

doi: <https://doi.org/10.15407/kfnt2022.04.017>

УДК 551.51; 551.511.31

**А. К. Федоренко, О. К. Черемних, Є. І. Крючков, Д. І. Власов**

Інститут космічних досліджень Національної академії наук України  
та Державного космічного агентства України  
просп. Академіка Глушкова 40, Київ-187, Україна, 03187  
E-mails: fedorenkoak@gmail.com, oleg.cheremnykh@gmail.com,  
kryuchkov.ye@gmail.com, dima.i.vlasov@gmail.com

### **Енергетичний баланс еванесцентних акустико-гравітаційних хвиль**

*Досліджено особливості енергетичного балансу еванесцентних акустико-гравітаційних хвиль в атмосфері. Для вільно поширюваних АГХ в ідеальній ізотермічній атмосфері без врахування дисипації середні за період щільності кінетичної та потенціальної енергії є однаковими. Це справедливо для акустичної і гравітаційної областей спектру АГХ. Показано, що в еванесцентній області спектру середні за період щільності кінетичної та потенціальної енергії АГХ не дорівнюють одна одній в загальному випадку. Виняток складають хвиля Лемба і коливання Брента — Вайсяля, в яких частинки здійснюють коливальні рухи тільки по одній координаті (по горизонталі або вертикалі). Також щільності кінетичної і потенціальної енергії є однаковими для еванесцентних  $f$ - і  $i$ -мод у точках, де вони дотикаються до областей вільно поширюваних хвиль. Висловлено припущення про переважну реалізацію тих еванесцентних режимів, для яких виконується рівність середніх значень кінетичної і потенціальної енергії.*

**Ключові слова:** акустико-гравітаційна хвиля, еванесцентні хвильові моди, енергетичний баланс.

#### **ВСТУП**

Акустико-гравітаційні хвилі (АГХ) є локальними збуреннями нейтральної атмосфери в діапазоні дуже низьких частот та просторовими масштабами, меншими від радіуса Землі. Поширення цих хвиль в атмосфері Землі та на Сонці інтенсивно досліджується науковою спіль-

нотою протягом більш ніж півстоліття. Лінійна теорія АГХ допускає генерування в атмосфері неперервного спектру вільно поширюваних хвиль, а також горизонтальних (еванесцентних) хвильових мод. У фізиці планетних атмосфер основна увага приділяється вивченню вільно поширюваних АГХ [9, 13–16, 19]. Еванесцентні хвильові моди досліджено значно менше, ніж інші типи атмосферних хвильових процесів [7, 10, 12, 17].

З боку високих частот і малих довжин хвиль спектр АГХ в атмосфері Землі обмежений частотою зіткнень частинок, довжиною їхнього вільного пробігу та дисипацією. Внаслідок цього гранична довжина АГХ перевищує 10 см біля поверхні Землі, більша від 10 м на висотах Е-області іоносфери та більша від 10 км на висотах іоносферної області  $F_2$  [8]. З боку низьких частот і великих довжин хвиль спектр АГХ в атмосфері обмежений періодами в кілька годин і горизонтальними масштабами 1...2 тис. км. Часові обмеження пов'язані з необхідністю врахування у вихідній системі гідродинамічних рівнянь обертання Землі для більш низьких частот, а просторові — необхідністю врахування ефекту кривизни для довжин хвиль, сумірних з радіусом Землі.

АГХ можуть поширюватись в атмосфері на відстані в тисячі кілометрів і, таким чином, відігравати важливу роль у перерозподілі енергії від локалізованих джерел збурень у планетарному масштабі [1, 6, 12]. На іоносферних висотах ці хвилі доступні для наземних спостережень у вигляді рухомих іоносферних збурень (РІЗ). Більшість інформації про властивості атмосферних АГХ отримано саме з наземних спостережень РІЗ. Для експериментальних досліджень властивостей АГХ доцільним є використання прямих супутникових вимірювань, які дають інформацію про збурення безпосередньо в нейтральній верхній атмосфері. Проте подібні дослідження АГХ є обмеженими через недостатню кількість відповідних низькоорбітальних супутникових експериментів [4].

В ідеальній атмосфері без врахування дисипації щільність енергії вільно поширюваних АГХ не змінюється з висотою [9, 14]. Для горизонтально поширюваних еванесцентних збурень вертикальна складова хвильового вектора є чисто уявною величиною, яка визначає експоненціальну зміну амплітуди з висотою. Фізичною умовою існування таких хвиль у моделі безкінечної по висоті атмосфери є зменшення енергії від висотного рівня поширення хвилі. Тому для реалізації еванесцентних хвиль в середовищі повинні бути різкі вертикальні градієнти атмосферних параметрів, на яких ця умова може виконатися. Особливості енергетичного балансу вільно поширюваних АГХ в ізотермічній атмосфері добре відомі [1, 18]. Теоретичні результати підтверджуються даними супутникових вимірювань [4]. Проте особливості енергетики еванесцентних хвиль та їхній вклад в енергетичний баланс атмосфери потребують більш детального вивчення. Особливо це важливо при розгляді областей атмосфери з різкими градієнтами

температури (основа термосфери, тропо-, страто- і мезопауза атмосфери Землі, фотосфера Сонця), де виникають фізичні умови для реалізації еванесцентних мод.

### ВІЛЬНО ПОШИРЮВАНІ ТА ЕВАНЕСЦЕНТНІ АГХ В АТМОСФЕРІ

Для безкінечної ізотермічної атмосфери, стратифікованої у полі сили тяжіння, малі збурення описуються відомою системою лінеаризованих гідродинамічних рівнянь. Для збурень горизонтальної  $V_x$  і вертикальної  $V_z$  складових швидкості частинок, відносних флуктуацій щільності  $\rho/\rho_0$  і температури  $T/T_0$  атмосферного газу ця система має вигляд [11]:

$$\begin{aligned} \frac{V_x}{t} - gH \frac{\rho}{\rho_0} - \frac{T}{T_0} &= 0, \\ \frac{V_z}{t} - gH \frac{\rho}{\rho_0} - \frac{T}{T_0} - g \frac{T}{T_0} &= 0, \\ - \frac{T}{t} - (\gamma - 1) \operatorname{div} \mathbf{V} &= 0, \\ - \frac{\rho}{t} - \frac{V_z}{H} - \mathbf{V} &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Тут  $H = kT_0/mg$  — висота однорідної атмосфери,  $k$  — стала Больцмана,  $m$  — маса частинки атмосферного газу,  $g$  — прискорення вільного падіння,  $\gamma$  — показник адіабати.

Система (1) включає рівняння руху для вертикальної і горизонтальної складових швидкості частинок, рівняння теплового балансу та збереження речовини. Ця система описує різні типи лінійних збурень, які можуть генеруватися в ізотермічній атмосфері. Для спрощення розглянуто двовимірний випадок з вертикальною віссю  $z$ , спрямованою вгору, і горизонтальною віссю  $x$ , спрямованою уздовж вектора швидкості частинок.

Покажемо, що система (1) допускає два типи хвильових збурень, які відрізняються способом поширення в середовищі. Для цього розв'язок (1) будемо шукати у вигляді

$$T/T_0, \rho/\rho_0, V_x, V_z = \exp(az) \exp[i(\omega t - k_x x)]. \quad (2)$$

Тут  $\omega$  — частота,  $k_x$  — горизонтальна складова хвильового вектора. Стала величина  $a$  визначає залежність амплітуди збурень від висоти, і в загальному випадку може бути комплексною. Після підстановки розв'язку (2) у систему (1) отримаємо

$$a^2 - \frac{a}{H} - k_x^2 \frac{N^2}{2} - 1 - \frac{2}{c_s^2} = 0, \quad (3)$$

звідки для величини  $a$  матимемо

$$a = \frac{1}{2H} \pm \frac{1}{4H^2} \left( k_x^2 - 1 - \frac{N^2}{2} - \frac{2}{c_s^2} \right)^{1/2}. \quad (4)$$

Тут  $N^2 = g(1)/H$  — квадрат частоти Брента — Вайсяля (БВ),  $c_s^2 = gH$  — квадрат швидкості звуку.

З виразів (2) і (4) видно, що критерієм розділення хвильових збурень на вільно поширювані та еванесцентні є знак підкореневого виразу в (4). Якщо вираз під коренем від'ємний, тоді  $a = (1/2H) - ik_z$ , де уявна частина є вертикальною складовою хвильового вектора  $k_z$ , а дійсна частина визначає зміну амплітуди у вертикальному напрямку [9]. Різні знаки перед  $k_z$  вказують на напрямок поширення хвилі — вгору або вниз. В ізотермічній атмосфері вільне поширення можливе для акустичних хвиль з частотою  $\omega^2 = c_s^2 / 4H^2$  і внутрішніх гравітаційних хвиль з  $\omega^2 = N^2$  [9].

У випадку додатного значення виразу під радикалом в (4) вільне поширення хвиль в атмосфері є неможливим. Тоді хвилі можуть поширюватися тільки в горизонтальній площині. При цьому  $a = (1/2H) \pm \dots$ , де  $\dots$  — дійсна величина, що описує зміну їхньої амплітуди з висотою. Різні знаки перед величиною  $\dots$  означають, що одній і тій же дисперсії завжди відповідає пара еванесцентних рішень («мода» і «псевдомода»). Зазвичай під хвильовою модою розуміють розв'язок, отриманий при деяких припущеннях щодо фізичних властивостей збурень, а псевдомодою — розв'язок, що математично доповнює моду з протилежним знаком перед радикалом. Повністю збігаючись за дисперсією, мода і псевдомода відрізняються залежністю амплітуди від висоти і поляризацією.

З рівнянь системи (1) також впливають поляризаційні співвідношення, які пов'язують флуктуації різних параметрів АГХ. Для нашого подальшого аналізу зручно виразити їх через складову швидкості  $V_z$ :

$$V_x = iV_z \frac{k_x c_s^2 (a - 1/H)}{k_x^2 c_s^2}, \quad (5)$$

$$\frac{p}{p_0} = iV_z \frac{(a - 1/H)}{(1 - k_x^2 c_s^2)}, \quad (6)$$

$$\frac{T}{T_0} = iV_z \frac{(1 - k_x^2 g)}{(1 - k_x^2 c_s^2)}, \quad (7)$$

$$\dots = iV_z \frac{k_x^2 g (1 - k_x^2 c_s^2) (a - 1/H)}{(1 - k_x^2 c_s^2)}, \quad (8)$$

де ми також додали поляризаційне співвідношення (6) для збуреного тиску  $p/p_0 = T/T_0 + \dots$ . З системи (5)–(8) видно, що в еванесцентних хвилях з дійсним значенням зсуви фаз між збуреними величинами не залежать від спектральних характеристик. Для вільно поширюваних АГХ  $a = (1/2H) ik_z$ , і тому зсуви фаз між збуреними величинами змінюються в залежності від спектральних властивостей хвиль. Докладніше особливості поляризації різних типів акустико-гравітаційних хвиль та можливість їхньої ідентифікації за супутниковими даними розглянуто в роботі [2].

### СКЛАДОВІ ЕНЕРГІЇ АГХ

Закон збереження енергії АГХ в ідеальній ізотермічній атмосфері можна отримати із системи рівнянь (1). Він має такий вигляд [1, 18]:

$$-\frac{d}{dt}[E_K + E_A + E_G] + \nabla p = 0, \quad (9)$$

де  $E_K = \frac{1}{2} \rho_0 V^2$  — щільність кінетичної енергії,  $E_A = \frac{(p)^2}{2 \rho_0 c_s^2}$  — щільність потенціальної енергії акустичного стиснення,  $E_G = \frac{(p/c_s)^2}{2 \rho_0 (1-c_s^2)}$  — щільність потенціальної термобаричної енергії,  $\nabla p$  — потік енергії. Термобарична потенціальна енергія пов'язана з вертикальними зміщеннями елементарного об'єму під дією сили тяжіння, тобто фактично є гравітаційною складовою [1].

Деякі висновки щодо енергетики еванесцентних хвиль можна одразу зробити на основі поляризаційних співвідношень (5)–(8). Оскільки така хвиля поширюється тільки в горизонтальній площині, перенесення енергії у вертикальному напрямку не відбувається. Отже, середній за період вертикальний потік хвильової енергії дорівнює  $\overline{F_z} = \langle p \mathbf{V} \rangle_z = 0$ , як і середній вертикальний імпульс  $\overline{P_z} = \langle \mathbf{V} \rangle_z = 0$ . Враховуючи, що для ідеального атмосферного газу  $p/p_0 = (T/T_0) = (\rho/\rho_0)^{\gamma}$ , з першого рівняння (1) отримуємо  $p = p_0 (\rho/\rho_0)^{1/\gamma}$ . Тому умова  $\overline{F_z} = 0$  призводить до того, що коливання вертикальної і горизонтальної складових швидкості в еванесцентних хвилях зміщені по фазі на  $\pi/2$ . Відхилення від цього значення зсуву означає, що є перенесення хвильової енергії у вертикальному напрямку. Оскільки в еванесцентних хвилях коливання  $V_x$  і  $V_z$  зміщені на  $\pi/2$ , то при дійсному значенні  $a$  величина  $\text{div} \mathbf{V} = (\partial V_x / \partial x) + (\partial V_z / \partial z) = \overline{V_z}$ . Тоді з третього і четвертого рівнянь системи (1) випливає, що  $T/T_0$  і  $\rho/\rho_0$  також зміщені по фазі на  $\pi/2$  відносно  $V_z$ . Це узгоджується з умовою  $\overline{P_z} = 0$ . Тобто зміщення флуктуацій  $V_z$  по фазі на  $\pi/2$  відносно інших збурених величин згідно з (5)–(8) вказує на відсутність перенесення енергії та імпульсу у вертикальному напрямку.

Для вільно поширюваних АГХ зсув фаз між коливаннями вертикальної і горизонтальної складових швидкості змінюється в інтервалі  $(0, \pi/2)$  в залежності від спектральних властивостей [9]. Такі хвилі поширюються під кутом до горизонтальної площини і переносять енергію у вертикальному напрямку. Відзначимо, що вертикальний потік енергії АГХ при певних спектральних параметрах має виражений максимум [3]. Отже, такі хвилі найбільш ефективні для енергообміну між різними висотними рівнями атмосфери. Згідно з супутниковими спостереженнями, у полярній термосфері переважають АГХ, у яких коливання  $V_z$  і  $V_x$  відбуваються майже у фазі [5]. Це вказує на ефективне перенесення імпульсу в вертикальному напрямку.

Використовуючи поляризаційні співвідношення, виразимо складові потенціальної енергії  $E_A$  та  $E_G$  через складові швидкості частинок. Оскільки  $p = \rho_0 (V_x/k_x)$ , для акустичної потенціальної енергії одразу отримаємо  $E_A = \frac{1}{2} \rho_0 V_x^2 \frac{1}{k_x c_s^2}$ . Для отримання виразу

для термобаричної енергії спочатку виключимо  $p$  за допомогою поляризаційних співвідношень (6) і (8), в результаті отримаємо  $E_G = (p)^2 \frac{1}{2 \rho_0 c_s^2} \frac{1}{k_x^2 c_s^2} \frac{1}{(aH-1)^2}$ . Потім з використанням рівняння (5)

після деяких перетворень отримаємо  $E_G = \frac{1}{2} \rho_0 V_z^2 \frac{N^2}{(aH-1)^2}$ . Таким чином,

всі складові щільності енергії АГХ можна виразити через складові швидкості частинок. Ці вирази не залежать від величини  $a$  і мають однаковий вигляд для вільно поширюваних та еванесцентних хвиль.

### ЕНЕРГЕТИЧНИЙ БАЛАНС ВІЛЬНО ПОШИРЮВАНИХ АГХ

Зупинимося коротко на основних особливостях енергетики вільно поширюваних АГХ. Більш докладно ці питання розглянуто в роботах [1, 4, 18]. Для вільно поширюваних АГХ з  $a = (1/2H) ik_z$  зв'язок складових швидкості має вигляд

$$\frac{V_x}{V_z} = k_x c_s^2 ik_z \frac{(2H)}{2H} (1 - k_x^2 c_s^2)^{-1/2}. \quad (10)$$

Звідси випливає відношення квадратів їхніх модулів при дійсних значеннях  $k_z$ :

$$\frac{|V_x|^2}{|V_z|^2} = k_z^2 \frac{2H}{2H} (1 - k_x^2 c_s^2)^{-1}. \quad (11)$$

Запишемо дисперсійне рівняння (3) для вільно поширюваних АГХ у вигляді

$$\frac{2}{2H} k_z^2 k_x^2 \left( 1 - \frac{N^2}{k_x^2 c_s^2} \right) = 1. \quad (12)$$

Використовуючи вирази (11) і (12), отримаємо

$$|V_x|^2 \left( 1 - \frac{N^2}{k_x^2 c_s^2} \right) = |V_z|^2 \frac{N^2}{2}. \quad (13)$$

Помноживши праву і ліву частини (13) на  $1/4$ , в результаті отримаємо рівняння енергетичного балансу для вільно поширюваних АГХ:

$$\bar{E}_{Kx} = \bar{E}_{Kz} = \bar{E}_A = \bar{E}_G, \quad (14)$$

де середні за період значення складових енергії АГХ мають вигляд

$$\begin{aligned} \bar{E}_{Kx} &= \frac{1}{4} \rho_0 V_x^2, & \bar{E}_{Kz} &= \frac{1}{4} \rho_0 V_z^2, \\ \bar{E}_A &= \frac{1}{4} \rho_0 V_x^2 \frac{1}{k_x c_s}, & \bar{E}_G &= \frac{1}{4} \rho_0 V_z^2 \frac{N^2}{2}. \end{aligned}$$

Згідно з рівнянням (14) середні за період значення кінетичної і потенціальної енергій АГХ дорівнюють одна одній:

$$\bar{E}_K = \bar{E}_{Kx} = \bar{E}_{Kz} = \bar{E}_A = \bar{E}_G = \bar{E}_P.$$

Ця умова виконується для вільно поширюваних акустичних і гравітаційних АГХ.

## ЕНЕРГЕТИЧНИЙ БАЛАНС ЕВАНЕСЦЕНТНИХ ХВИЛЬ

Отримаємо рівняння енергетичного балансу для еванесцентних хвиль. Для цих хвиль з дійсним значенням величини  $a$  з (5) впливає вираз

$$\frac{|V_x|^2}{|V_z|^2} = \frac{g}{c_s^2} a^2 k_x^2 \left( 1 - \frac{N^2}{k_x^2 c_s^2} \right). \quad (15)$$

Запишемо дисперсійне рівняння (3) для еванесцентних хвиль у вигляді

$$\frac{g}{c_s^2} a^2 = a^2 \frac{N^2}{g} k_x^2 \left( 1 - \frac{N^2}{k_x^2 c_s^2} \right) = 1. \quad (16)$$

З рівнянь (15) і (16) отримаємо

$$a \frac{N^2}{g} \left( 1 - \frac{N^2}{k_x^2 c_s^2} \right) |V_x|^2 = \frac{g}{c_s^2} a^2 \frac{N^2}{2} \left( 1 - \frac{N^2}{k_x^2 c_s^2} \right) |V_z|^2. \quad (17)$$

Помноживши (17) на  $1/4$ , отримаємо рівняння енергетичного балансу для еванесцентних АГХ:

$$a \frac{N^2}{g} (\bar{E}_{Kx} - \bar{E}_A) = \frac{g}{c_s^2} a (\bar{E}_G - \bar{E}_{Kz}). \quad (18)$$

Видно, що при довільних значеннях  $a$  кінетична і потенціальна енергії в еванесцентних АГХ не дорівнюють одна одній. Умова рівності цих енергій виконується при  $a = 1/2H$ , тобто на границі між областю вільного поширення і еванесцентною областю АГХ.

Розглянемо енергетичні баланси для окремих відомих типів еванесцентних мод. При  $T/T_0 = 0$  розв'язком системи (1) є f-мода  $\omega^2 = k_x g, a = k_x, V_z = iV_x$ , яку часто спостерігають на Сонці [10]. Для з системи (1) впливає недавно виявлено  $\omega^2 = k_x g(1 - a)$ ,  $a = (1/H) k_x, V_x = iV_z$  [7]. Поклавши умову  $V_x = 0$ , отримаємо добре відомий розв'язок у вигляді коливань Брента — Вейселя  $\omega^2 = N^2, a = 1/H$  [8]. При  $V_z = 0$  з системи (1) отримаємо хвилю Лемба  $\omega^2 = k_x^2 c_s^2, a = (1 - 1)/H$  [12]. Розташування вказаних чотирьох еванесцентних мод на спектральній площині  $(k_x, \omega)$  показано на рис. 1. Штриховими кривими позначено границі між областями вільного поширення АГХ та еванесцентною областю. Вгорі розташована акустична область спектру, а внизу — гравітаційна область.

Для f-моди отримаємо для середніх за період значень  $\bar{E}_A = \frac{0|V_x|^2}{4k_x H}, \bar{E}_G = \frac{0|V_x|^2(1 - 1)}{4k_x H}$ , для  $\omega$ -моди  $\bar{E}_A = \frac{0|V_x|^2(1 - 1)}{4k_x H}, \bar{E}_G = \frac{0|V_x|^2}{4k_x H}$ , де використано, що для обох цих мод  $|V_x|^2 = |V_z|^2$ . Тому

повні потенціальні енергії для f- і  $\omega$ -мод задаються однаковими виразами  $\bar{E}_P = \frac{0|V_x|^2}{4k_x H^2}$ , так само як і кінетичні  $\bar{E}_K = \frac{1}{2} 0|V_x|^2$ . Умова  $\bar{E}_K = \bar{E}_P$  для обох цих мод виконується лише в одній точці  $k_x = 1/2H$ , де одна з них дотикається до акустичної або гравітаційної областей вільного поширення АГХ. При інших значеннях  $k_x$  потенціальна і кінетична енергії для f- і  $\omega$ -мод не дорівнюють одна одній.

Для моди Лемба  $\omega^2 = k_x^2 c_s^2$  з  $V_z = 0$  виконується  $\bar{E}_K = \frac{1}{4} 0|V_x|^2$ , а  $\bar{E}_P = \frac{1}{4} 0|V_x|^2 \frac{1}{k_x c_s^2}$ , тобто  $\bar{E}_K = \bar{E}_P$ . Для коливань БВ  $\omega^2 = N^2$  з  $V_x = 0$  отримаємо  $\bar{E}_K = \frac{1}{4} 0|V_z|^2, \bar{E}_P = \frac{1}{4} 0|V_z|^2 \frac{N^2}{g}$ , і умова  $\bar{E}_K = \bar{E}_P$  також виконується.

Таким чином, в еванесцентній області спектра умова виконується лише в окремих випадках: 1) для хвилі Лемба з чисто горизонтальними рухами частинок; 2) коливань БВ з вертикальними рухами; 3) для f- і  $\omega$ -мод в точці  $k_x = 1/2H$ . В інших областях еванесцентного



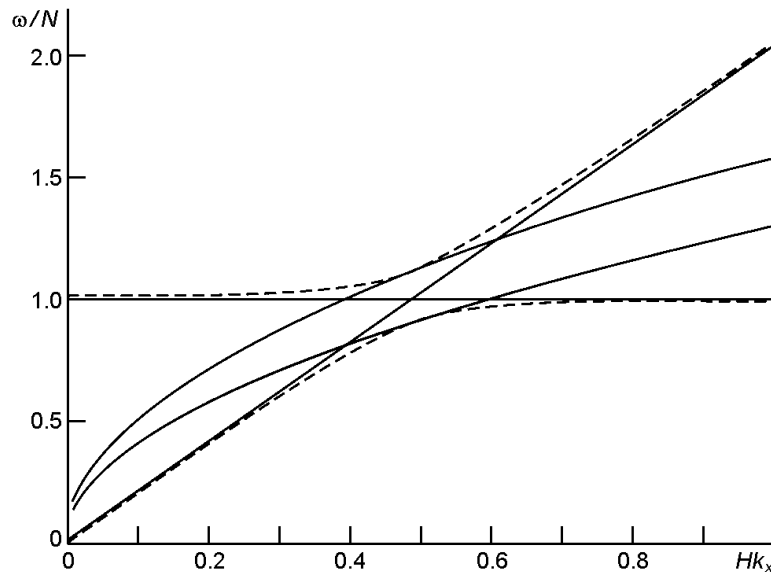


Рис. 1. Дисперсійні залежності  $(k_x)$  для еванесцентних хвильових мод:  $\sqrt{k_x g}$  (верхня суцільна крива),  $\sqrt{k_x g(1)}$  (нижня суцільна крива),  $N$  (горизонтальна пряма),  $k_x c$  (похила лінія). Штриховими кривими позначено границі акустичної та гравітаційної областей вільно поширюваних АГХ

спектру АГХ потенціальна і кінетична енергії не дорівнюють одна одній.

Відомо, що поширення в атмосфері відносно швидких хвиль (акустичних і внутрішніх гравітаційних) супроводжується періодичним перетворенням кінетичної енергії в потенціальну і навпаки. При цьому кінетична енергія становить в середньому  $1/2$  від повної енергії згідно з теоремою віріала [1]. Тому виконання умови  $\bar{E}_K = \bar{E}_P$  ймовірно вказує на наявність енергетично вигідних режимів поширення АГХ. Для вільно поширюваних під кутом до горизонтальної площини АГХ ця умова виконується для всіх хвиль, як акустичних, так і внутрішніх гравітаційних згідно з рівнянням енергетичного балансу (13). Проте в еванесцентній області спектру умова рівності середніх значень кінетичної та потенціальної енергій виконується лише в окремих випадках, розглянутих вище. На нашу думку, такі еванесцентні моди реалізуються в середовищі з більшою ймовірністю. Підтвердженням цього може бути переважання просторового масштабу  $k_x = 1/2H$  для f- і -мод у спостереженнях.

## ВИСНОВКИ

Отримано рівняння, що описує енергетичний баланс еванесцентних акустико-гравітаційних хвиль в ізотермічній атмосфері. Проаналізовано відмінності енергетичного балансу в спектральних областях вільно поширюваних АГХ (акустичних і внутрішніх гравітаційних) та

еванесцентних хвильових мод. Для вільно поширюваних АГХ потенціальна і кінетична енергії завжди дорівнюють одна одній, в тому числі на границі вільного поширення при  $k_z = 0$ . В еванесцентній області спектру середні за період щільності кінетичної та потенціальної енергії АГХ не дорівнюють одна одній, за винятком окремих випадків. Зокрема, в еванесцентній області  $\bar{E}_k = \bar{E}_p$  для: 1) хвилі Лемба; 2) коливальних Брента — Вайсяля; 2) f- і -мод в точці  $k_x = 1/2H$ , де вони дотикаються до акустичної та гравітаційної областей вільного поширення АГХ відповідно.

Виконання умови для окремих еванесцентних мод може свідчити про їхню переважну реалізацію порівняно з іншими типами еванесцентних збурень.

Роботу виконано за фінансової підтримки Національного фонду досліджень України, проєкт 2020.02/0015 «Теоретичні та експериментальні дослідження глобальних збурень природного і техногенного походження в системі Земля атмосфера іоносфера» та часткової підтримки Державної установи «Національний антарктичний науковий центр МОН України» (Договір № Н/05-2021).

1. Дикий Л. А. *Теория колебаний земной атмосферы*. Л., Гидрометеиздат, 1969. 196 с.
2. Клименко Ю. О., Федоренко А. К., Крючков Є. І., Черемних О. К., Войцеховська А. Д., Селіванов Ю. О., Жук І. Т. Ідентифікація акустико-гравітаційних хвиль за даними супутникових вимірювань. *Кінематика і фізика небесних тіл*. 2021. 37, № 6, С. 3–8.
3. Крючков Е. И., Федоренко А. К. Особенности переноса энергии в атмосфере акустико-гравитационными волнами. *Геомагнетизм и аэрономия*. 2012. 52, № 2. С. 251–257.
4. Федоренко А. К. Энергетический баланс акустико-гравитационных волн над полярными шапками по данным спутниковых измерений. *Геомагнетизм и аэрономия*. 2010. 50, №1. 111–122.
5. Федоренко А. К., Захаров І. В. Специфічний коливальний режим в полярній термосфері. *Космічна наука і технологія*. 2012. 18, № 2. С. 26–32. <https://doi.org/10.15407/knit2012.02.026>.
6. Beer T. *Atmospheric Waves*. John Wiley, New York, 1974. 300 p.
7. Cheremnykh O. K., Fedorenko A. K., Kryuchkov E. I., Selivanov Y. A. Evanescent acoustic-gravity modes in the isothermal atmosphere: systematization, applications to the Earth's and Solar atmospheres. *Ann. Geophys.* 2019. 37, N 3. P. 405–415. <https://doi.org/10.5194/angeo-37-405-2019>.
8. Gossard E., Hooke W. *Waves in the Atmosphere: Atmospheric Infrasound and Gravity Waves: Their Generation and Propagation*. Elsevier Scientific Publishing Company. 1975. 456 p.
9. Hines C. O. Internal gravity waves at ionospheric heights. *Can. J. Phys.* 1960. 38. 1441–1481.
10. Jones W. L. Non-divergent oscillations in the Solar Atmosphere. *Solar Phys.* 1969. 7. P. 204–209.
11. Kundu P. *Fluid Dynamics*. Elsevier, New York, 1990, 638.

12. Lamb H. *Hydrodynamics*. Dover, New York, 1932, 362.
13. Roy A., Roy S., Misra A.P. Dynamical properties of acoustic-gravity waves in the atmosphere. *J. Atmos. and Solar-Terr. Phys.* 2019. 186. P. 78—81.
14. Stenflo L., Shukla P. K. Nonlinear acoustic gravity wave. *J. Plasma Phys.* 2009. 75. P. 841—847. doi.org/10.1017/S0022377809007892.
15. Tolstoy I. The theory of waves in stratified fluids including the effects of gravity and rotation. *Rev. Modern Phys.* 1963. 35, N1.
16. Vadas S. L., Fritts M. J. Thermospheric responses to gravity waves: Influences of increasing viscosity and thermal diffusivity. *J. Geophys. Res.* 2005. 110, D15103. doi:10.1029/2004JD005574.
17. Waltercheid R. L., Hecht J. H. A reexamination of evanescent acoustic-gravity waves: Special properties and aeronomical significance. *J. Geophys. Res.* 2003. 108, D11. 4340. doi:10.1029/2002JD002421.
18. Yeh K. S., Liu C. H. Acoustic-gravity waves in the upper atmosphere. *Rev. Geophys. Space. Phys.* 1974. 12. P. 193—216.
19. Zhang S. D., Yi F. A numerical study of propagation characteristics of gravity wave packets propagating in a dissipative atmosphere. *J. Geophys. Res.* 2002. 107. D14. P.1—9.

## REFERENCES

1. Dikiy L. A. (1969) *Theory of oscillations of the Earth atmosphere*. L., Gidrometeoizdat, 196.
2. Klymenko Yu. O., Fedorenko A. K., Kryuchkov E. I., Cheremnykh O. K., Voitsekhovska A. D., Selivanov Y. O., Zhuk I. T. (2021) Identification of Acoustic-Gravity Waves According to the Satellite Measurement Data. *Kinematics and Phys. of Celestial Bodies*. 37 (6). 273—283 (In Russian).
3. Kryuchkov E. I., Fedorenko A. K. (2012) Peculiarities of energy transport in the atmosphere by acoustic gravity waves. *Geomagn. Aeron.* 52. 235—241 (In Russian).
4. Fedorenko A. K. (2010) Energy balance of acoustic gravity waves above the polar caps according to the data of satellite measurements. *Geomagn. Aeron.* 50. 107—118. <https://doi.org/10.1134/S0016793210010123> (In Russian).
5. Fedorenko A. K., Zakharov I. V. (2012) Specific oscillatory mode in the polar thermosphere. *Kosm. nauka tehnol.* 18 (2). 26—32. doi.org/10.15407/knit2012.02.026 (In Russian).
6. Beer T. (1974) *Atmospheric Wave*. John Wiley, New York, 300.
7. Cheremnykh O. K., Fedorenko A. K., Kryuchkov E. I., Selivanov Y. A. (2019) Evanescent acoustic-gravity modes in the isothermal atmosphere: systematization, applications to the Earth's and Solar atmospheres. *Ann. Geophys.* 37 (3), 405—415. doi.org/10.5194/angeo-37-405-2019.
8. Gossard E., Hooke W. (1975) *Waves in the Atmosphere: Atmospheric Infrasound and Gravity Waves: Their Generation and Propagation*. Elsevier Scientific Publishing Company, 456.
9. Hines C. O. (1960) Internal gravity waves at ionospheric heights. *Can. J. Phys.* 38. 1441—1481.
10. Jones W. L. (1969) Non-divergent oscillations in the Solar Atmosphere. *Solar Phys.* 7. 204—209.
11. Kundu P. (1990) *Fluid Dynamics*. Elsevier, New York, 638.
12. Lamb H. (1932) *Hydrodynamics*. Dover, New York, 362.
13. Roy A., Roy S., Misra A. P. (2019) Dynamical properties of acoustic-gravity waves in the atmosphere. *J. Atmos. and Solar-Terr. Phys.* 186. 78—81.

14. Stenflo L., Shukla P. K. (2009) Nonlinear acoustic gravity wave. *J. Plasma Phys.* 75. 841—847 (2009). doi.org/10.1017/S0022377809007892.
15. Tolstoy I. (1963) The theory of waves in stratified fluids including the effects of gravity and rotation. *Rev. Modern Phys.* 35 (1).
16. Vadas S. L., Fritts M. J. (2005) Thermospheric responses to gravity waves: Influences of increasing viscosity and thermal diffusivity. *J. Geophys. Res.* 110, D15103. doi:10.1029/2004JD005574.
17. Waltercheid R. L., Hecht J. H. (2003) A reexamination of evanescent acoustic-gravity waves: Special properties and aeronomical significance. *J. Geophys. Res.* 108, D11. 4340. doi:10.1029/2002JD002421.
18. Yeh K.S., Liu C. H. (1974) Acoustic-gravity waves in the upper atmosphere. *Rev. Geophys. Space Phys.* 12. 193—216.
19. Zhang S. D., Yi F. (2002) A numerical study of propagation characteristics of gravity wave packets propagating in a dissipative atmosphere. *J. Geophys. Res.* 107. D14. 1—9.

*A. K. Fedorenko, O. K. Cheremnykh, E. I. Kryuchkov, D. I. Vlasov*  
Space Research Institute of the National Academy of Sciences of Ukraine  
and the State Space Agency of Ukraine

#### ENERGY BALANCE OF EVANESCENT ACOUSTIC-GRAVITY WAVES

The features of the energy balance of evanescent acoustic-gravity waves in the atmosphere are investigated. In the case of freely propagating AGWs in an ideal isothermal atmosphere (without taking into account dissipation and sources), the average values of the kinetic and potential energy densities are equal to each other over the period. This is true for the acoustic and gravity regions of the acoustic-gravity spectrum. It is shown that, in the evanescent region of the spectrum the average values of the density of the kinetic and potential energies of AGWs over the period are not equal to each other in the general case. The exceptions are the Lamb wave and the Brent-Väisälä oscillations, in which the particles oscillate only along one coordinate (horizontally or vertically). In addition, the kinetic and potential energy densities are equal for the f- and -modes at the points where they touch the regions of freely propagating waves. An assumption is made regarding the prevailing realization of those evanescent regimes for which the equality of the average values of the kinetic and potential energies is fulfilled.

**Keywords:** acoustic-gravity wave, evanescent wave mode, energy balance.

Стаття надійшла до редакції 09.02.2022  
Після доопрацювання 09.02.2022  
Прийнята до друку 22.04.2022