект інерції електронів у альвенівських хвилях. Отримані теоретичні результати використовуються для пояснення деяких нелінійних процесів в іоносферній та космічній плазмах. Так, дані, отримані за допомогою супутника «Freja», свідчать про тісний зв'язок між альвенівськими та іонно-звуковими хвилями в авроральній області іоносфери. Спостережувана електромагнітна турбулентність інтерпретується як кінетичні альвенівські хвилі з поперечною довжиною хвилі порядку електронної інерційної довжини ($c/\omega_{pe} \sim 1$ км).

ВВЕДЕНИЕ

Данные наблюдений, полученные с помощью спутников и наземных обсерваторий, показывают, что в околоземной и межпланетной плазмах постоянно присутствуют различного типа колебания и волны в широком диапазоне частот и длин волн. В частности, волновые данные, полученные с помощью шведско-германского спутника «Freja», указывают на существование в авроральной верхней ионосфере электромагнитных и электростатических флюктуаций (Wahlund et al., 1994, Louarn et al., 1994). Наблюдаемая электромагнитная турбулентность интерпретируется авторами как кинетические альвеновские волны с поперечной длиной волны порядка электронной инерционной длины ($c/\omega_{pe} \sim$ ~ 1 км), а электростатические колебания — как ионно-звуковые волны. Причем полученные данные указывают на то, что существует тесная связь между альвеновскими и ионно-звуковыми волнами. Кинетические альвеновские волны могут возбуждаться в результате развития различного типа неустойчивостей (Войтенко, 1989; Войтенко и др., 1990; Hasegawa, Chen, 1992), которые в результате параметрической распадной неустойчивости генерируют ионно-звуковые волны. В последнее время исследованию параметрических распадных процессов в космической плазме уделяется большое внимание (Юхимук В., Юхимук А., 1994; Юхимук и др., 1995; Chian et al., 1994; Yukhimuk et al., 1992; Zhou et al., 1994).

В данной работе исследовано влияние инерции электронов на параметрическую распадную неустойчивость альвеновской волны. Получено нелинейное дисперсионное уравнение, описывающее трехволновое взаимодействие: распад альвеновской волны на ионно-звуковую волну и вторую альвеновскую волну (такой процесс можно рассматривать как рассеяние альвеновской волны на ионном звуке).

Рассматривается однородная замагниченная плазма ($\mathbf{B}_0 = B_0\mathbf{e}_z$), в которой распространяется альвеновская волна накачки

$$\mathbf{E}_0 = \mathbf{\epsilon}_0 \exp i(-\omega_0 t + k_{0x}x + k_{0z}z) + \text{к. с.}, \qquad (1)$$

где частота ω_0 и волновой вектор $\mathbf{k}_0$ связаны между собой дисперсионным соотношением

$$\omega_0^2 = \frac{k_{0z}^2 v_A^2}{1 + k_{0x}^2 a_e^2}. \qquad (2)$$

Здесь v_A — альвеновская скорость, $a_e = c/\omega_{pe}$ — электронная инерционная длина, ω_{pe} — электронная ленгмюровская частота.

Предполагается, что выполняются условия синхронизма волн

$$\omega_0 = \omega + \omega_1\,, \qquad \mathbf{k}_0 = \mathbf{k} + \mathbf{k}_1\,, \qquad (3)$$

где ω и $\mathbf{k}$ — частота и волновой вектор ионно-звуковой волны, ω_1 и $\mathbf{k}_1$ — частота и волновой вектор альвеновской волны.

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Для описания трехволнового параметрического взаимодействия воспользуемся системой уравнений двухжидкостной магнитогидродинамикой (МГД):

$$\frac{\partial \mathbf{v}_\alpha}{\partial t} = \frac{1}{m_\alpha}(e_\alpha \mathbf{E} + \mathbf{F}_{1\alpha}) + (\mathbf{v}_\alpha \times \omega_{B\alpha}) - \frac{T_\alpha}{m_\alpha n_\alpha}\nabla n_\alpha, \qquad (4)$$

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} = -\nabla(n_\alpha \mathbf{v}_\alpha), \qquad (5)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c}\mathbf{j}\,, \qquad (6)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\,, \qquad (7)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi\rho_e, \qquad (8)$$

$$\frac{\partial \rho_e}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{j}, \qquad (9)$$

где

$$\mathbf{F}_{1\alpha} = \frac{e_\alpha}{c}(\mathbf{v}_\alpha \times \mathbf{B}) - m_\alpha(\mathbf{v}_\alpha \cdot \nabla)\mathbf{v}_\alpha,$$

$$\mathbf{j} = e(n_i\mathbf{v}_i - n_e\mathbf{v}_e),$$

$$\rho_e = e(n_i - n_e),$$

индекс $\alpha = i, e$ соответствует ионному и электронному компонентам плазмы.

Все физические величины представим в виде сумм:

$$\begin{aligned} n_e &= n_0 + \tilde{n}_0 + \tilde{n}_1, \\ \mathbf{v}_e &= \mathbf{v}_0 + \mathbf{v} + \mathbf{v}_1, \\ \mathbf{E} &= \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_{\text{зв}} + \mathbf{E}_1, \\ \mathbf{B} &= B_0\mathbf{e}_z + \mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_1, \end{aligned} \qquad (10)$$

где n_0 — среднее равновесное значение плотности плазмы, $\tilde{n}_0$ — возмущение плотности электронов, вызванное альвеновской волной накачки, индекс «0» в выражениях для $\mathbf{v}_e$, $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$ обозначает величины, связанные с альвеновской волной накачки, а индекс «1» — с альвеновской волной-продуктом распада.

ДИСПЕРСИОННОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ АЛЬВЕНОВСКОЙ ВОЛНЫ

Исключая из уравнений Максвелла (6) и (7) магнитное поле, получим

$$\Delta \mathbf{E}_{1\perp} - \nabla_\perp\left(\nabla_\perp \cdot \mathbf{E}_{1\perp} + \frac{\partial E_{1z}}{\partial z}\right) = -i\frac{4\pi\omega_1}{c^2}\mathbf{j}_{1\perp}. \qquad (11)$$

Для медленных низкочастотных возмущений ($\omega \ll \omega_{Bi}$, где ω_{Bi} — ионная электронная частота) можно воспользоваться плазменным приближением

$$n_i = n_e\,. \qquad (12)$$

Тогда правая часть уравнения (9) равна

$$\nabla \cdot \mathbf{j}_1 = 0,$$

откуда следует

$$\frac{\partial j_{1z}}{\partial z} = -\nabla_\perp \cdot \mathbf{j}_{1\perp}. \qquad (13)$$

В случае плазмы с малым плазменным параметром $\beta = 8\pi n_0 T/B_0^2 \ll 1$ перпендикулярная составляющая плотности тока $\mathbf{j}_{1\perp}$ определяется в основном ионным компонентом, а продольная j_{1z} — электронным:

$$j_z = j_{ez} = -en_0 v_{1z} + j_{ez}^{NL},$$

где нелинейный ток определяется выражением

$$j_{ez}^{NL} = -e(\tilde{n}_0 v_z^* + \tilde{n}^* v_{0z}).$$

Из z-й составляющей уравнения движения для электронов

$$\frac{\partial v_{1z}}{\partial t} = -\frac{eE_{1z}}{m_e} - \frac{F_{ez}}{m_e} \qquad (14)$$

и уравнения (13) находим

$$\frac{\partial E_z}{\partial z} = i\frac{m_e\omega_1}{e^2 n_0}\nabla_\perp \cdot \mathbf{j}_\perp + Q_{NL}, \qquad (15)$$

где

$$Q_{NL} = i\frac{m_e\omega_1}{e^2 n_0}\frac{\partial j_{ez}^{NL}}{\partial z} - \frac{1}{e}\frac{\partial F_{ez}}{\partial z}.$$

Подставляя (15) в уравнение (11), получим

$$\Delta_\parallel \mathbf{F}_\perp - i\frac{m_e\omega_1}{n_0 e^2}\left(\Delta_\perp - \frac{\omega_{pe}^2}{c^2}\right)\mathbf{j}_\perp = \nabla_\perp \cdot Q_{NL}. \qquad (16)$$

Из уравнения (16) для x-й составляющей имеем:

$$\Delta_\parallel F_{1x} - i\frac{m_e\omega_1}{n_0 e^2}\left(\Delta_\perp - \frac{\omega_{pe}^2}{c^2}\right)j_{ix} = \frac{\partial Q_{NL}}{\partial x}. \qquad (17)$$

Из уравнения движения для ионов находим

$$v_{ix} = -i\frac{e\omega_1}{m_i\omega_{Bi}^2}E_{1x},$$

и соответственно выражение для j_{ix} будет иметь вид:

$$j_{ix} = -i\frac{n_0 e^2\omega_1}{m_i\omega_{Bi}^2}E_{1x}. \qquad (18)$$

Подставляя (18) в (17), получим дисперсионное уравнение для альвеновских волн

$$\epsilon_A\Phi_1 = \mu_A\Phi_0\Phi^*, \qquad (19)$$

где

$$\epsilon_A = \omega_1^2 - \frac{k_{1z}^2 v_A^2}{1+\kappa_1^2},$$

$$\mu_A = -\frac{\kappa_0^2 k_{1z}}{1+\kappa_1^2}\left(\frac{v_A}{v_{T_e}}\right)^2\left[\omega_\perp\left(\frac{\omega}{k_z} + v_A\right) + k_{1x}v_A\frac{\omega}{k_z}\right],$$

$$\Phi = \frac{e\varphi}{T_e},$$

$$\Phi_n = \frac{e\varphi_n}{T_e}, \qquad n = 0, 1,$$

$$\kappa_0 = k_{0x}a_e, \qquad \kappa_1 = k_{1x}a_e,$$

$$v_{T_e} = \sqrt{T_e/m_e},$$

φ и φ_0, φ_1 — скалярные потенциалы ионно-звуковой и кинетических альвеновских волн.

ДИСПЕРСИОННОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ИОННО-ЗВУКОВЫХ ВОЛН

Для получения дисперсионного уравнения для ионно-звуковых волн воспользуемся следующей системой уравнений:

$$\frac{\partial \mathbf{v}_e}{\partial t} = -\frac{1}{m_e}(e\,\mathbf{E} + \mathbf{F}_e) - \mathbf{v}_e\times\omega_{Be} - \frac{T_e}{m_e n_e}\nabla n_e, \qquad (20)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}_i}{\partial t} = \frac{1}{m_i}e\,\mathbf{E} + \mathbf{v}_i\times\omega_{Bi}, \qquad (21)$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} = -\nabla(n_i\mathbf{v}_i), \qquad (22)$$

$$\nabla\cdot\mathbf{E} = 4\pi e(\tilde{n}_i - \tilde{n}_e). \qquad (23)$$

Из z-й составляющей уравнения движения для электронов (20) находим

$$\tilde{n}_e = \frac{n_0 e}{T_e}\left(\varphi + i\frac{F_{ez}}{ek_z}\right), \qquad (24)$$

где F_{ez} определяется взаимодействием альвеновской волны накачки и рассеянной альвеновской волны.

Выражение для $\tilde{n}_i$ найдем из уравнений движения для ионов (21) и уравнения непрерывности (22):

$$\tilde{n}_i = \left(\frac{k_z^2 v_s^2}{\omega^2} - \frac{k_\perp^2 v_s^2}{\omega_{Bi}^2 - \omega^2}\right), \qquad (25)$$

где $v_s^2 = T_e/m_i$.

Подставляя выражения (24) и (25) в уравнение Пуассона (23), получим дисперсионное уравнение для ионно-звуковых волн

$$\epsilon_s\Phi = \mu_s\Phi_0\Phi_1^*, \qquad (26)$$

где

$$\mu_s = \frac{\omega^2(\omega^2 - \omega_{Bi}^2)}{1 + k^2 d_e^2}\left(\frac{v_A}{v_{T_e}}\right)^2\kappa_0^2\kappa_1^2,$$

$$\epsilon_s = (\omega^2 - \omega_+^2)(\omega^2 - \omega_-^2),$$

$$\omega_\pm^2 = \frac{1}{2}\left[\omega_{Bs}^2 \pm \sqrt{\omega_{Bs}^4 - 4\omega_{Bi}^2\omega_s^2\cos^2\theta}\,\right], \qquad (27)$$

$$\omega_{Bs}^2 = \omega_{Bi}^2 + \omega_s^2,$$

$$\omega_s^2 = \frac{k^2 v_s^2}{1 + k^2 d_e^2},$$

$$d_e^2 = \frac{T_e}{4\pi n_0 e^2},$$

θ — угол между волновым вектором $\mathbf{k}$ и внешним магнитным полем $\mathbf{B}_0$.

НЕЛИНЕЙНОЕ ДИСПЕРСИОННОЕ УРАВНЕНИЕ

Из комбинаций уравнений (19) и (26) находим нелинейное дисперсионное уравнение, описывающее трехволновое взаимодействие

$$\epsilon_s \epsilon_A^* = \mu_s \mu_A^* |\Phi_0|^2. \tag{28}$$

Полагая в (28)

$$\omega = \omega_r + i\gamma,$$

$$\omega_1 = \omega_{1r} + i\gamma$$

(здесь $|\gamma| \ll \omega_r$, ω_{1r}) и разлагая ϵ_s и ϵ_A в ряд Тейлора по малому параметру γ, получим выражение для инкремента неустойчивости:

$$\gamma^2 = \left.\frac{\mu_s \mu_A^* |\Phi_0|^2}{\dfrac{\partial \epsilon_A}{\partial \omega_1} \cdot \dfrac{\partial \epsilon_s}{\partial \omega}}\right|_{\substack{\omega = \omega_r,\\ \omega_1 = \omega_{1r}}}, \tag{29}$$

где ω_{1r} и ω_r определяются из уравнений

$$\epsilon_A(\omega_{1r}, \mathbf{k}_1) = 0,$$

$$\epsilon_s(\omega_r, \mathbf{k}) = 0.$$

Для случая, когда кинетическая альвеновская волна накачки (1) распадается на ионно-звуковую волну с частотой $\omega = \omega_-$ и вторую кинетическую альвеновскую волну с частотой $\omega = \omega_1$ ($\omega_0 = \omega_- + \omega_1$), выражение для производных будут иметь вид

$$\frac{\partial \epsilon_s}{\partial \omega} = -2\omega_-(\omega_+^2 - \omega_-^2),$$
$$\frac{\partial \epsilon_A}{\partial \omega_1} = \omega_1 = \frac{2k_{iz}V_A}{(1 + k_{1x}^2 a_e^2)^{1/2}}, \tag{30}$$

где $\omega_\pm$ определяется выражением (27).

Подставляя выражения μ_s, μ_A и (30) в (29), получим

$$\gamma \approx \frac{\sqrt{w}}{2} \kappa_0 \kappa_1 \left(\frac{c}{v_{T_e}}\right) \left(\frac{v_A}{v_{T_e}}\right)^2 (|k_z k_{1z}| v_s v_A)^{1/2}. \tag{31}$$

Здесь

$$w = \frac{|E_{0x}|^2}{4\pi n_0 T_e}.$$

С учетом затухания волн инкремент развития неустойчивости определяется из уравнения

$$\gamma^2 + (\gamma_s + \gamma_A)\gamma + \gamma_s \gamma_A - \gamma_0^2 = 0, \tag{32}$$

где γ_s и γ_A — декременты затухания ионно-звуковой и альвеновской волн (продуктов распада), а γ_0 определяется выражением (29).

Полагая в (32) $\gamma = 0$, находим выражение, определяющее пороговое значение амплитуды волны накачки:

$$w \approx \frac{4}{\kappa_0^2 \kappa_1} \frac{\gamma_s}{\omega_s} \frac{\gamma_A}{\omega_A} \left(\frac{m_i}{m_e}\right)^2 \left(\frac{v_{T_e}}{c}\right)^2 \beta^2, \tag{33}$$

где β — плазменный параметр.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Для ионосферы и большей части магнитосферы плазменный параметр β очень низкий ($\beta \sim 10^{-5}$). Поэтому пороговые условия для амплитуды волны накачки будут выполняться. Полагая в (31)

$$w \approx \approx 10^{-6},$$

$$c/v_{T_e} \approx 10^3,$$

$$\kappa_0, \kappa_1 \approx 1,$$

$$v_A/v_{T_e} \approx 10,$$

$$\omega_s/\omega_A \approx 0.1\omega_{Bi},$$

получим

$$\gamma \approx \omega_{Bi}.$$

При характерном значении для ионосферной и магнитосферной плазм $\omega \approx 10^2$ с$^{-1}$ инкремент развития неустойчивости $\gamma \approx 10^2$ с$^{-1}$ и соответственно время развития неустойчивости $\tau \approx 10^{-2}$ с.

Анализ спутниковых наблюдений свидетельствует о том, что в ионосфере и магнитосфере Земли постоянно присутствуют низкочастотные электромагнитные и электростатические возмущения. В частности, недавние наблюдения с помощью спутника «Freja» (Wahlund et al., 1994) показывают, что в авроральной верхней ионосфере существуют кинетические альвеновские волны с длиной волны порядка электронной инерционной длины (т. е. волны с законом дисперсии (2)) и электростатические ионно-звуковые волны. Причем данные наблюдений свидетельствуют о наличии генетической связи между кинетическими альвеновскими волнами с законом дисперсии (2) и ионно-звуковыми волнами. Как показано в работах Войтенко (1989), Войтенко и др. (1990), Hasegawa, Chen, (1992) кинетические альвеновские волны могут возбуждаться в результате развития различного типа неустойчивостей и в свою очередь являться источником низкочастотных ионно-звуковых волн. Механизмом генерации ионно-звуковых волн может быть параметрическая распадная неустойчивость. Приведенные оценки для порогового значения амплитуды волны накачки и инкремента развития неустойчивости показывают, что рассмотренный параметрический процесс может иметь место в ионосфере и магнитосфере Земли.

Войтенко Ю. М. Сверхальвеновские пучки и кинетические альвеновские волны в космической плазме. — Киев, 1989.—42 с.—(Препринт. АН УССР / Ин-т теор. физики; ИТФ-89-9Р).

Войтенко Ю. М., Кришталь А. Н., Юхимук А. К. и др. Токовая неустойчивость и генерация КАВ в магнитосфере Земли // Геомагнетизм и аэрономия.—1990.—**30**, № 3.—С. 402—406.

Юхимук А. К., Юхимук В. А., Кучеренко В. П. Нелинейный механизм генерации альвеновских волн в космической плазме // Кинематика и физика небес. тел.—1995.—**11**, № 5.—С. 71—77.

Юхимук В. А., Юхимук А. К. Параметрическое возбуждение верхнегибридных и ионно-звуковых волн в космической плазме // Кинематика и физика небес. тел.—1994.—**10**, № 6.—С. 67—73.

Chian A., Lopes S. R., Alves M. V. Nonlinear exitation of Longmuir and Alfven Waves by auroral whistler waves in the planetary magnetosphere // Astron. and Astrophys.—1994.—**288**, N 3.—P. 981—984.

Hasegawa A, Chen L. Ring current instabilities in the magnetohydrodynamic frequency range // Ann. Geophys.—1992.—**10**, N 9.—P. 644—646.

Louarn P., Wahlund J. E., Chust T., et al. Observation of kinetic Alfven by the Freja spacecraft // Geophys. Res. Lett.—1994.—**21**, N 17.—P. 1847—1850.

Wahlund J. E., Louarn P., Chust T., et al. On ion acoustic turbulence and the nonlinear evolution of kinetic Alfven waves in aurora // Geophys. Res. Lett.—1994.—**21**, N 17.—P. 1831—1834.

Yukhimuk A. K., Kotsarenko N. Ja., Yukhimuk V. A. Nonlinear interaction of Alfven waves in solar atmosphere // Study of the solar-terrestrial system: Proc. 26th ESLAB Symp. Killarney, 16—19 June 1992. — Noordwijk, 1992.—P. 337—341.

Zhou H. L., Kuo S. P. Cascading of the upper hybrid/electron Bernstein wave in ionospheric heating experiments // Phys. Fluids.—1994.—**1**, N 9.—P. 3044—3052.

NONLINEAR INTERECTION OF ALFVÉN WAVES AND IONIC ACOUSTIC WAVES IN A MAGNETIZED PLASMA

A. K. Yukhimuk, O. G. Fal'ko, V. A. Yukhimuk,
V. P. Kucherenko, and V. N. Fedun

Nonlinear parametric interaction of kinetic Alfvén waves and ionic acoustic waves in a magnetized plasma is considered on the basis of the two-fluid MHD. A nonlinear dispersion equation describing three-wave interaction is obtained. Expression is found for the growth rate of parametric instability. The instability growth rate is proportional to electron inertia length. Therefore, this process is possible only if one takes the electron inertia for Alfvén waves into account. We use our theoretical results to explain some nonlinear processes in the ionospheric and space plasmas. For instance, the data from the recently launched "Freja" satellite show a close relationship between Alfvén wave activity and ionic acoustic wave activity within auroral energization regions. These spikes of electromagnetic turbulence are interpreted as kinetic Alfvén waves with a transverse scale of the order of the electron inertia length $c/\omega_{\mathrm{pe}} \sim$ ~ 1 km).