

doi: <https://doi.org/10.15407/kfnt2022.03.003>

УДК 551.511.31; 534.015.1

**О. К. Черемних, С. О. Черемних, Д. І. Власов**

Інститут космічних досліджень Національної академії наук України  
та Державного космічного агентства України  
03187, Київ-187, просп. Академіка Глушкова, 40, к. 4/1  
oleg.cheremnykh@gmail.com,  
ikdcheremnykh@gmail.com,  
dima.i.vlasov@gmail.com

### **Вплив обертання атмосфери Землі на спектр акустико-гравітаційних хвиль**

У нещодавній роботі [Cheremnykh O. et al., Adv. Space Res., 2022] було показано, що врахування обертання атмосфери Землі призводить до появи на діагностичній діаграмі акустико-гравітаційних хвиль нової області еванесцентних хвиль з неперервним спектром частот. Виявлена область розташовується під нижньою межею гравітаційних хвиль, яка дорівнює  $2\pi$  при всіх довжинах хвиль, де  $\omega$  — кутова частота обертання атмосфери. Цей результат було отримано для високоширотних областей атмосфери, в яких можна обмежитися тільки урахуванням вертикального компонента частоти обертання Землі. У цій роботі показано, що при одночасному врахуванні як горизонтального ( $\cos \theta$ , тут  $\theta$  — широта місця), так і вертикального ( $\sin \theta$  компонентів вектора частоти обертання атмосфери  $\vec{\omega}$ ) домінують роль у поширенні акустико-гравітаційних хвиль відіграє вертикальний компонент. Продемонстровано, що горизонтальний компонент призводить до несуттєвої модифікації на діагностичній діаграмі меж областей акустичних та гравітаційних хвиль, якою можна знехтувати. Показано, що вертикальний компонент частоти найбільш сильно впливає на нижню межу гравітаційних хвиль, яка при всіх довжинах хвиль залежить від широти місця спостереження та дорівнює  $2\pi \sin \theta$ .

**Ключові слова:** акустичні хвилі, гравітаційні хвилі, еванесцентні хвилі, обертання атмосфери, діагностична діаграма.

**ВСТУП**

Інтерес до вивчення акустико-гравітаційних хвиль (АГВ) в атмосфері Землі не слабшає протягом багатьох десятиріч [10, 20, 40, 46]. На відміну від хвиль, що поширюються в іоносфері та магнітосфері, існування яких істотно залежить від стану навколоземної плазми [13], геометрії магнітного поля Землі [8], зовнішніх космічних джерел [1], АГВ реалізуються в слабоіонізованому середовищі, а при їхньому розгляді можна знехтувати впливом заряджених частинок і магнітного поля. Джерелами АГВ у земній атмосфері та іоносфері виступають землетруси, вулканічні викиди, торнадо, грози, сонячні затемнення, пересування сонячного термінатора, висипання заряджених частинок і дисипація струмів у полярних областях, магнітосферні бурі, суббурі, сильні наземні вибухи та запуски ракет [5, 18]. Першими, хто вказав на важливу роль АГВ для багатьох процесів у атмосфері та іоносфері Землі, були Мартін [33] і Хайнс [20]. Результати численних теоретичних і експериментальних досліджень показали, що АГВ дають значний внесок в динаміку та енергетику атмосфери, забезпечуючи ефективну взаємодію між різними висотними рівнями. Значний вплив ці хвилі справляють на формування атмосферної конвекції та турбулентності. Вони також впливають на формування погодних систем та інші атмосферні процеси. Енергія та момент, які АГВ транспортують «знизу вгору» в атмосферу та іоносферу, еквівалентні та навіть перевищують ті, які вони отримують з сонячного вітру та інших джерел [2, 15]. Ці хвилі грають також важливу роль в динаміці іоносферної плазми [21]. Зокрема, досягнувши іоносфери, АГВ впливають на добротність магнітосферного резонатора для електромагнітних хвиль [6]. Незважаючи на те, що основні характеристики АГВ вивчені та викладені у низці книг [7, 19, 34, 42, 44, 47] і оглядів [18, 33, 50], а також досягнуто певного прогресу у побудові лінійної [16, 17, 41, 51] та нелінійної теорії цих хвиль [22, 24, 36, 37, 43] увага до даної проблеми, як і раніше, залишається великою. В даний час для досліджень АГВ удосконалюються наземні та супутникові методи спостереження атмосфери Землі та Сонця, ускладнюються теоретичні моделі, поліпшуються програми чисельних розрахунків, розглядаються задачі врахування нелінійних ефектів. Досі не втратили актуальності дослідження у царині лінійної теорії атмосферних збурень [12, 17, 48, 49, 52].

Теорія акустико-гравітаційних хвиль передбачає існування в ізотермічній стратифікованій атмосфері хвиль, що вільно поширюються під кутом до горизонту та еванесцентних хвильових мод, що поширюються горизонтально [19]. Для еванесцентних хвиль вертикальний компонент хвильового вектора являє собою комплексну величину та визначає експоненціальну зміну їхніх амплітуд в залежності від висоти. Добре відомо, що спектр АГВ, що вільно поширюються, є неперервним, і на діагностичній діаграмі (частота — горизонтальний хвильовий вектор) [25] він складається з високочастотної акустичної об-

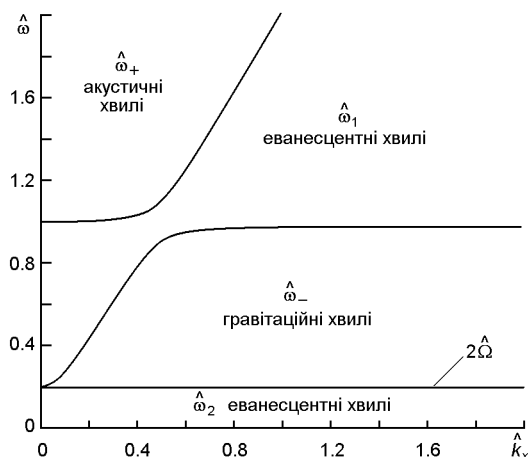


Рис. 1. Діаграма акустико-гравітаційних хвиль для високоширотних областей з урахуванням обертання атмосфери Землі. Тут  $\hat{\omega} = \frac{\omega}{\omega_a}$ ,  $\hat{k}_x = \frac{k_x H}{a}$ , а  $\frac{c_s}{2H}$

ласті та низькочастотної області внутрішніх гравітаційних хвиль [18, 20]. Роль еванесцентних хвиль в динаміці та енергетиці атмосферних процесів вивчена значно меншою мірою. До недавнього часу було відомо лише кілька розв'язків для еванесцентних мод: коливання Брента — Вяйсяля [49]), хвиля Лемба [4, 28], f-мода [23], а також -мода [9]. Однак в роботі [10] було показано, що спектр еванесцентних акустико-гравітаційних хвиль є неперервним. Знайдений спектр еванесцентних акустико-гравітаційних хвиль заповнює на діагностичній діаграмі всю «заборонену» область між вільними акустичними і внутрішніми гравітаційними хвилями. Таким чином, з урахуванням отриманого результату спектр АГВ на всій площині діагностичної діаграми є неперервним і складається з акустичної та гравітаційної областей, розділених областю еванесцентних хвиль.

У нещодавній роботі [11] було розглянуто вплив обертання атмосфери Землі на спектр акустико-гравітаційних хвиль. Результати цієї роботи зручно пояснити за допомогою діагностичної діаграми, представленої на рис. 1. Видно, що спектр акустико-гравітаційних хвиль складається з акустичної та гравітаційної областей, а також з двох областей еванесцентних хвиль з неперервним спектром. Частоти на цьому рисунку нормовані на частоту акустичної відсічки  $\omega_a$ , а хвильові вектори — на приведену висоту атмосфери. Одна область еванесцентних акустико-гравітаційних хвиль (з частотами  $\hat{\omega}_1$ ) розташована між областями вільних акустичних і гравітаційних хвиль і містить неперервний набір частот вище частоти  $2\Omega$  (параметр Коріоліса). Друга область еванесцентних хвиль (з частотами  $\hat{\omega}_2$ ) реалізується за рахунок обертання атмосфери Землі та лежить нижче частоти  $2\Omega$ , яка при всіх довжинах хвиль є нижньою межею області гравітаційних хвиль.

Результати, представлені на рис. 1, були отримані для високоширотних ( $\approx 60^\circ$ ) областей атмосфери Землі, які інтенсивно дослід-

жуються останнім часом [16, 17, 26, 27]. При побудові моделей акустико-гравітаційних хвиль в цих областях можна обмежитись урахуванням тільки вертикального компонента частоти обертання Землі. У даній роботі ми зосередимо свою увагу на вивченні впливу як горизонтального, так і вертикального компонента частоти обертання Землі на спектр акустико-гравітаційних хвиль. Це дозволить дослідити поведінку цих хвиль в областях поблизу екватора та середніх широт. Дослідження будемо проводити в рамках моделі, використаної в роботах [11, 32].

Дотримуючись цієї моделі, ми знехтуємо кривизною земної атмосфери та будемо використовувати наближення повітряного шару з плоскопаралельними межами. Ми будемо вважати частоту обертання Землі величиною постійною у межах розглянутого шару. Оскільки при врахуванні горизонтального компонента частоти обертання Землі атмосферу не можна вважати ізотропною в горизонтальній площині, ми розглянемо два випадки поширення хвиль. У першому випадку вважаємо, що хвилі поширюються по широті, а в другому — по довготі. Ми обмежимо розгляд вільними акустичними та гравітаційними хвилями, оскільки (див. рис. 1) граничні частоти цих хвиль збігаються з граничними частотами еванесцентних хвиль (див. докладніше в роботі [11]). Тому на діагностичній діаграмі граничні частоти вільних акустичних і гравітаційних хвиль також визначають границі областей еванесцентних хвиль.

Слід наголосити, що результати роботи [11] носять якісний характер, оскільки отримані для значень  $\omega$ , які відрізняються від реальних. Ми будемо орієнтуватися на значення  $\omega$ , близькі до реальної частоти обертання атмосфери Землі. Оскільки ця частота набагато менша від характерних частот акустичних і гравітаційних хвиль в атмосфері Землі, то нас буде цікавити у першу чергу поведінка хвильових збурень на різних широтах поблизу частот порядку  $\omega$ , де, як ми очікуємо, буде відбуватися помітна деформація спектру акустичних і гравітаційних хвиль. Відзначимо, що акустико-гравітаційні хвилі з частотами порядку частоти обертання Землі лежать у тому ж частотному діапазоні, що і добре відомі хвилі Россбі [38, 39]. Останні відіграють важливу роль в динаміці атмосфери й океану Землі [30, 31]. Тому дослідження акустико-гравітаційних хвиль з частотами порядку частоти обертання Землі є актуальною геофізичною задачею.

## ВИХІДНІ РІВНЯННЯ

Для розгляду хвильових процесів у атмосфері Землі, що обертається, виходимо з добре відомих рівнянь динаміки ідеального газу, який перебуває у полі тяжіння:

$$\frac{d}{dt} \operatorname{div} \vec{v} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{dp}{dt} = C_s^2 \frac{d}{dt}, \quad (2)$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{p}{2[\vec{v} \cdot \vec{v}]} \vec{g}, \quad (3)$$

де

$$\frac{d}{dt} = \frac{d}{dt} + (\vec{v} \cdot \nabla).$$

Тут  $\vec{v}$  — гідродинамічна швидкість елементарного об'єму по відношенню до обертання атмосфери,  $p$  і  $\rho$  — тиск і щільність газового середовища,  $\vec{g}$  — прискорення вільного падіння,  $C_s$  — швидкість звуку при постійній ентропії. Рівняння (1)–(3) записані в системі координат, що обертається разом з атмосферою Землі з кутовою швидкістю [3].

Ми будемо розглядати хвильові збурення з довжинами хвиль, набагато меншими від радіуса Землі. Тому кривизною атмосфери Землі ми будемо нехтувати, і згідно з [11, 32] будемо вивчати акустико-гравітаційні хвилі на площині, яка дотикається до сферичного газового шару у певній точці  $A$ . Введемо на цій площині декартову систему координат  $x, y, z$  таким чином, щоб вісь  $z$  була спрямована назовні до площини, так що  $\vec{g} = g\vec{e}_z$ , вісь  $x$  спрямована із заходу на схід, а вісь  $y$  — з півдня на північ. Якщо географічна широта точки  $A$  дорівнює  $\theta$ , то  $e_x = 0$ ,  $e_y = \cos \theta$ ,  $e_z = \sin \theta$ . Далі ми вважатимемо  $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ .

Як і у роботах [10, 11], ми обмежимося розглядом збурень в ізотермічній атмосфері, котра при відсутності збуджень перебуває у стані статичної рівноваги ( $\vec{v} = 0$ ). У такій атмосфері рівноважні щільність та тиск, що фігурують в рівняннях (1)–(3), є функціями  $z$  та задовольняють умови гідростатичної рівноваги та барометричної стратифікації:

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g, \quad \frac{p(z)}{p(0)} = \frac{\rho(z)}{\rho(0)} e^{-z/H}, \quad H = \frac{C_s^2}{g}, \quad (4)$$

де  $H$  — приведена висота атмосфери,  $\gamma$  — показник адіабати.

Після лінеаризації рівнянь (1)–(3) відносно стану рівноваги, диференціювання отриманих рівнянь за часом і виключення збурених густини та тиску, отримуємо таку систему рівнянь малих коливань:

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} - 2 \frac{\partial y}{\partial t} \frac{\partial z}{\partial t} - \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} (C_s^2 \operatorname{div} \vec{v}) = g \frac{z}{x}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - 2 \frac{\partial z}{\partial t} \frac{\partial x}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial y} (C_s^2 \operatorname{div} \vec{v}) = g \frac{z}{y}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} - 2 \frac{\partial y}{\partial t} \frac{\partial x}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z} (C_s^2 \operatorname{div} \vec{v}) = g \operatorname{div} \vec{v}. \quad (7)$$

Тут  $\vec{v}$  — збурена швидкість. Інші позначення такі:

$$\vec{e}_x = \frac{\partial}{\partial x}, \quad \vec{e}_y = \frac{\partial}{\partial y}, \quad \vec{e}_z = \frac{\partial}{\partial z},$$

$$\operatorname{div} \vec{v} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}.$$

Рівняння (5)—(7) є вихідними для подальшого аналізу. Якщо в них знехтувати частотою обертання атмосфери Землі ( $\omega_y = \omega_z = 0$ ) та залежністю збурених величин від координати  $y$  ( $\partial/\partial y = 0$ ), отримаємо рівняння

$$\frac{\partial^2 v_x}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} (C_s^2 \operatorname{div} \vec{v}) = g \frac{\partial z}{\partial x},$$

$$\frac{\partial^2 v_z}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial z} (C_s^2 \operatorname{div} \vec{v}) = g \frac{\partial x}{\partial z},$$

які зазвичай використовуються як для розгляду акустичних і гравітаційних хвиль [20, 45], так і еванесцентних хвиль [9, 10, 49].

Відзначимо горизонтальну анізотропію поширення хвиль, а саме залежність виду рівнянь (5)—(7) від напрямку поширення хвиль. Тому нижче ми розглянемо вільні акустичні та гравітаційні хвилі для двох випадків:  $\partial/\partial x = 0$  (меридіональні хвилі) та  $\partial/\partial y = 0$  (широтні хвилі). Крім того, ми окремо розглянемо випадок  $\partial/\partial x = \partial/\partial y = 0$ , розв'язки якого, як буде показано нижче, якісно відрізняються від розв'язків для меридіональних і широтних хвиль, а частоти, які відповідають цим рішенням, лежать в тому ж діапазоні, що і частоти акустико-гравітаційних хвиль і хвиль Россбі.

### ІНЕРЦІЙНІ ГОРИЗОНТАЛЬНІ ТА ВНУТРІШНІ ВЕРТИКАЛЬНІ КОЛИВАННЯ

Розглянемо періодичний (інерційний) рух атмосферного газу в горизонтальній площині  $(x, y)$  під дією тільки сили Коріоліса. Такий рух, згідно з (5), (6), реалізується при умові  $\partial/\partial x = \partial/\partial y = 0$ . Розв'язки шукаємо у вигляді

$$v_{x,y,z} = v_{x,y,z}(t, z). \quad (8)$$

Вибір збурених швидкостей у вигляді (8) зумовлений структурою рівнянь (5)—(7). Після підстановки (8) в (5)—(7) маємо рівняння

$$-\frac{\partial^2 v_y}{\partial t^2} - 2 \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial^2 v_x}{\partial t^2} - 4 \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} - 2 \frac{\partial v_y}{\partial y} - \frac{\partial^2 v_z}{\partial t^2} = 0, \quad (10)$$

$$\frac{\partial^2 v_z}{\partial t^2} - 2 \frac{\partial v_x}{\partial y} - \frac{1}{z} \frac{\partial v_z}{\partial z} - C_s^2 \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} = 0. \quad (11)$$

Якщо в цих рівняннях покласти  $\gamma_y = 0$ , то отримаємо результат роботи [11]: горизонтальні та вертикальні коливання відбуваються незалежно. Більше того, рух частинок атмосферного газу в інерційних коливаннях буде відрізнятися від їхнього руху у внутрішніх вертикальних коливаннях.

Вважаючи

$$x_{,y,z}(t,z) = \exp i t \frac{z}{H},$$

де частота  $\omega$  є дійсною величиною, а параметр  $\gamma$  може бути комплексною величиною, з (9)—(11) після нескладних перетворень отримуємо систему алгебраїчних рівнянь відносно  $x$  і  $z$ :

$$(\omega^2 - 4 \frac{z}{H}) x - 2i \gamma_y z = 0, \tag{12}$$

$$(\omega^2 - N^2) z - 2i \gamma_y x = 0.$$

Тут

$$N^2 = \frac{g}{H} (1 - \gamma).$$

Легко бачити, що частота  $N$  буде дійсною та описуватиме вертикальні коливання при  $\gamma_y = 0$  ( $\gamma = 1/2$ ) у випадку  $0 < \gamma < 1$ . Максимального значення, що дорівнює частоті акустичної відсічки  $\omega_a = C_s/(2H)$ , ця частота досягає при  $\gamma = 1/2$ . В окремому випадку  $\gamma = 1/2$  вона збігається з частотою Брента — Вайсяля  $\omega_{БВ}^2 = (1 - \gamma)g^2/C_s^2$ . Якщо, дотримуючись підходу Хайнса [20], покласти  $\gamma = 1/2 - ik_z H$ , то частота  $N$  збігається з частотою вертикальних акустичних хвиль  $N^2 = \omega_a^2 - k_z^2 C_s^2$ . Отже, значення  $\gamma = 1/2$  ( $k_z = 0$ ) визначає граничну частоту еванесцентних хвиль.

З рівняння (12) випливає таке дисперсійне рівняння:

$$(\omega^2 - N^2)(\omega^2 - 4 \frac{z}{H} \sin^2 \theta) - 4 \frac{z}{H} \cos^2 \theta = 0. \tag{13}$$

З (13) видно, що при  $\theta = 0$  або  $\theta = 1$  ( $N^2 = 0$ ) реалізуються коливання з однією власною частотою

$$\omega^2 = 4 \frac{z}{H}. \tag{14}$$

Для значень  $\theta$ , що лежать в інтервалі  $0 < \theta < 1$ , у реальній земній атмосфері справедлива нерівність  $N \sim \omega_a \gg \omega$ , за допомогою якої з (13) знаходимо такі власні частоти:

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{4 \frac{z}{H} \sin^2 \theta}{1 \pm \frac{4 \frac{z}{H} \cos^2 \theta}{N^2}}, \tag{15}$$

$$\omega_{2,2}^2 = \frac{N^2}{1 \pm \frac{4 \frac{z}{H} \cos^2 \theta}{N^2}}.$$

Оскільки  $\beta/N \ll 1$ , то справедливі оцінки  $\beta_1^2 \sim 4\beta^2 \sin^2 \theta$ ,  $\beta_2^2 \sim N^2$ .

У випадку  $\beta/2$  ( $\beta_y = 0$ ), як зазначалося вище, горизонтальні коливання «відщеплюються» від вертикальних. Рівняння (9) і перше рівняння в системі (12) в цьому випадку описує періодичний рух елемента середовища вздовж кругової орбіти (інерційні коливання) з частотою  $2\beta$  (див. [3, 11, 41]), а друге рівняння (12) — вертикальні стратифіковані коливання з частотами  $N$  (див. (16) і [14, 28, 35]). Якщо виразити  $\beta$  через  $N$  та підставити у вираз для  $\beta_z$ , то останній точно збігається з рішенням Лемба, наведеними в роботі [29].

Інерційні коливання в атмосфері Землі практично не досліджувалися. Водночас вони всюди поширені в океанському середовищі, де відіграють виключно важливу роль. Вимірювання збурень в океані, особливо із супутників [31], найчастіше свідчать про перевагу саме інерційних коливань, що реалізуються у вигляді обертання шарів води, на кшталт обертання суцільного тіла. Можливо, що їхня виразність зумовлена тим, що реалізація інших видів збурень ускладнена наявністю стратифікації середовища. Що стосується вертикальних коливань в атмосфері Землі, то вони є предметом ретельних досліджень, зокрема з урахуванням неізотермічної атмосфери [35].

У приєкваторіальних зонах атмосфери ( $\beta = 0$ ,  $\beta_z = 0$ ) реалізуються коливання з частотами

$$\beta^2 \sim N^2 - 4\beta^2. \quad (16)$$

Відзначимо, що частоти, які фігурують у рівняннях (15) і (16), синхронно  $N$  змінюються зі зміною параметра  $\beta$ . Числові розрахунки показують, що деформацією спектра при частотах  $\beta \sim N \sim \beta$  можна знехтувати.

## МЕРИДІОНАЛЬНІ АКУСТИКО-ГРАВІТАЦІЙНІ ХВИЛІ

Для розгляду меридіональних акустико-гравітаційних хвиль знехтуємо залежністю від координати  $x$  і, згідно з [20], шукатимемо розв'язки рівнянь (5)—(7) у вигляді стратифікованої гармонійної плоскої хвилі

$$u_{x,y,z} = \exp \left[ \frac{z}{2H} (ik_y y + ik_z z) \right]. \quad (17)$$

З (5)—(7) та (17) отримуємо рівняння

$$\left( \beta^2 - k_y^2 C_s^2 - 4\beta^2 \right) u_y + k_y k_z C_s^2 - 4\beta^2 u_z = i \frac{k_y C_s^2}{2H} k_y g u_z, \quad (18)$$



$$k_y k_z C_s^2 \left( \frac{C_s^2}{4H^2} k_z^2 C_s^2 - 4 \frac{C_s^2}{4H^2} \right) + i \frac{k_y C_s^2}{2H} k_y g = 0. \quad (19)$$

За допомогою цих рівнянь не складає труднощів отримати дисперсійне рівняння

$$4 \left( k_y^2 - k_z^2 \right) C_s^2 \frac{C_s^2}{4H^2} - 4 \left( \frac{C_s^2}{4H^2} k_y^2 - \frac{C_s^2}{4H^2} k_z^2 \right) + 4 \frac{C_s^2}{4H^2} k_z^2 C_s^2 - \frac{C_s^2}{4H^2} k_y^2 g^2 (1 - 4k_y^2) C_s^2 (k_y^2 - 2k_z^2) = 0. \quad (20)$$

Якщо в (20) покласти  $k_y = 0$  ( $\theta = \pi/2$ ), то з точністю до заміни  $k_y \rightarrow k_x$  воно збігається з рівнянням (21), отриманим в роботі [11].

Проаналізуємо залежність частоти  $\omega$  від параметрів  $k_y, k_z, C_s, H, g$  та  $\theta$ , записавши рівняння (20) у безрозмірних змінних:

$$16 \hat{k}_y^2 \frac{1}{2} - 16 \hat{\omega}^2 \cos^2 \hat{k}_y (\hat{k}_y^2 \cos^2 2\hat{k}_z \hat{\omega}^2 \sin^2 \theta - 1 - 4\hat{k}_z^2) = 0. \quad (21)$$

Тут

$$\hat{\omega} = \frac{\omega}{a}, \quad \hat{k}_y = k_y H, \quad \hat{k}_z = k_z H, \quad a = \frac{C_s}{2H}.$$

Далі ми вважатимемо  $\hat{\omega} \ll 1$ , що відповідає реальним умовам в атмосфері Землі.

При  $\hat{k}_y \neq 0$  рівняння (21) дає такі власні частоти:

$$\hat{\omega}^2 = 1 - 4(\hat{k}_z^2 - \hat{\omega}^2 \cos^2 \theta), \quad \hat{\omega}^2 = 4\hat{k}_z^2 \sin^2 \theta. \quad (22)$$

Частоти  $\hat{\omega}$  тут і далі відповідають акустичним хвилям, а частоти  $\hat{\omega}$  — гравітаційним. З (22) випливає, що горизонтальний компонент частоти обертання модифікує акустичні хвилі, а вертикальний компонент — гравітаційні. Найсильніше обертання атмосфери Землі в довгохвильових межах впливає на акустичні хвилі на екваторі ( $\theta = 0$ ), а на гравітаційні хвилі — на полюсах ( $\theta = \pi/2$ ). Оскільки  $\hat{\omega} \ll 1$ , з рівняння (22) випливає, що до уваги можна приймати тільки модифікацію частот гравітаційних хвиль.

У випадку виконання умови  $\hat{k}_y \sim 1 \gg \hat{\omega}$ , рівняння (21) має два корені:

$$\hat{\omega}^2 = \frac{1}{2} \left[ 1 - 4(\hat{k}_y^2 - \hat{k}_z^2) - [1 - 4(\hat{k}_y^2 - \hat{k}_z^2)]^2 \frac{16\hat{k}_y^2(1 - \hat{\omega}^2)}{2} \right]^{1/2}. \quad (23)$$

Частоти (23) з точністю до заміни  $\hat{k}_y \leftrightarrow \hat{k}_x$  збігаються з частотами акустичних ( $\hat{\omega}$ ) і гравітаційних ( $\hat{\omega}_g$ ) хвиль, отриманих у випадку, коли виконується умова  $\hat{\omega} = 0$  [20, 46, 47]. Поклавши  $\hat{k}_z = 0$  у рівнянні (23), отримуємо вирази для граничних частот зазначених хвиль [10, 12]:

$$\hat{\omega}_b^2 = \frac{1}{2} [1 + 4\hat{k}_y^2] \sqrt{1 + 4\hat{k}_y^2} \frac{16\hat{k}_y^2(2 - \hat{k}_y^2)^{1/2}}{2}. \quad (24)$$

У граничному випадку  $\hat{k}_z \ll 1$  рівняння (23) приводить до таких частот хвиль:

$$\hat{\omega}^2 = 4\hat{k}_z^2, \quad \hat{\omega}_g^2 = 4\hat{k}_z^2 \sin^2 \theta. \quad (25)$$

Легко показати, що при виконанні нерівностей  $\hat{k}_z \gg 1$ ,  $\hat{\omega}$  частоти (22) збігаються з частотами (25). З (22) і (25) також випливає, що частоти  $\hat{\omega}^2 = 4\hat{k}_z^2 \sin^2 \theta$  визначають при всіх довжинах хвиль мінімальні частоти гравітаційних хвиль, а частоти  $\hat{\omega}^2$  з (24) — максимальні частоти. Мінімальні частоти акустичних хвиль ( $\hat{\omega}$ ) при малих значеннях  $\hat{k}_y$  визначаються рівнянням (22), а при кінцевих значеннях  $\hat{k}_y \sim 1$  — рівнянням (23). Частоти акустичних хвиль при  $\hat{k}_z \gg 1$  мають вигляд  $\hat{\omega}^2 = 4\hat{k}_z^2$ .

На рис. 2 наведено числові розв'язки рівняння (21) для  $\hat{k}_x = 0$  і  $\hat{k}_y = 0$ ,  $\hat{\omega} = 0.01$  та різних значень кута  $\theta$ . На рис. 2а представлено залежності  $\hat{\omega}$  від  $\hat{k}_y$  при  $\hat{k}_z = 0$  для кінцевих значень  $\hat{k}_y$  і різних значень  $\hat{k}_z$ . Видно, що криві з  $\hat{k}_z = 0$  визначають граничні частоти областей акустичних і гравітаційних хвиль. Числові розрахунки показують, що ці частоти при кінцевих значеннях  $\hat{k}_y$  практично не змінюються для різних значень  $\theta$  та мало відрізняються від граничних частот акустико-гравітаційних хвиль з  $\hat{\omega} = 0$ . Така поведінка кривих на рис. 2а повністю узгоджується з рівнянням (23). На інших рисунках наведено поведінку частот поблизу  $\hat{\omega} \sim \hat{\omega}_g$ .

На рис. 2б представлено частоти  $\hat{\omega} \ll 1$  при  $\hat{k}_y \ll 1$  і  $\hat{k}_z = 0$ . Їхня поведінка повністю відповідає рівнянню (22).

Частоти, наведені на рис. 2в для значень  $\theta = \pi/4$ , свідчать про те, що нижньою межею області гравітаційних хвиль при всіх значеннях довжини хвилі є частота  $\hat{\omega} = \sqrt{2}\hat{k}_z$ , і це узгоджується з рівняннями (22) і (25).

На рис. 2г наведено залежності  $\hat{\omega}$  від  $\hat{k}_y$  для різних значень  $\hat{k}_z$  у випадку  $\hat{\omega} \ll 1$ ,  $\hat{k}_y \ll 1$  та  $\theta = \pi/4$ . Видно, що всі частоти при  $\hat{k}_y \ll 1$  лежать поблизу  $\hat{\omega} = \sqrt{2}\hat{k}_z$ , що відповідає рівнянню (22).

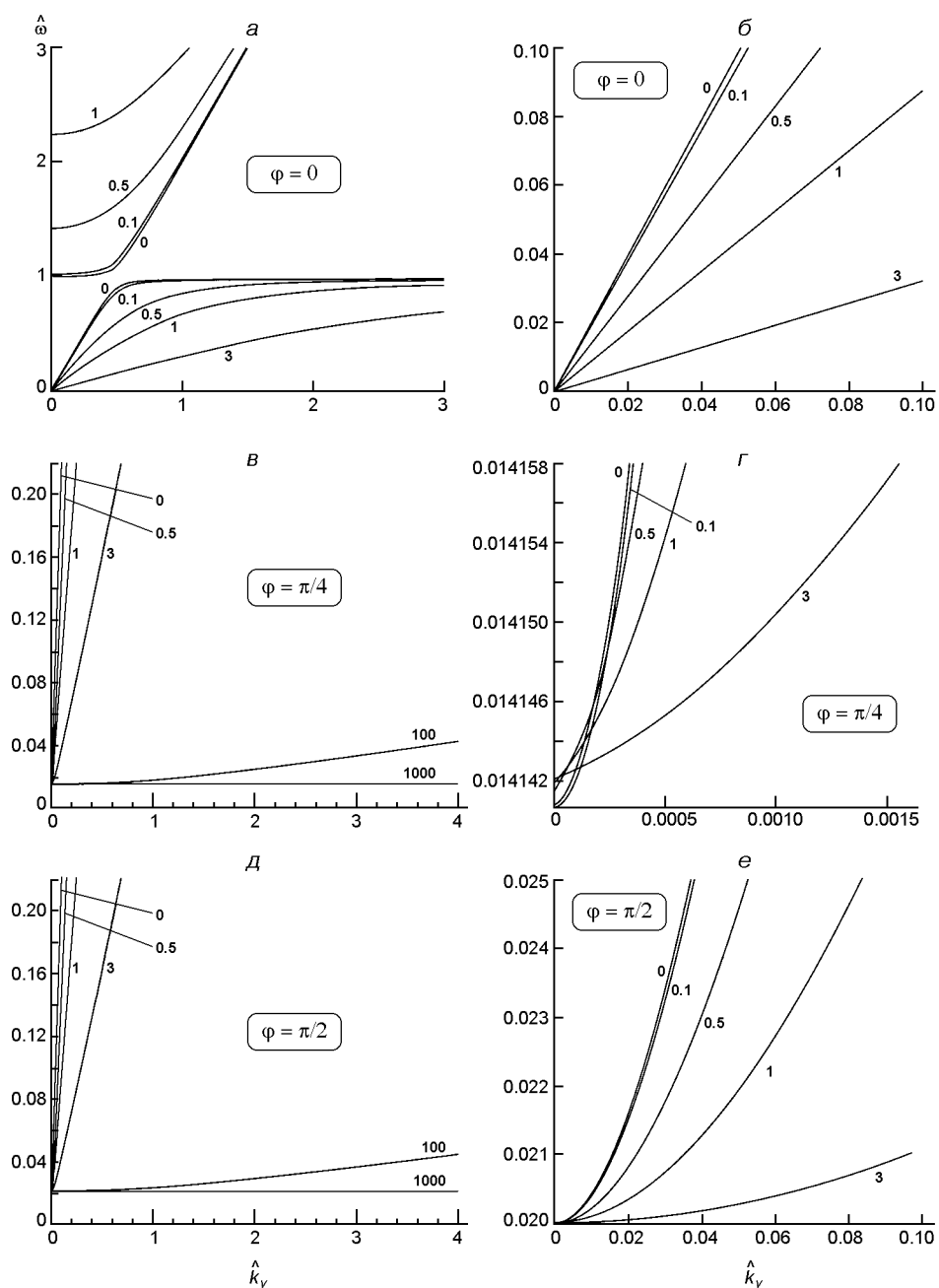


Рис. 2. Діаграми акустико-гравітаційних хвиль в атмосфері Землі, що обертається, на різних широтах. Тут  $\hat{k}_y = k_y H, \hat{k}_z = k_z H$

На рис. 2д і рис. 2е наведено частотні криві для  $\omega = 1/2$  і різних значень  $\hat{k}_z$ . Як і очікувалося, нижня межа цих хвиль дорівнює  $2\hat{k}_z$  і відповідає рівнянню (25).

Таким чином, вплив обертання атмосфери на меридіональні акустичні хвилі зводиться в довгохвильових межах до несуттєвої деформації границь їхніх областей існування на діагностичній діаграмі. Для

гравітаційних хвиль обертання атмосфери призводить до того, що область їхнього існування обмежена «знизу» частотою  $2 \sin \theta$  при всіх довжинах хвиль. Це означає, що мінімальні частоти цих хвиль будуть монотонно змінюватися від нульового значення на екваторі до частоти  $2$  на полюсі. В роботі [11] для полярних областей атмосфери (рис. 2) було показано, що в області частот, менших за  $2$ , «забороненій» для гравітаційних хвиль, реалізуються еванесцентні хвилі. Тому можна очікувати, що частота  $2 \sin \theta$  буде верхньою граничною частотою для цих еванесцентних хвиль. Максимальні значення частот гравітаційних хвиль через обертання атмосфери змінюються несуттєво.

### ШИРОТНІ АКУСТИКО-ГРАВІТАЦІЙНІ ХВИЛІ

Розглянемо хвилі, що поширюються уздовж широти. Покладемо  $k_y = 0$ , згідно з [20], шукаємо розв'язки рівнянь (5) — (7) у вигляді

$$u_{x,y,z} = \exp \left[ \frac{z}{2H} + i k_x x + i k_z z \right]. \quad (26)$$

Підставляючи (26) у (5) — (7), отримуємо

$$\left( k_x^2 C_s^2 - 4 \frac{z}{2H} \right) u_x = k_x k_z C_s^2 + i \frac{k_x C_s^2}{2H} - 2 \frac{z}{2H} u_y + k_x g u_x, \quad (27)$$

$$-2 \frac{C_s^2}{4H^2} k_z^2 C_s^2 u_z = k_x k_z C_s^2 + i \frac{k_x C_s^2}{2H} - 2 \frac{z}{2H} u_y + k_x g u_x. \quad (28)$$

З (27), (28) знаходимо дисперсійне рівняння

$$4 \left( k_x^2 - k_z^2 \right) C_s^2 \frac{C_s^2}{4H^2} - 4 \left( \frac{z}{2H} - \frac{z}{2H} \right) - 2 \frac{z}{2H} k_z^2 C_s^2 \frac{C_s^2}{4H^2} - k_x^2 g^2 \left( 1 - 4 \frac{z}{2H} + k_x g \frac{1}{2} \right) = 0. \quad (29)$$

Рівняння (29) з точністю до заміни  $k_x \leftrightarrow k_y$  відрізняється від рівняння (21) тільки останнім доданком.

У безрозмірних змінних рівняння (29) має вигляд

$$4 \left[ 1 - 4(\hat{k}_x^2 - \hat{k}_z^2) - 4 \hat{z}^2 \right]^2 - 4 \hat{z}^2 \sin^2 \theta - (1 - 4\hat{k}_z^2) \frac{16\hat{k}_x^2(1 - \hat{z})}{16\hat{k}_x^2(1 - \hat{z})} \cos \theta = 0. \quad (30)$$

Тут  $\hat{k}_x = k_x H$ .

Легко переконатися прямими розрахунками, що при  $\hat{k}_x = 0$  рівняння (30) дає частоти (22), а при  $\hat{k}_x \sim 1 \gg \hat{\omega}$  — частоти (23). Якщо покласти  $\hat{k}_z = 0$ , то з рівняння (30) випливають частоти (24), які визначають мінімальні частоти акустичних хвиль і максимальні частоти гравітаційних хвиль. У випадку  $\hat{k}_z$  рівняння (30) визначає частоти (25), що відповідають ультрависоким частотам акустичних хвиль і мінімальним частотам гравітаційних хвиль.

Цей результат свідчить про те, що незважаючи на деяке розходження рівнянь (21) і (27), власні частоти, які визначаються цими рівняннями, практично не відрізняються, і це зумовлено малими значеннями величини  $\hat{\omega}$ . Чисельні розв'язки рівняння (30) підтверджують цей результат.

## ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ

Показано, що на діагностичній діаграмі акустико-гравітаційних хвиль при умові обертання атмосфери область гравітаційних хвиль обмежена знизу вертикальним компонентом параметра Коріоліса  $2 \sin \alpha$ , де  $\alpha$  — кутова частота обертання атмосфери, а  $\alpha$  — широта місця. Граничні частоти цієї області, відповідні максимальним частотам гравітаційних хвиль, несуттєво модифікуються обертанням в області довгих хвиль.

Встановлено, що горизонтальний компонент параметра Коріоліса  $2 \cos \alpha$  на діагностичній діаграмі призводить до нехтовно малої модифікації границі акустичних хвиль тільки в областях довгохвильових збурень.

Раніше в роботі [11] було показано, що під нижньою межею гравітаційних хвиль і між областями акустичних і гравітаційних хвиль лежать неперервні спектри еванесцентних хвиль. З приведенного аналізу випливає, що нижче гравітаційної області лежить область еванесцентних хвиль, відсутня на екваторі, а зі збільшенням широти — збільшується та досягає максимального значення на полюсі.

Відзначимо, що у багатьох роботах з дослідження хвильових збурень в атмосфері Землі використовують так зване «традиційне» наближення [7]. У рамках цього наближення враховується тільки вертикальний компонент параметра Коріоліса,  $2 \sin \alpha$ . Такий підхід зазвичай обґрунтовують тим, що розглядаються високоширотні області атмосфери ( $\alpha = \pi/2$ ), в яких можна не враховувати горизонтальний компонент параметра Коріоліса  $2 \cos \alpha$  [11, 24, 41]. Проведене нами дослідження впливу обертання атмосфери Землі на акустико-гравітаційні хвилі показало, що істотну роль на всіх широтах відіграє тільки вертикальний компонент  $2 \sin \alpha$ . Впливом горизонтального компонента,  $2 \cos \alpha$ , на спектр акустико-гравітаційних хвиль можна знехтувати.

Ми проаналізували поширення акустико-гравітаційних хвиль уздовж широти та вздовж довготи і показали, що рівняння малих коливань для цих двох випадків відрізняються. Було встановлено, що, незважаючи на деякі відмінності, обидва рівняння для значень частоти обертання Землі, близьких до реальних, дають однакові кінцеві результати. Цей результат свідчить про те, що поширення акустико-гравітаційних хвиль в атмосфері при врахуванні обертання Землі в горизонтальній площині можна вважати ізотропним, що узгоджується з вищенаведеним висновком про необхідність врахування тільки вертикального компонента параметра Коріоліса.

Також в роботі розглянуто інерційні горизонтальні коливання. Показано, що характерна частота цих коливань дорівнює  $2 \sin \alpha$ . Встановлено, що ці коливання «пов'язані» через горизонтальний параметр Коріоліса  $2 \cos \alpha$  з внутрішніми вертикальними коливаннями. Спектр власних частот останніх є неперервним і лежить в інтервалі  $0 < \omega < \omega_a$ . Продемонстровано, що для реальних параметрів атмосфери вказаний «зв'язок» призводить до несуттєвої модифікації частот обох типів коливань.

Робота виконана за фінансової підтримки Національного фонду досліджень України, проект 2020.02/0015 «Теоретичні та експериментальні дослідження глобальних збурень природного і техногенного походження в системі Земля — атмосфера — іоносфера», та Державної установи Національний антарктичний науковий центр МОН України (Договір № Н/05-2021), а також за часткової підтримки грантів № 97 742 of the Volkswagen Foundation (“VW-Stifting”) та THE ROYAL SOCIETY INTERNATIONAL EXCHANGES SCHEME 2021 “Predicting natural hazards by driven ionospheric perturbations” IES/R1/211177.

1. Agapitov O., Cheremnykh O. K. (2008) Natural oscillations of the Earth magnetosphere associated with solar wind sudden impulses. *Ukrainian J. Phys.* 53(5). 508—512.
2. Alexander M. J., Pfister L. (1995) Gravity wave momentum flux in the stratosphere over convection. *Geophys. Res. Lett.* 22. 2029—2032.
3. Batchelor G. K. (2000) *An introduction to fluid dynamics*. Cambridge at the University Press, 615.
4. Beer T. (1974) *Atmospheric Waves*. John Wiley, New York, 300.
5. Bespalova A. V., Fedorenko A. K., Cheremnykh O. K., Zhuk I. T. (2016) Sattelite observations of wave disturbances caused by moving solar terminator. *J. Atmos. and Solar-Terr. Phys.* 140. 79—85; DOI:10.1016/j.jastp.2016.02.012.
6. Bespalov P. A., Misonova V. G., Savina O. N. (2003) Magnetospheric VLF response to the atmospheric infrasonic waves. *Adv. Space Res.* 31(5). 1235—1240.
7. Brekhovskikh L. M., Goncharov V. V. (1982) *Introductions are the mechanics of continuous media*. Moscow: Nauka. 335.
8. Cheremnykh O. K., Danilova V. V. (2011) Transverse small-scale MHD perturbations in space plasma with magnetic surfaces. *Kinematics and Phys. Celestial Bodies.* 27(2). 98—108.
9. Cheremnykh O. K., Fedorenko A. K., Kryuchkov E. I., Selivanov Y. A. (2019) Evanes-

- cent acoustic-gravity modes in the isothermal atmosphere: systematization and applications to the Earth and solar atmospheres. *Ann. Geophys.* 37. 401—415.
10. Cheremnykh O. K., Fedorenko A. K., Selivanov Y. A., Cheremnykh S. O. (2021) Continuous spectrum of evanescent acoustic-gravity waves in an isothermal atmosphere. *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.* 503(4). 5545—5553. DOI:10.1093/mnras/st.ab845.
  11. Cheremnykh O., Kaladze T., Selivanov Yu. A., Cheremnykh S. (2022) Evanescent acoustic-gravity waves in a rotating stratified atmosphere. *Adv. Space Res.* 69(3). 1272—1280.
  12. Cheremnykh O. K., Kryuchkov E. I., Fedorenko A. K., Cheremnykh S. O. (2020) Two-frequency propagation mode of acoustic-gravity waves in the Earth's atmosphere. *Kinematics and Phys. Celestial Bodies.* 36 (2), 64—78.
  13. Cheremnykh O. K., Parnowski A. S. (2006) Influence of ionospheric conductivity on the ballooning modes in the inner magnetosphere of the Earth. *Adv. Space Res.* 37(3). 599—603.
  14. Chiuderi C., Giovanardi C. (1979) Wave propagation in a non-isothermal atmosphere and the solar five-minute oscillations. *Solar Phys.* 64. 27—42.
  15. Ebel A. (1984) Contributions of gravity waves to the momentum, heat and turbulent energy budget of the upper mesosphere and lower thermosphere. *J. Atmos. and Solar-Terr. Phys.* 46. 727—737.
  16. Fedorenko A. K., Bepalova A. V., Cheremnykh O. K., Kryuchkov E. I. (2015) A dominant acoustic-gravity mode in the polar thermosphere. *Ann. Geophys.* 33(1). 101—108; DOI:10. 5194/angeo-33-101-2015
  17. Fedorenko A. K., Kryuchkov E. I., Cheremnykh O. K., Klymenko Yu. O., Yampolski Yu. M. (2018) Peculiarities of acoustic-gravity waves in inhomogeneous flows of the polar thermosphere. *J. Atmos. and Solar-Terr. Phys.* 178. 17—23.
  18. Francis S. H. (1975) Global propagation of atmospheric gravity waves: A review. *J. Atmos. and Terr. Phys.* 37. 1011—1054.
  19. Gossard E. E., Hooke W. H. (1975) *Waves in the atmosphere: atmospheric infrasound and gravity waves: their generation and propagation.* Elsevier Scientific Publishing Company. 456.
  20. Hines C. O. (1960) Internal gravity waves at ionospheric heights. *Can. J. Phys.* 38. 1441—1481.
  21. Hooke W. H. (1968) Ionospheric irregularities produced by internal atmospheric gravity waves. *J. Atmos. and Solar-Terr. Phys.* 30(5). 795—823.
  22. Huang K. M., Zhang S. D., Yi F., Huang C. M., Gan Q., Gong Y., Zhang Y. H. (2014) Nonlinear interaction of gravity waves in a nonisothermal and dissipative atmosphere. *Ann. Gephys.* 32. 263—275.
  23. Jones W. L. (1969) Non-divergent oscillations in the Solar Atmosphere. *Solar Phys.* 7. 204—209.
  24. Kaladze T. D., Pokhotelov O. A., Shan H. A., Shan M. I., Stenflo L. (2008) Acoustic-gravity waves in the Earth ionosphere. *J. Atmos. and Solar-Terr. Phys.* 70. 1607—1616.
  25. Kertz W. (1957) *This Encyclopedia.* 48. 928—981.
  26. Kryuchkov E. I., Cheremnykh O. K., Fedorenko A. K. (2017) Properties of acoustic-gravity waves in the Earth polar thermosphere. *Kinematics and Phys. Celestial Bodies.* 33(3). 122—129.
  27. Ladikov-Roev Y. P., Cheremnykh O. K., Fedorenko A. K., Nabivach V. E. (2015) Acoustic-gravity waves in whirling polar thermosphere. *J. Automat. and Inform. Sci.* 47(9). 10—22.
  28. Lamb H. (1911) On Atmospheric Oscillations, *Proc. R. Soc. Lond. A.* 84. 551—572.

- doi: 10.1098/rspa.1911.0008.
29. Lamb H. (1932) *Hydrodynamics*. Dover, New York.
30. Landa P. S. (1977) *Nonlinear vibrations and waves*. M.: Nauka. 496.
31. Lavrova O. Y., Sabinin K. D. (2016) Manifestations of inertial oscillations in satellite images of the sea surface. *Sovrem. probl. distantsionnogo zondirovaniya Zemli iz kosmosa*. vol. 13. 4. 60—73.
32. Longuet-Higgins M. S. (1964) Planetary waves on a rotating sphere. P. 1. *Proc. Roy. Soc. A.*, 1964. 279. 446—473; P. 2. 1965. 284. 40—68.
33. Martyn D. F. (1950) Cellular atmospheric waves in the ionosphere and troposphere. *Proc. Roy. Soc. London, Ser. A*. 201. 216.
34. McWilliams J. C. (2011) *Fundamentals of Geophysical Fluid Dynamics*. Cambridge University Press, 272.
35. Petrukhin N. S., Pelinovsky E. N., Talipova T. G. (2012) Nonreflected vertical propagation of acoustic waves in a strongly inhomogeneous atmosphere. *Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Phys.* 48(2). 169—173.
36. Pokhotelov O. A., Kaladze T. D., Shukla P. K., Stenflo L. (2001) Three-dimensional solitary vortex structures in the upper atmosphere. *Physica Scripta*. 64. 245—252.
37. Rapoport Yu. G., Cheremnykh O. K., Selivanov Yu. A., Fedorenko A. K., Ivchenko V. M., Grimalsky V. V., Tkachenko E. N. (2012) *Modeling AGW and PEGW in inhomogeneous atmosphere and ionosphere*. International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET), 2012. IEEE Conference Publications-2012. 577—580; DOI 10.1109/MMET.633/225.
38. Rossby C.-G. (1939) Relation between variations in the intensity of the zonal circulation of the atmosphere and displacement of the semi-permanent centers of action. *J. Marine Res.* 2. 38—55.
39. Rossby C.-G. (1940) Planetary flow patterns in the atmosphere. *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.* 66. 68—87.
40. Roy A., Roy S., Misra A. P. (2019) Dynamical properties of acoustic-gravity waves in the atmosphere. *J. Atmos. and Solar-Terr. Phys.* 186. 78—81.
41. Simkhada D. B., Snively J. B., Tayler M. J., Franke S. J. (2009) Analysis and modeling of ducted and evanescent gravity waves observed in the Hawaiian airglow. *Ann. Geophys.* 27. 3213—3224.
42. Somsikov V. M. (1983) *Solar terminator and atmospheric dynamics*. Alma-Ata: Science. 192.
43. Stenflo L., Shukla P. K. (2009) Nonlinear acoustic gravity wave. *J. Plasma Phys.* 75. 841—847. doi.org/10.1017/S0022377809007892.
44. Sutherland B. R. (2015) *Internal Gravity Waves*. Cambridge University Press.
45. Tolstoy I. (1963) The theory of waves in stratified fluids including the effect of gravity and rotation. *Revs in Modern Phys.* 35(1). 207—230.
46. Tolstoy I. (1967) Long-period gravity waves in the atmosphere. *J. Geophys. Res.* 72(18). 4605—4610.
47. Tolstoy I. (1973) *Wave propagation*. N. Y.: Mc. Grow-Hill.
48. Vadas S. L., Fritts D. C. (2005) Thermosphere responses to gravity waves: Influences of increasing viscosity and thermal diffusivity. *J. Geophys. Res.* 110. D 15103. doi: 10.1029/2004 JD 005574.
49. Waltercheid R. L., Hecht J. H. (2003) A reexamination of evanescent acoustic-gravity waves: Special properties and aeronautical significance. *J. Geophys. Res.* 108(D11). 4340. doi:10.1029/2002JD002421.



50. Yeh K. C., Lin C. H. (1974) Acoustic-gravity waves in the upper atmosphere. *Rev. Geophys. Space Phys.* 12. 193—216.
51. Yuh-Lang Lin. (2007) *Mesoscale Dynamics*. New York: Cambridge University Press. 630.
52. Zhang S. D., Yi F. (2002) A numerical study of propagation characteristics of gravity wave packets propagating in a dissipative atmosphere. *J. Geophys. Res.* 107. D14. 1—9.

*O. K. Cheremnykh, S. O. Cheremnykh, D. I. Vlasov*

Space Research Institute National Academy of Sciences of Ukraine  
and State Space Agency of Ukraine, Kyiv, Ukraine

#### INFLUENCE OF THE EARTH'S ATMOSPHERE ROTATION ON THE SPECTRUM OF ACOUSTIC-GRAVITY WAVES

It was shown in recent work [Cheremnykh O. et al, *Adv. Space Res.*, 2022] that taking into account the rotation of the Earth's atmosphere leads to the appearance of a new region of evanescent waves with a continuous frequency spectrum on the diagnostic diagram of acoustic-gravitational waves. The detected region is located below the lower limit of gravitational waves, which is equal  $2\omega$  at all wavelengths, where  $\omega$  is the angular frequency of the atmosphere. This result was obtained for high-latitude regions of the atmosphere, in which we can limit ourselves to considering only to the vertical component of the Earth's rotation frequency. In this paper it is shown that taking into account both components of the vector of the atmospheric rotation frequency — horizontal,  $\omega \cos \theta$ , here  $\theta$  — the latitude and the vertical,  $\omega \sin \theta$ , the dominant role in the acoustic-gravitational waves propagation is played by the vertical component. It is shown that the horizontal component leads to an insignificant modification on the diagnostic diagram of the boundaries of the areas of acoustic and gravitational waves, which can be neglected. It is shown that the strongest vertical component of the frequency affects the lower limit of gravitational waves, which depends at all wavelengths on the latitude of the observation site and is equal to  $2\omega \sin \theta$ .

**Keywords:** acoustic-gravitational waves; acoustic waves; gravitational waves; evanescent waves; atmosphere rotation; diagnostic diagram.

Стаття надійшла до редакції 01.11.2021

Після доопрацювання 01.02.2021

Прийнята до друку 17.02.2021