

doi: <https://doi.org/10.15407/kfnt2023.05.054>

УДК 551.511.31, 534.015.1

**О. К. Черемних<sup>1</sup>, А. К. Федоренко<sup>1</sup>,  
С. О. Черемних<sup>1</sup>, О. О. Кронберг<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Інститут космічних досліджень Національної академії наук України  
та Державного космічного агентства України

просп. Академіка Глушкова 40, к. 4/1, Київ-187, Україна, 03187

<sup>2</sup>Департамент наук про Землю та навколошнє середовище

Мюнхенського університету, Мюнхен, Німеччина

e-mails: oleg.cheremnykh@gmail.com, fedorenkoak@gmail.com,

ikdcheremnykh@gmail.com, kronberg@mps.mpg.de

## **Акусто-гравітаційні хвилі з незалежною від висоти амплітудою в ізотермічній атмосфері**

*В роботі теоретично досліджено акусто-гравітаційні хвильові моди в термосфері Землі, амплітуда яких не залежить від висоти. Стимулом для цих досліджень є супутникові спостереження, згідно з якими амплітуди акусто-гравітаційних хвиль у полярній термосфері не демонструють залежності від висоти в інтервалі 250... 450 км. Показано, що поширення акусто-гравітаційних хвильових мод з постійною за висотою амплітудою доцільно розглядати як коливальний процес, що відбувається одночасно на двох власних частотах. Отримано дисперсійне рівняння для цих хвиль. На діагностичній діаграмі частота — хвильовий вектор дисперсійна залежність хвиль з постійною за висотою амплітудою лежить у забороненій для вільного поширення області. Вона відокремлює горизонтально поширювані хвилі, у яких амплітуда у вертикальному напрямку збільшується від хвиль, у яких амплітуда по вертикалі зменшується. Знайдено розв'язки для збурених величин у двочастотному режимі коливань. Відмічено, що суперпозиція кількох таких мод може привести до виникнення складних результатуючих рухів, близьких до турбулентних. Показано, що є виділена квазігармонійна мода з постійною амплітудою, яка характеризується фіксованою частотою і довжиною хвилі. Зроблено висновок, що саме така хвильова мода з постійною по висоті амплітудою збурених величин переважає у спостереженнях у полярній термосфері Землі.*

**Ключові слова:** акусто-гравітаційна хвиля, двочастотний режим коливань, термосфера Землі.

## ВСТУП

Високочастотні акустичні та низькочастотні гравітаційні збурення в атмосфері Землі можна описати за допомогою системи двох диференціальних рівнянь для збурених складових зміщення частинок [11, 15]. Можна показати, що ця система еквівалентна більше відомій в теорії АГХ системі чотирьох диференціальних рівнянь першого порядку, яка включає рівняння руху, теплового балансу та неперервності [9, 15]. Багато дослідників як вихідні рівняння для дослідження атмосферних хвильових процесів використовували також систему рівнянь для збурень складових швидкості. Зокрема, цю систему зручно застосовувати при розгляді еванесцентних збурень, коли накладаються обмеження на складові швидкості частинок або припускається зв'язок певного типу між ними [5, 6, 16].

При розгляді різних типів атмосферних хвильових процесів на вертикальну складову хвильового вектора, яка у загальному випадку є комплексною величиною, накладаються різні умови. Наприклад, при аналізі акустичних та внутрішніх гравітаційних хвиль приймається  $K_z = k_z \cdot i / (2H)$ , де  $H$  — висота однорідної атмосфери [7, 9]. При поширенні цих хвиль вгору в атмосфері їхні амплітуди швидко збільшуються з висотою внаслідок зменшення фонової щільності [9]. Тому при розгляді АГХ виникає необхідність врахування нелінійних ефектів. Упродовж останніх років було досягнуто значного прогресу в розвитку нелінійної теорії АГХ [10, 14].

При дослідженні еванесцентних (горизонтальних) хвиль вертикальна складова хвильового вектора є чисто уявною величиною:  $K_z \cdot i$  [5, 6]. До еванесцентних хвиль належать, зокрема, коливання Брента — Вяйсяля (БВ), хвиля Лемба,  $f$ -мода [8, 11, 13, 16], а також нещодавно виявлене  $\omega$ -мода [5]. Еванесцентні хвилі ефективно генеруються в тих областях атмосфери, де наявні значні вертикальні градієнти температури чи щільності, наприклад на границі між хромосфeroю і короною на Сонці [13]. В атмосфері Землі такі хвилі можуть виникати в нижній частині термосфери або на висотах тропо- і мезопаузи. У роботі [6] було показано, що є безліч розв'язків, що описують еванесцентні акусто-гравітаційні хвилі.

У даній роботі з використанням відомих рівнянь для лінійних збурень складових зміщень частинок ми детально проаналізуємо випадок  $K_z = 0$ . Доцільність розгляду хвильових збурень зі сталою по висоті амплітудою пов'язана з вимірюваннями на космічних аппаратах. Так, супутникові дослідження АГХ у полярній термосфері вказують на відсутність залежності амплітуд хвильових збурень від висоти в інтервалі спостережень 250...450 км.

## ДИСПЕРСІЙНЕ РІВНЯННЯ

Розглянемо систему двох диференціальних рівнянь другого порядку, які описують лінійні збурення для горизонтальної  $x$  і вертикальної  $z$  складових зміщення частинок [15]:

$$\frac{\partial^2}{t^2} \frac{\partial}{x} (c_s^2 \vec{\text{div}}) - g \frac{\partial}{x} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2}{t^2} \frac{\partial}{z} (c_s^2 \vec{\text{div}}) - g \frac{\partial}{x} = 0, \quad (2)$$

де  $c_s^2 = gH$  — квадрат швидкості звуку,  $g$  — прискорення вільного падіння,  $H$  — показник адіабати.

У моделі стратифікованої ізотермічної атмосфери вертикальні розподіли щільності і тиску описуються рівняннями

$$\frac{P(z)}{P(0)} = \frac{(z)}{(0)} \exp \left( \frac{z}{H} \right). \quad (3)$$

Рівняння (1)–(3) є вихідними для подальшого аналізу. Покладемо

$$j_j^0(t) \exp(-ik_x x), \quad j = x, z, \quad (4)$$

де  $k_x$  — горизонтальна складова хвильового вектора.

Тоді з виразів (1)–(4) випливає

$$\frac{\partial^2}{t^2} \frac{\partial}{x} (k_x^2 c_s^2) - ik_x g_z = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2}{t^2} \frac{\partial}{z} (ik_x g_x) - 1 = 0. \quad (6)$$

Отримана система (5), (6) є системою лінійних диференціальних рівнянь з постійними коефіцієнтами, тому їхній розв'язок можна шукати в експоненціальному вигляді:

$$x^0(t) = A \exp(i k_x t), \quad z^0(t) = B \exp(i k_x t). \quad (7)$$

Підстановка (7) перетворює систему (5), (6) на систему двох лінійних однорідних алгебраїчних рівнянь відносно амплітуд  $A$  і  $B$ :

$$\begin{aligned} (-k_x^2 c_s^2) A - ik_x g B &= 0, \\ -B - ik_x g A(-1) &= 0. \end{aligned} \quad (8)$$

З (8) знаходимо дисперсійне рівняння

$$(-k_x^2 c_s^2) - k_x^2 g^2 (-1) = 0. \quad (9)$$

Звідси власні частоти дорівнюють

$$\omega_{1,2} = \sqrt{\frac{k_x^2 c_s^2}{2} + \frac{k_x^4 c_s^4}{4} - k_x^2 g^2 (-1)}. \quad (10)$$

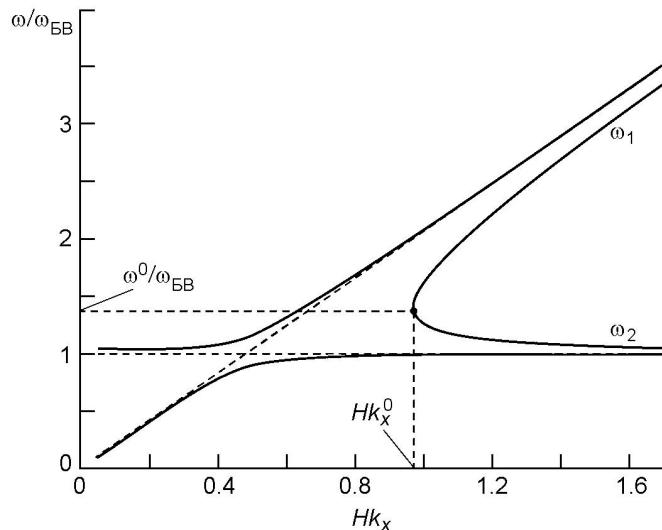


Рис. 1. Дисперсійні залежності АГХ з незалежною від висоти амплітудою: верхня частина параболи відповідає частоті  $\omega_1$ , а нижня — частоті  $\omega_2$  згідно з виразом (10). Горизонтальна штрихова пряма  $\omega/\omega_{\text{BB}} = 1$ , похила штрихова пряма  $Hk_x^0 = k_x c_s$

На діагностичній діаграмі  $(\omega, k_x)$  залежності (10) мають вигляд, показаний на рис. 1. Видно, що зі збільшенням  $k_x$  графіки для власних частот  $\omega_1(k_x)$  і  $\omega_2(k_x)$  асимптотично наближаються до прямої Лемба та прямої БВ відповідно. Ці залежності збігаються у точці спектральної площини  $(k_x^0, \omega^0)$ , де підкореневий вираз (10) дорівнює нулеві, і виконуються рівності

$$k_x^0 = 2 \frac{\omega^0}{\omega_{\text{BB}}} / c_s, \quad \omega^0 = \sqrt{2} \frac{\omega_{\text{BB}}}{g}, \quad g \sqrt{1/c_s} = 1. (11)$$

Дисперсійну залежність виду (9) було раніше отримано в роботі [12]. Згідно з цією роботою крива (10) є границею, що відокремлює горизонтально поширювані хвилі з амплітудою, що збільшується вертикально вгору, від хвиль, у яких амплітуда по вертикалі вгору зменшується. Нижче ми наведемо нову інтерпретацію хвильової моди (10) з незалежною від висоти амплітудою, використовуючи поняття двочастотного режиму поширення АГХ. Такий режим було вперше розглянуто в роботах [1, 2] для вільно поширюваних АГХ з  $K_z = k_z - i/2H$ .

### КОЕФІЦІЕНТИ РОЗПОДІЛУ АМПЛІТУД ТА РОЗВ'ЯЗКИ

Підстановка частот (10) в систему (8) робить її рівняння лінійно залежними. З (8) і (9) знаходимо співвідношення між амплітудами  $A$  і  $B$  дляожної з власних частот, або коефіцієнти розподілу амплітуд:

$$k_{1,2} \frac{B}{A} \Big|_{1,2} = \frac{i k_x g (1 - \frac{1}{2})}{i (\frac{k_x^2 c_s^2}{1,2} - k_x g)} = \frac{i (\frac{k_x^2 c_s^2}{1,2} - k_x g)}{k_x g}. \quad (12)$$

Тоді загальний розв'язок системи (8) можна подати у вигляді

$$\begin{aligned} A &= A_1 \exp[i(\omega_1 t - \phi_1)] + A_2 \exp[i(\omega_2 t - \phi_2)], \\ B &= k_1 A_1 \exp[i(\omega_1 t - \phi_1)] + k_2 A_2 \exp[i(\omega_2 t - \phi_2)]. \end{aligned} \quad (13)$$

Для спрощення покладемо  $\omega_1 = \omega_2 = 0$  в рівняннях (13).

Використовуючи одну частину рівності (12), з (4) і (13) отримаємо у фізичних змінних

$$x = A_1 \cos(\omega_1 t - k_x x) + A_2 \cos(\omega_2 t - k_x x), \quad (14)$$

$$z = \frac{A_1 k_x g(\omega_1^2 - \omega_2^2)}{2} \sin(\omega_1 t - k_x x) - \frac{A_2 k_x g(\omega_1^2 - \omega_2^2)}{2} \sin(\omega_2 t - k_x x). \quad (15)$$

Рівняння (14), (15) описують двочастотний режим поширення АГХ.

При  $k_x = k_x^0$  розв'язки (14), (15) описують негармонійні коливання. Якщо таких коливань виникає багато, тоді в результаті їхньої сумерпозиції можуть формуватись рухи складного характеру, близькі до турбулентних. Простим прикладом таких рухів є фігури Ліссажу для двох частот [3]. Однак, якщо частоти  $\omega_1$  і  $\omega_2$  є досить близькими, тоді розв'язки (14), (15) описують квазігармонійні коливання. Покажемо це для рівняння (14). Для цього представимо його у вигляді

$$\begin{aligned} x &= \frac{A_1 - A_2}{2} [\cos(\omega_1 t - k_x x) - \cos(\omega_2 t - k_x x)] \\ &\quad + \frac{A_1 + A_2}{2} [\cos(\omega_1 t - k_x x) + \cos(\omega_2 t - k_x x)]. \end{aligned}$$

Далі з використанням тригонометричних співвідношень знаходимо

$$\begin{aligned} x &= (A_1 - A_2) \cos \frac{(\omega_1 - \omega_2)t}{2} - k_x x \\ &\quad + (A_1 + A_2) \sin \frac{(\omega_1 - \omega_2)t}{2} - k_x x. \end{aligned}$$

Отримане рівняння перепишемо у вигляді

$$\begin{aligned} x &= \hat{A} \cos(\omega t - k_x x - \hat{\phi}), \quad (16) \\ \hat{A} &= (A_1^2 - A_2^2 - 2A_1 A_2 \cos 2\omega t)^{1/2}, \\ \frac{1}{2}(\omega_1 - \omega_2) &= \frac{1}{2}(\omega_1 - \omega_2), \\ \tan \hat{\phi} &= \frac{A_1 - A_2}{A_1 + A_2} \tan \omega t. \end{aligned}$$

Рівняння (16) описує амплітудно-модульовані коливання (биття) з несучою частотою  $\omega$  і частотою модуляції  $2\omega$ .

Аналогічно розв'язок для  $z$  можна представити у вигляді

$$z = \hat{B} \sin(-t - k_x x)^\wedge, \quad (17)$$

де

$$\begin{aligned} \hat{B} = & A_1^2 \frac{k_x^2 g^2 (-1)^2}{\frac{4}{1}} - A_2^2 \frac{k_x^2 g^2 (-1)^2}{\frac{4}{2}} \\ & 2A_1 A_2 \frac{k_x^2 g^2 (-1)^2}{\frac{2}{1} \frac{2}{2}} \cos 2 \quad t^{1/2}. \end{aligned}$$

Вираз (17) також описує биття.

Розв'язки (16), (17) при  $k_x = k_x^0$  описують гармонійну хвильову моду з частотою  $\omega^0$ . При  $k_x \neq k_x^0$  ці вирази описують квазігармонійні моди ( $\omega \neq 0$ ) з частотами, близькими до частоти  $\omega^0$ . Ці моди відрізняються від згаданої гармонійної хвилі дуже слабкою модуляцією амплітуд збурених величин. Тому при вимірюваннях вони можуть реєструватися як одна і та ж мода з частотою  $\omega^0$  та хвильовим вектором  $k_x^0$ . При  $k_x > k_x^0$ , як зазначалося вище, реалізується квазітурбулентний коливальний режим, у якому складно виділити гармонійні хвилі. Отже, мода із незалежними від висоти амплітудами збурених величин з частотою  $\omega^0$  та хвильовим вектором  $k_x^0$  повинна домінувати у вимірах.

### ВИСОТНА ЗАЛЕЖНІСТЬ АМПЛІТУД АГХ ЗА СУПУТНИКОВИМИ ДАНИМИ

Концентрації атмосферних газів (атомарного кисню, молекулярного азоту та інших) вимірювались на полярному іоносферному супутнику Dynamics Explorer 2 (DE 2) за допомогою мас-спектрометра в експерименті NACS (Neutral Atmosphere Composition Spectrometer) [4]. Внаслідок поступового зменшення висоти орбіти впродовж кількох років місії Dynamics Explorer 2, доступним для дослідження АГХ є значний інтервал висот термосфери 250...450 км. На цих висотах переважним компонентом нейтральної атмосфери є атомарний кисень О. На різних витках супутника DE2 у полярній термосфері спостерігалися цуги АГХ тривалістю переважно 4-6 періодів.

При вивченні флюктуацій будь-яких параметрів вимірювану величину зручно представити у вигляді  $N = \bar{N} + n$ , де  $\bar{N}$  — вихідний ряд даних вимірювань,  $\bar{N}$  — усереднене незбурене значення,  $n$  — збурення. Для кожного спостережуваного цугу АГХ ми фіксували значення амплітуди хвильових флюктуацій  $N$ , середнє значення фонової концентрації  $\bar{N}$ , відносні флюктуації  $N/\bar{N}$ , а також висоту орбіти. Хвильові флюктуації відокремлено з використанням відомого методу

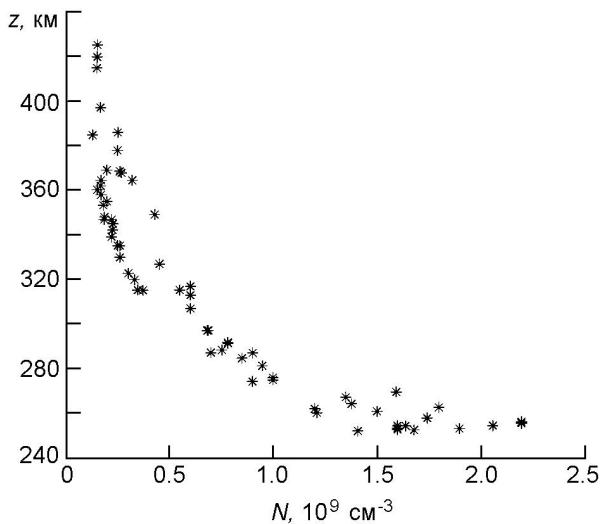


Рис. 2. Залежність концентрації  $N$  атомарного кисню від висоти  $z$  за вимірюваннями на супутнику Dynamics Explorer 2 в експерименті NACS

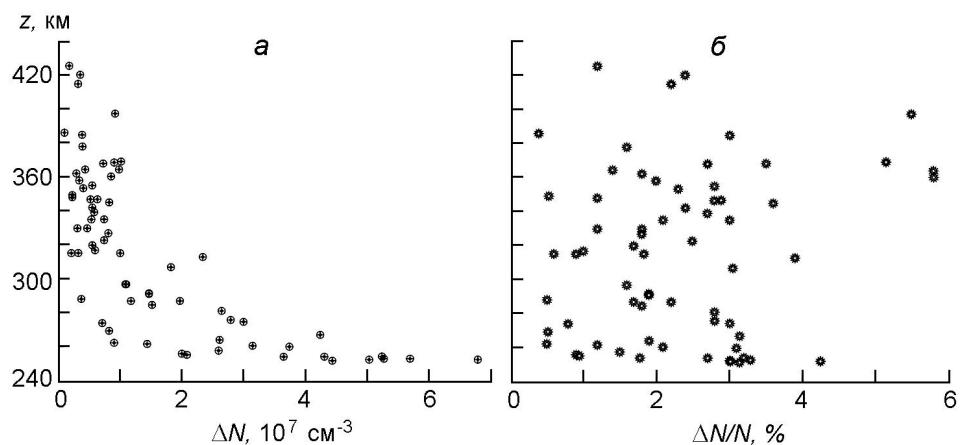


Рис. 3. Висотна залежність амплітуд хвильових флюктуацій концентрації атомарного кисню за вимірюваннями на супутнику Dynamics Explorer 2: *a* — абсолютні значення  $N = N - \bar{N}$ , см<sup>-3</sup>; *б* — відносні флюктуації концентрації  $N/\bar{N}$ , %

ковзного середнього. Отримані для десятків хвильових подій значення  $\bar{N}$ ,  $N$ , і  $N/\bar{N}$  показано на рис. 2, 3 в залежності від висоти.

На рис. 2 прослідковується експоненціальне зменшення концентрації атомарного кисню, що характерно для стратифікованої у полі сили тяжіння атмосфери. Значний розкид вимірюваних значень пов'язаний з тим, що вимірювання відносяться до різних витків і періодів часу, без врахування сезонних та інших особливостей. Висотну залежність амплітуд АГХ у абсолютнох флюктуаціях  $N = N - \bar{N}$  та відносних флюктуаціях  $N/\bar{N}$  концентрації кисню показано на рис. 3*a*, 3*б*. Видно, що абсолютні флюктуації АГХ показують швидке падіння амплітуд з висотою, тоді як відносні флюктуації  $N/\bar{N}$  взагалі не демонструють вираженої залежності від висоти. Відмітимо, що кожна ек-

спериментальна точка на цих графіках відноситься до різних умов у атмосфері, тобто фактично до різних висотних розподілів  $N$ . При цьому одній висоті може відповідати одразу кілька точок на графіку. Це означає, що на даній висоті спостерігалося кілька незалежних цугів АГХ з різними амплітудами. Усьому інтервалі висот спостережень 250...450 км переважали АГХ з амплітудами відносних флюктуацій концентрації 2...3 %.

У класичній теорії АГХ для стратифікованої ізотермічної атмосфери хвильові розв'язки шукають для відносних флюктуацій щільності і тиску  $\rho / P$ ,  $P / P$  [9]. Такий підхід дозволяє перейти до системи рівнянь з постійними коефіцієнтами, хоча фонові щільність і тиск змінюються за експоненціальним законом (3) [9]. Тому в атмосферних параметрах під амплітудою АГХ розуміють абсолютні флюктуації зміщень  $x, z$  або складових швидкості частинок  $V_x, V_z$ , проте відносні флюктуації тиску  $P / P$  і щільності  $\rho / \rho$ . При переважанні одного сорту атмосферного газу флюктуації щільності збігаються з флюктуаціями концентрації  $\rho / \rho = N/N$ .

Згідно з теоретичними уявленнями, без врахування втрат енергії, амплітуда вільно поширюваних АГХ повинна збільшуватися з висотою за експоненціальним законом [9]. Відсутність залежності амплітуд хвиль від висоти в експериментальних даних може бути зумовлена втратами енергії АГХ за рахунок в'язкої дисипації, дифузії, теплопровідності чи іонного тертя. Однак можна дати й інше пояснення цього ефекту, припустивши, що у полярній термосфері спостерігаються горизонтальні хвилі з незалежною від висоти амплітудою.

Для фізичної реалізації такої хвильової моди необхідно, щоб виконувалась умова зменшення енергії хвилі від рівня її поширення. Припустимо, що різкий градієнт температури в нижній частині термосфери є нижньою границею, тоді в напрямку вгору спадання щільності енергії  $E = \frac{1}{4} \rho^2 | \dot{\gamma} |^2$  для хвиль з постійною амплітудою автоматично забезпечується за рахунок експоненціального зменшення щільності атмосфери  $(z) = (0) \exp(-z/H)$ . Тому такі хвилі гіпотетично можуть поширюватись на висотах термосфери.

## ВИСНОВКИ

Показано, що в стратифікованій ізотермічній атмосфері може генеруватися горизонтальна акусто-гравітаційна хвильова мода, амплітуда якої не залежить від висоти. Отримано дисперсійне рівняння для хвиль з постійною амплітудою. Встановлено, що поширення таких акусто-гравітаційних хвиль доцільно розглядати як коливальний процес, що відбувається одночасно на двох власних частотах. З використанням цього підходу отримано розв'язки для збурених величин у двочастотному режимі коливань. Висловлено припущення, що в тер-

мосфері переважає виділена акусто-гравітаційна хвильова мода з незмінною по висоті амплітудою, яка характеризується фіксованою частотою  $k_x^0 = \sqrt{2} k_{\text{БВ}}$  і горизонтальним масштабом  $k_x^0 = 2 k_{\text{БВ}} / c_s$ .

Дослідження АГХ у полярній термосфері за вимірами на супутнику Dynamics Explorer 2 вказують на відсутність залежності амплітуд хвильових збурень від висоти в інтервалі термосфери 250...450 км. На основі зіставлення теоретичних та експериментальних результатів зроблено висновок, що саме така хвильова мода з постійною по висоті амплітудою переважає у спостереженнях у полярній термосфері Землі.

Роботу виконано за підтримки Національного фонду досліджень України, проект 2020.02/0015 «Теоретичні та експериментальні дослідження глобальних збурень природного і техногенного походження в системі Земля — атмосфера — іоносфера». С. О. Черемних та О. О. Кронберг дякують за підтримку гранту № 97742 of the Volkswagen Foundation («VW-Stiftung»).

1. Крючков Є. І., Жук І. Т., Черемних О. К. Двочастотні акусто-гравітаційні хвилі, моделювання супутниковых вимірювань. *Кінематика і фізика небес.* тіл. 2020. 36, № 6. Р. 22—36. <https://doi.org/10.15407/kfnt2020.06.022>.
2. Черемних О. К., Крючков Є. І., Федоренко А. К., Черемних С. О. Двохчастотний режим поширення акусто-гравітаційних хвиль в атмосфері Землі. *Кінематика і фізика небес.* тіл. 2020. 36, № 2. С. 34—57. <https://doi.org/10.15407/kfnt2020.02.034>.
3. Яворський Б. М., Детлаф А. А. *Справочник по фізиці.* М.: Нauка, 1981.
4. Carignan G. R., Block B. P., Maurer J. C., Hedin A. E., Reber C. A., Spencer N. W. The neutral mass Spectrometer on Dynamics Explorer. *Space Sci. Instrum.* 1981. 5. Р. 429—441.
5. Cheremnykh O. K., Fedorenko A. K., Kryuchkov E. I., Selivanov Y. A. Evanescent acoustic-gravity modes in the isothermal atmosphere: systematization, applications to the Earth's and Solar atmospheres. *Ann. Geophys.* 2019. 37, № 3. Р. 405—415. <https://doi.org/10.5194/angeo-37-405-2019>.
6. Cheremnykh O., Fedorenko A., Selivanov Y., Cheremnykh S. Continuous spectrum of evanescent acoustic-gravity waves in an isothermal atmosphere. *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.* 2021. 503, № 4. Р. 5545—5553. DOI:10.1093/mnras/stab845.
7. Fedorenko A. K., Kryuchkov E. I., Cheremnykh O. K., Klymenko Yu. O., Yampolski Yu. M. Peculiarities of acoustic-gravity waves in inhomogeneous flows of the polar thermosphere. *J. Atmos. and Solar-Terr. Phys.* 2018. 178. Р. 17—23. doi: org/10.1016/j.jastp.2018.05.009.
8. Ghosh P., Antia H. M., Chitre S. M. Seismology of the solar f-mode. I. Basic signatures of shearing velocity fields. *Astrophys. J.* 1995. 451. Р. 851—858.
9. Hines C. O. Internal atmospheric gravity waves at ionospheric heights. *Can. J. Phys.* 1960. 38. Р. 1441—1481.
10. Huang K. M., Zhang S. D., Yi F., Huang C. M., Gan Q., Gong Y., Zhang Y. H. Nonlinear interaction of gravity waves in a nonisothermal and dissipative atmosphere. *Ann. Geophys.* 2014. 32. Р. 263—275. doi:10.5194/angeo-32-263-2014.
11. Lamb H. On atmospheric oscillations. *Proc. Roy. Soc. Lond. A.* 1911. 84. Р. 551—572. DOI:10.1098/RSPA. 1911. 0008.

12. Miles Alan J., Roberts B. Magnetoacoustic-gravity surface waves. I. Constant Alfvén Speed. *Solar Phys.* 1992. 141. P. 205—234.
13. Rosenthal C. S., Gough D. O. The Solar f-mode as interfacial mode at the chromosphere-corona transition. *Astrophys. J.* 1994. 4. P. 488—495.
14. Stenflo L., Shukla P. K. Nonlinear acoustic gravity waves. *J. Plasma Phys.* 2009. 75. P. 841—847. doi. org/10. 1017/S0022377809007892.
15. Tolstoy I. The theory of waves in stratified fluids including the effects of gravity and rotation. *Rev. Modern Phys.* 1963. 35, № 1. P. 207—229.  
DOI:<https://doi.org/10.1103/RevModPhys.35.207>.
16. Waltercheid R. L., Hecht J. H. A reexamination of evanescent acoustic-gravity waves: Special properties and aeronomical significance. *J. Geophys. Res.* 2005. 108 (D11, 4340). doi:10.1029/2002JD002421.

#### REFERENCES

1. Kryuchkov E. I., Zhuk I. T., Cheremnykh O. K. (2020). Two-frequency acoustic-gravitational waves and simulation of satellite measurements. *Kinematics and Phys. Celestial Bodies.* 36. 265—273. <https://doi.org/10.3103/S0884591320060045>.
2. Cheremnykh O. K., Kryuchkov E. I., Fedorenko A. K., Cheremnykh S. O. (2020). Two-frequency propagation mode of acoustic-gravity waves in the Earth's atmosphere. *Kinematics and Phys. Celestial Bodies.* 36(2). 64—78.  
DOI: 10.15407/kfnt2020.02.034.
3. Yavorsky B. M., Detlaff A. A. (1981). *Handbook of Physics.* Nauka, Moscow.
4. Carignan G. R., Block B. P., Maurer J. C., Hedin A. E., Reber C. A., Spencer N. W. (1981). The neutral mass Spectrometer on Dynamics Explorer. *Space Sci. Instrum.* 5. 429—441.
5. Cheremnykh O. K., Fedorenko A. K., Kryuchkov E. I., Selivanov Y. A. (2019). Evanescent acoustic-gravity modes in the isothermal atmosphere: systematization, applications to the Earth's and Solar atmospheres. *Ann. Geophys.* 37(3). 405—415. <https://doi.org/10.5194/angeo-37-405-2019>.
6. Cheremnykh O., Fedorenko A., Selivanov Y., Cheremnykh S. (2021). Continuous spectrum of evanescent acoustic-gravity waves in an isothermal atmosphere. *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.* 503(4). 5545—5553. DOI:10.1093/mnras/stab845.
7. Fedorenko A. K., Kryuchkov E. I., Cheremnykh O. K., Klymenko Yu. O., Yampolski Yu. M. (2018). Peculiarities of acoustic-gravity waves in inhomogeneous flows of the polar thermosphere. *J. Atmos. and Solar-Terr. Phys.* 178. 17—23.  
[doi.org/10.1016/j.jastp.2018.05.009](https://doi.org/10.1016/j.jastp.2018.05.009).
8. Ghosh P., Antia H. M., Chitre S. M. (1995). Seismology of the solar f-mode. I. Basic signatures of shearing velocity fields. *Astrophys. J.* 451. 851—858.
9. Hines C. O. (1960). Internal atmospheric gravity waves at ionospheric heights. *Can. J. Phys.* 38. 1441—1481.
10. Huang K. M., Zhang S. D., Yi F., Huang C. M., Gan Q., Gong Y., Zhang Y. H. (2014). Nonlinear interaction of gravity waves in a nonisothermal and dissipative atmosphere. *Ann. Geophys.* 32. 263—275, doi:10.5194/angeo-32-263-2014.
11. Lamb H. (1911). *On atmospheric oscillations.* Proc. Roy. Soc. Lond. A, 84. 551—572.  
DOI:10.1098/RSPA. 1911. 0008.
12. Miles Alan J., Roberts B. (1992). Magnetoacoustic-gravity surface waves. I. Constant Alfvén Speed. *Solar Phys.* 141. 205—234.
13. Rosenthal C. S., Gough D. O. (1994). The Solar f-mode as interfacial mode at the chromosphere-corona transition. *Astrophys. J.* 423. 488—495.

14. Stenflo L., Shukla P. K. (2009). Nonlinear acoustic gravity waves. *J. Plasma Phys.* 75. 841—847. doi.org/10.1017/S0022377809007892.
15. Tolstoy I. (1963). The theory of waves in stratified fluids including the effects of gravity and rotation. *Rev. Modern Phys.* 35(1). 207—229.  
DOI: <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.35.207>.
16. Waltercheid R. L., Hecht J. H. (2005). A reexamination of evanescent acoustic-gravity waves: Special properties and aeronomical significance. *J. Geophys. Res.* 108 (D11, 4340), doi: 10.1029/2002JD002421.

*O. K. Cheremnykh<sup>1</sup>, A. K. Fedorenko<sup>1</sup>, O. S. Cheremnykh<sup>1</sup>, E. A. Kronberg<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Space Research Institute of the National Academy of Sciences of Ukraine  
and the State Space Agency of Ukraine, Kyiv, Ukraine

<sup>2</sup>Department of Earth and Environmental Sciences University of Munich,  
Munich, Germany

#### ACOUSTIC-GRAVITY WAVES WITH HEIGHT-INDEPENDENT AMPLITUDE IN THE ISOTHERMAL ATMOSPHERE

Acoustic-gravity wave modes in the Earth's thermosphere, the amplitude of which does not depend on height, are theoretically investigated in this paper. The stimulus for these studies is satellite observations, according to which the amplitudes of acoustic-gravity waves in the polar thermosphere do not show dependence on height in the altitude interval of 250...450 km. It is shown that the propagation of acoustic-gravitational wave modes with the height-independent amplitude should be considered as an oscillatory process that occurs simultaneously at two natural frequencies. The dispersion equation for these waves was obtained. On the frequency-wave vector diagnostic diagram, the dispersion dependence of waves with constant amplitude is in the area prohibited for free propagation. It separates horizontally propagating waves in which the amplitude in the vertical direction increases from waves in which the amplitude decreases in the vertical direction. Solutions were found for the perturbed quantities in the two-frequency mode of oscillations. It is noted that the superposition of several such modes can lead to the emergence of complex resulting motions close to turbulent ones. It is shown that there is a selected quasi-harmonic mode with constant amplitude, which is characterized by a fixed frequency and wavelength. It was concluded that this kind of wave mode with height-independent amplitude of the perturbed values prevails in the observations in the Earth's polar thermosphere.

**Keywords:** acoustic-gravity wave, two-frequency oscillation mode, Earth's thermosphere

Стаття надійшла до редакції 26.03.2023

Після доопрацювання 13.04.2023

Прийнята до друку 14.04.2023