

doi: <https://doi.org/10.15407/kfnt2023.06.080>

УДК 524.88

У. Дікман¹, Й. Дікман²

¹Незалежний дослідник, Брауншвейг, Німеччина

²Технічний університет Брауншвейга, Брауншвейг, Німеччина

E-mail: j.dickmann@tu-braunschweig.de

Пояснення інерції як результат ефекту Казимира у масштабі Габбла суперечить класичним уявленням про інерцію

Інерція — одна з найбільш яскравих і водночас загадкових фізичних властивостей тіл. У загальній теорії відносності постульовано еквівалентність інерційної та гравітаційної мас, проте досі немає експериментально підтвердженого квантово-механічного опису інерції. Разом з тим на такий опис є великі сподівання, оскільки він, можливо, міг би прояснити космологічні аномалії та забезпечити відсутню ланку між релятивістськими теоріями та квантовою механікою. У цій роботі ми спростовуємо пояснення інерції за концепцією «Модифікація інерції в результаті ефекту Казимира у масштабі Габбла» (MiHsC), або квантованої інерції (QI).

Ключові слова: квантована інерція, квантова космологія, MiHsC, ефект Унру.

Інерція матерії є одним із найфундаментальніших фізичних явищ нашого Всесвіту. Закріплена вже у законах руху Ньютона [15], еквівалентність інерційної та гравітаційної мас є основним постулатом загальної теорії відносності Ейнштейна (принцип еквівалентності) [5]. Хоча ця властивість матерії постійно супроводжує нас, досі все ще не сформульовано основного фізичного принципу, який би пояснював, чому для прискорення тіла потрібна сила. Поряд із можливістю бути справді фундаментальною, інерція може виникнути через квантові ефекти, такі як флуктуації вакууму [6, 23]. Питання про такі квантово-механічні причини становить найвищий науковий інтерес, оскільки це, з одного боку, встановило б теоретичний зв'язок між загальною

теорією відносності та квантовою теорією, а з іншого боку — має потенціал для розгадки незрозумілих досі космічних явищ. Зокрема, невідповідність між спостережуваним обертанням галактик і обчислювальною динамікою викликали питання протягом десятиліть [20]. Одним із підходів до розв'язання цієї проблеми, який інтенсивно використовується, є постулювання темної матерії [19]. Однак на сьогоднішній день немає жодного прямого доказу її існування [1, 3]. Іншим підходом до потенційного вирішення цієї невідповідності є постулювання модифікованої ньютонівської динаміки (MoND) [14]. Ця модель модифікує другий закон Ньютона для малих прискорень таким чином, що співвідношення між силою Ньютона та прискоренням стає квадратичним у режимі MoND, тобто для $a \ll 10^{-10} \text{ м/с}^2$. Є різні космологічні спостереження, які категорично не сприймають MoND як альтернативу темній матерії, зокрема спостереження динаміки скупчень галактик [2, 22]. Однією із останніх спроб модифікації моделі інерції була модель, запропонована Маккалохом, яка називається модифікацією інерції у результаті ефекту Казимира у масштабі Хаббла (MiHsC), або квантовою інерцією (QI) [13]. Припускаючи QI, можна правильно описати відхилення обертових властивостей галактик [12], аномалію «Піонера» [11] тощо. Крім того, ця модель забезпечує квантово-механічний опис інерції.

QI базується на припущенні про існування випромінювання Унру [25], якого ще не було прямо доведено, але є ознаки його реального існування [10]. У випадку прискореного руху горизонт Ріндлера утворюється в напрямку, протилежному прискоренню (див. рис. 1), на відстані c^2/a , де c — швидкість світла, a — власне прискорення [18]. Цей горизонт призводить до асиметричного ефекту Казимира, при якому щільність енергії випромінювання на протилежному боці переважає, оскільки космічний горизонт лежить набагато далі [13]. Таким чином, QI намагається описати опір, який має долати прискорена частинка у градієнті щільності енергії випромінювання Унру.

У 2019 році Ренда [17] окреслив дві проблеми з моделлю QI: по-перше, для дуже малих прискорень ($a < 10^{-7} \text{ м/с}^2$) щільність енергії випромінювання має описуватись законом Планка в обмежених порожнинах з боку горизонту Ріндлера. Це призводить до досі не спостережуваної стаціонарної точки приблизно 10^{-9} м/с^2 , де прискорення частки стабілізується. По-друге, щільність енергії випромінювання Унру конвертується на пікову довжину хвилі спектру випромінювання, як ніби він складався б лише з цієї єдиної довжини хвилі. Ренда показав, що це може бути правильним наближенням для дуже невеликих прискорень, оскільки в цьому випадку дозволено лише кілька режимів. Однак для «класичних» прискорень ($a > 10^{-7} \text{ м/с}^2$) це спрощення призводить до надзвичайно неправильних результатів для щільності енергії випромінювання, оскільки внесок моди пікової довжини хвилі стає дуже маленьким. У цій роботі ми розраховуємо щільність енергії випромінювання більш строго шляхом інтегрування неперер-

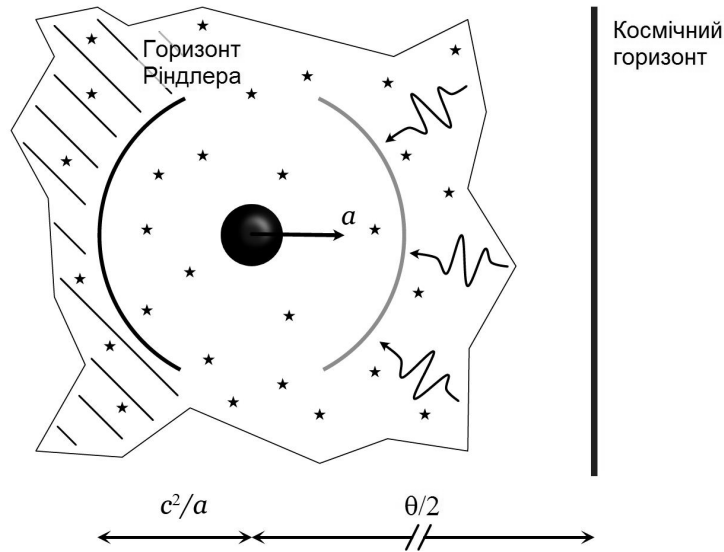


Рис. 1. Схематичне зображення квантової інерції (QI): частинка постійно прискорюється з власним прискоренням a у певному напрямку. Таким чином, вона відчуває випромінювання Унру та горизонт Ріндлера на відстані c^2/a у протилежному напрямку. Інерція запропонована як результат надлишку флуктуацій у напрямку руху через набагато віддаленіший космічний горизонт

вної спектральної щільності енергії з боку космічного горизонту по всіх довжинах хвиль діапазону та шляхом підсумовування дискретного спектру щільності енергії з боку горизонту Ріндлера для всіх дозволених мод. Таким чином, ми чітко показуємо, що сила, яка є результатом градієнта щільності енергії випромінювання Унру, пропорційна четвертому степеню прискорення частинки. Таким чином, інерція МіНсС суперечить другому закону Ньютона, який підтверджено експериментально для прискорень, більших від 10^{-13} м/с^2 [8].

Згідно із підходом QI передбачається, що асиметричний ефект Казимира застосовується лише для випромінювання Унру. Інші джерела випромінювань, такі як космічний мікрохвильовий фон, ігноруються. Відповідно до закону випромінювання чорного тіла Планка [16], спектральна щільність енергії (тобто енергія випромінювання на об'єм і на діапазон довжин хвиль) випромінювання Унру в необмежених системах дорівнює

$$u(\lambda, T_a) = \frac{8}{5} \frac{hc}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda k T_a}\right) - 1}, \quad (1)$$

де c — швидкість світла, h — постійна Планка, λ — довжина хвилі, k — постійна Больцмана, T_a — температура Унру [25]:

$$T_a = \frac{ha}{(2\pi)^2 ck}. \quad (2)$$

Пікова довжина хвилі λ_{peak} спектру випромінювання Унру становить

$$\lambda_{peak} = \frac{hc}{x_p k T_a}, \quad (3)$$

де $x_p = 4.965$ — розв’язок трансцендентного рівняння $5(1 - e^{-x_p}) = x_p$. Це спектр справедливий для систем без обмежень, що є відповідним наближенням для «класичних» прискорень ($a > 10^{-7}$ м/с²) у напрямку a . У цьому випадку порожнина утворюється прискорюваною частинкою і горизонтом Габбла. Таким чином, пікова довжина хвилі випромінювання Унру $\lambda_{peak} = (1/a) \sqrt{7 \cdot 10^{17} \text{ м}^2/\text{с}^2}$ значно менша від довжини порожнини, тобто радіуса Габбла $r_H = c^2/a = 1.5 \cdot 10^{26}$ м [4] для «класичних» прискорень. Тому загальна щільність енергії U_{right} (тобто енергія випромінювання на об’єм) між частинкою та горизонтом Габбла є інтегралом від u по всьому діапазону довжин хвиль:

$$U_{right} = \int_0^\infty u(\lambda, T_a) d\lambda = \frac{h}{480 \cdot 3 \cdot c^7} a^4. \quad (4)$$

З іншого боку, повна щільність енергії між частинкою та горизонтом Ріндлера повинна обчислюватись як дискретна сума щільностей енергії резонансних мод в обмеженій порожнині. Це необхідно, оскільки відстань до горизонту Ріндлера c^2/a має такий самий порядок, як і пікова довжина хвилі спектру Унру. Ренда показав, що повна щільність енергії в такій обмеженій порожнині дорівнює [17]

$$U_{left} = \sum_{p=1}^{\infty} \frac{2N(p) hc}{L^3} \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{p k T_a}\right) - 1}, \quad (5)$$

де $p = 2L/\lambda_p$ — абсолютне значення вектора хвильової моди, λ_p — довжина хвилі відповідної моди, $N(p)$ — кількість мод з однаковим значенням p , а $L = c^2/a$ є довжина порожнини. Використовуючи вираз (2) і виносячи постійні множники за знак суми, рівняння (5) запишемо у вигляді

$$U_{left} = \frac{h}{c^7} a^4 \sum_{p=1}^{\infty} \frac{pN(p)}{\exp(2^{-2} p) - 1}. \quad (6)$$

Решта суми не залежить від прискорення частинки. Швидше це дійсна константа, оскільки $N(p)$ є лише кількістю невід’ємних цілих розв’язків Діофантового рівняння $p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 = p^2$ [24]. Ні цю кількість, ні суму підрахувати неможливо аналітично, проте числова оцінка для нашої мети і не потрібна. Ізотропне випромінювання Унру спричиняє радіаційний тиск $p = U/3$ на кожен елемент площі поверхні dA . Таким чином, сумарна сила вздовж a -напрямку як результат випромінювання Унру дорівнює

$$F_{QI} = \int_{\text{surface}} \frac{U}{3} \mathbf{e}_a d\mathbf{A}, \quad (7)$$

де $d\mathbf{A} = \mathbf{n}dA$ з локальним одиничним вектором \mathbf{n} , перпендикулярним до поверхні, \mathbf{e}_a — одиничний вектор вздовж a -напрямку. Відповідно до підходу QI для інтегрування необхідно враховувати весь тілесний кут. Таким чином, складова прискорення вздовж певного напрямку $\mathbf{e}_r(\theta, \phi)$ модифікується як $a f(\theta, \phi)$ при обчисленні залежності тиску випромінювання від кута широти θ і кута довготи ϕ з боку горизонту Ріндлера. Щоб зберегти загальність, ми не будемо розглядати якусь конкретну «форму» частинки (стани QI $f(\theta, \phi) = \cos^2 \theta$ і кубічну форму [13]). З урахуванням як горизонту Габбла, так і горизонту Ріндлера, рівняння (7) запишеться у вигляді

$$F_{QI} = \frac{1}{3} \frac{h}{c^7} \int_{\text{left}} \frac{pN(p)}{\exp(2 - 2p)} f(\theta, \phi) \mathbf{e}_a d\mathbf{A} - \frac{1}{480} \int_{\text{right}} \mathbf{e}_a d\mathbf{A} a^4, \quad (8)$$

де перший інтеграл береться по всіх лівих поверхнях, а другий інтеграл — по всіх поверхнях, звернених вправо. Обидва інтеграли залежать лише від розміру та форми частинки, але не від величини прискорення. Таким чином, вираз (8) показує, що отримана в результаті підходу QI сумарна сила, яка діє на частинку, пропорційна не a , а a^4 . Це прямо суперечить другому закону Ньютона.

Ми представили аналіз недоліків «квантової інерції» (QI) у формі модифікації інерції в результаті ефекту Казимира у масштабі Габбла (MiHsC) і його нездатність адекватно описати фізичний ефект інерції. В основі цього дослідження було покладено розрахунок щільності енергії випромінювання Унру навколо прискореної частинки та сумарної сили внаслідок розподілу тиску випромінювання. Ми чітко показали, що для класичного прискорення ($a > 10^{-7} \text{ м/с}^2$) ця сумарна сила пропорційна четвертому степеню прискорення частинки. Таким чином, це свідчить про неможливість пояснити джерело інерції, як це запропоновано у підході MiHsC, через протиріччя з другим законом Ньютона, який був експериментально перевірений з високою точністю в широкому діапазоні прискорень [8].

Основний недолік у викладках MiHsC, запропонованих Гіне та МакКалохом [7, 13], полягає в розрахунку щільності енергії U випромінювання Унру лише у одній моді, а саме у піковій довжині хвилі. Це надмірне спрощення дає $U \propto a$, однак цього бути не може при врахуванні внесків всіх інших дозволених мод. Щоб точно розрахувати щільність енергії випромінювання Унру, важливо враховувати колективний ефект усіх дозволених мод шляхом підсумовування всіх їхніх внесків, що дає $U \propto a^4$ як для обмежених, так і необмежених систем. Цей переглянутий результат чітко показує, що розподіл тиску випромінювання Унру внаслідок ефекту Казимира у масштабі Габбла не може бути квантовим походженням інерції. Крім того, виникають

фундаментальні питання щодо життєздатності концепції моделювання інерції як взаємодії частинок з квантовим вакуумом. Однак необхідно зазначити, що це не означає загальної неспроможності такого підходу. Натомість більш суворі виведення, такі як у роботах [9] і [21], потенційно можуть дати цінні відомості про квантове походження як інерції, так і гравітації.

Отже, це дослідження продемонструвало неадекватність MiHsC для опису інерції. Висновки підкреслюють необхідність більш комплексного та строгого дослідження взаємодій між частинками та квантовим вакуумом, щоб пролити світло на квантове походження інерції та гравітації.

1. Agnese R., Anderson A. J., Asai M., Balakishiyeva D., Thakur R. B., Bauer D., Beaty J., Billard J., Borgland A., Bowles M., et al. (2014). Search for low-mass weakly interacting massive particles with superCDMS. *Phys. Rev. Lett.* 112(24). 241302.
2. Aguirre A., Schaye J., Quataert E. (2001). Problems for modified Newtonian dynamics in clusters and the Ly forest? *Astrophys. J.* 561(2). 550—558.
3. Aprile E., Alfonsi M., Arisaka K., Arneodo F., Balan C., Baudis L., Bauermeister B., Behrens A., Beltrame P., Bokeloh K., et al. (2012). Dark matter results from 225 live days of Xenon100 data. *Phys. Rev. Lett.* 109(18). 181301.
4. Baxter E. J., Sherwin B. D. (2021). Determining the Hubble constant without the sound horizon scale: measurements from CMB lensing. *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.* 501(2).1823—1835.
5. Einstein A. (1915). The field equations of gravitation. *Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin (Math. Phys.)*. 844—847.
6. Giné J., Luciano G. G. (2021). Modeling inertia through the interaction with quantum fluctuations. *Results Phys.* 28. 104543.
7. Giné J., McCulloch M. (2016). Inertial mass from Unruh temperatures. *Mod. Phys. Lett. A.* 31(17). 1650107.
8. Gundlach J., Schlamminger S., Spitzer C., Choi K.-Y., Woodahl B., Coy J., Fischbach E. (2007). Laboratory test of Newton's second law for small accelerations. *Phys. Rev. Lett.* 98(15). 150801.
9. Haisch B., Rueda A., Puthoff H. E. (1994). Inertia as a zero-point-field Lorentz force. *Phys. Rev. A.* 49(2). 678—694.
10. Hu J., Feng L., Zhang Z., Chin C. (2019). Quantum simulation of Unruh radiation. *Nat. Phys.* 15(8). 785—789.
11. McCulloch M. (2007). Modelling the Pioneer anomaly as modified inertia. *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.* 376(1). 338—342.
12. McCulloch M. (2012). Testing quantised inertia on galactic scales. *Astrophys. Space Sci.* 342.575—578.
13. McCulloch M. (2013). Inertia from an asymmetric Casimir effect. *Europhys. Lett.* 101(5). 59001. 7.
14. Milgrom M. (1983). A modification of the Newtonian dynamics-implications for galaxies. *Astrophys. J.* 270. 371—383.
15. Newton I. (1687). *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*. Jussu Societatis Regiae ac typis Josephi Streater, London. 1031.
16. Planck M. (1914). *The theory of heat radiation*. Blakiston's Son & Co., Philadelphia 225.

17. Renda M. (2019). A sceptical analysis of quantized inertia. *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.* 489(1). 881—885.
18. Rindler W. (1960). Hyperbolic motion in curved space time. *Phys. Rev.* 119(6). 2082—2089.
19. Rubin V. C. (1983). Dark matter in spiral galaxies. *Sci. Amer.* 248(6). 96—109.
20. Rubin V. C., Ford W. K. Jr, Thonnard N. (1980). Rotational properties of 21 SC galaxies with a large range of luminosities and radii, from NGC 4605 $/r = 4$ kpc/ to UGC 2885 $/r = 122$ kpc/. *Astrophys. J.* 238. 471—487.
21. Rueda A., Haisch B. (2005). Gravity and the quantum vacuum inertia hypothesis. *Ann. Phys.* 517(8). 479—498.
22. Sanders R. (2003). Clusters of galaxies with modified newtonian dynamics. *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.* 342(3). 901—908.
23. Shu L., Liu X., Cui K., Liu Z., Liu W. (2020). Fluctuation and inertia. *Nucl. Phys. B.* 950. 114873.
24. Sloane N., Plouffe S. (1995). *The encyclopedia of integer sequences*. Academic Press, San Diego, CA. 587.
25. Unruh W. G. (1976). Notes on black-hole evaporation. *Phys. Rev. D.* 14(4). 870—892.

W. Dickmann, J. Dickmann

Technical University of Braunschweig, Braunschweig, Germany

MODIFICATION OF INERTIA RESULTING FROM A HUBBLE-SCALE CASIMIR EFFECT CONTRADICTS CLASSICAL INERTIA

Inertia is one of the most vivid and at the same time puzzling physical properties of bodies. As an equivalence between inertial and gravitational mass in general relativity, there is still no experimentally confirmed quantum mechanical description of inertia. There is great hope for such a description, as it could possibly elucidate cosmological anomalies and provide the missing link between relativistic theories and quantum mechanics. In this work, we refute the explanation of inertia by the concept of Modification of inertia resulting from a Hubble-scale Casimir effect (MiHsC) or Quantized Inertia (QI).

Keywords: quantized inertia, quantum cosmology, MiHsC, Unruh effect.

Стаття надійшла до редакції 09.07.2023

Після доопрацювання 26.07.2023

Прийнята до друку 10.08.2023