

doi: <https://doi.org/10.15407/kfnt2021.05.003>

УДК 551.511.31; 534.015.1

**О. К. Черемних, А. К. Федоренко,
Є. І. Крючков, Д. І. Власов, І. Т. Жук**

Інститут космічних досліджень Національної академії наук України
та Державного космічного агентства України
Просп. Академіка Глушкова, 40, к. 4/1, Київ-187, Україна, 03187
E-mails: oleg.cheremnykh@gmail.com, fedorenkoak@gmail.com,
kryuchkov.ye@gmail.com, dima.i.vlasov@gmail.com, zhukigor@gmail.com

Затухання еванесцентних акустико-гравітаційних мод у термосфері Землі

Вивчено затухання акустико-гравітаційних бездивергентної f -моди і непружної ω -моди у верхній атмосфері Землі внаслідок в'язкості і теплопровідності. Для аналізу загасання використано систему гідродинамічних рівнянь, що включає модифіковані рівняння Нав'є — Стокса і теплопереносу. Ці модифіковані рівняння враховують внесок градієнта фонові цілності в перенесення хвилями енергії і імпульсу. Отримано дисперсійні рівняння для f - і ω -мод в ізотермічній дисипативній атмосфері. Показано, що в'язкість і теплопровідність мало впливають на частоту цих мод при характерних умовах у термосфері. Отримано вирази для декрементів затухання f - і ω -мод. Встановлено, що в земній термосфері декремент затухання ω -моди майже на порядок перевищує відповідний декремент f -моди. При цьому затухання f -моди не залежить від теплопровідності, а зумовлене тільки динамічною в'язкістю і зростає зі збільшенням відносного вкладу об'ємної в'язкості. Дисипація ω -моди викликається динамічною в'язкістю і теплопровідністю, а від об'ємної в'язкості не залежить. Розглянуто зміну з часом амплітуд збурень для f - і ω -моди на різних висотах термосфери. Розраховані характерні часи затухання f - і ω -мод на різних висотах в залежності від довжини хвилі, а також при різних рівнях сонячної активності. Визначено граничні висоти в термосфері, вище яких f - і ω -моди не можуть реалізуватися через дисипацію.

© О. К. ЧЕРЕМНИХ, А. К. ФЕДОРЕНКО,
Є. І. КРЮЧКОВ, Д. І. ВЛАСОВ, І. Т. ЖУК, 2021

Ключові слова: акустико-гравітаційна хвиля, атмосфера, еванесцентна хвильова мода, молекулярна в'язкість, теплопровідність.

ВСТУП

Інтерес до вивчення акустико-гравітаційних хвиль (АГХ) в атмосфері Землі і на Сонці не слабшає впродовж десятків років [14, 15, 18]. Результати численних теоретичних та експериментальних досліджень показали, що АГХ дають значний внесок у динаміку та енергетику атмосфери, забезпечуючи ефективну взаємодію між різними висотними атмосферними рівнями. Значну роль ці хвилі відіграють у формуванні атмосферної конвекції та турбулентності, вони також істотно впливають на формування погодних систем та інші атмосферні процеси.

При вивченні АГХ основна увага приділяється вільно поширюваним хвилям. Як було показано в ранніх роботах з лінійної теорії АГХ [14, 15], спектр цих хвиль в атмосфері є неперервним і складається з акустичної та гравітаційної областей. Однак у певних умовах в атмосферах планет і на Сонці також можуть реалізуватися еванесцентні горизонтальні хвильові моди [7, 21]. На сьогодні роль еванесцентних хвиль в динаміці та енергетиці атмосферних процесів вивчено значно менше [8, 9, 16, 21].

Унікальність можливість для верифікації теорії АГХ дають супутникові вимірювання. У зв'язку з цим верхня атмосфера Землі є своєрідною лабораторією для порівняння теоретичних уявлень з експериментальними даними, оскільки це — єдиний інтервал висот атмосфери, доступний для прямих супутникових вимірювань. З використанням даних низькоорбітальних супутників були отримані цікаві результати щодо розподілу хвильового поля вільно поширюваних АГХ у планетарному масштабі, переважних азимутах цих хвиль, їхньої взаємодії з вітром [3, 4].

На висотах супутникових спостережень АГХ у термосфері температура майже не змінюється з висотою, що дозволяє застосовувати для аналізу хвиль наближення ізотермічної атмосфери. Однак при інтерпретації результатів спостережень необхідно враховувати ряд особливостей, що виходять за рамки цього наближення. Так, на висотах термосфери Землі поширення АГХ слід розглядати з урахуванням багатокомпонентного газового складу [5, 12]. Також вище 200 км необхідно враховувати ефекти в'язкості і теплопровідності, що призводять до загасання хвиль.

Для внутрішніх гравітаційних хвиль залежності дисипації від висоти і спектральних властивостей були розглянуті в роботах [2, 13, 19, 20]. Оскільки коефіцієнти в'язкості і теплопровідності в атмосфері є функціями висоти, їхнє врахування призводить до системи гідродинамічних рівнянь зі змінними коефіцієнтами. Тому дисперсійне рівняння АГХ у в'язкій атмосфері справедливе тільки в локальному на-

ближенні, коли параметри середовища змінюються досить повільно на масштабах вертикальної довжини хвилі. Локальне дисперсійне рівняння і вирази для декрементів загасання вільно поширюваних АГХ були отримані в роботі [19]. Однак ці вирази давали посилення амплітуд АГХ при великих довжинах хвиль, що неможливо в дисипативній атмосфері. В роботі [13] вихідні гідродинамічні рівняння були модифіковані шляхом додавання складових, що враховують перенос імпульсу та енергії внаслідок градієнта фонові щільності. Ця модифікація дозволила виключити парадоксальний ефект посилення амплітуд при великих довжинах хвиль.

Затухання еванесцентних (горизонтальних) хвильових мод практично не вивчалось. В роботі [6] із загального виразу для декременту затухання АГХ при деяких спрощених припущеннях були отримані декременти для окремих типів еванесцентних мод, однак детально це питання не розглядалось. Нижче ми розглянемо особливості поширення еванесцентних f - і i -мод в термосфері Землі при наявності в'язкої дисипації. Для цього ми будемо використовувати модифіковану систему рівнянь Нав'є — Стокса і теплопровідності. Особливий інтерес становить затухання i -моди, можливість існування якої нещодавно було теоретично показано в роботі [8]. Зараз вивчається можливість її експериментальних спостережень з урахуванням реалістичних особливостей атмосфери.

ВИХІДНІ РІВНЯННЯ

Будемо розглядати атмосферу Землі вище 200 км, де температура майже незмінна з висотою (термосфера), і переважає один сорт газу — атомарний кисень. У рівноважному стані незбурені тиск і щільність змінюються в термосфері з висотою по експоненціальному закону:

$$\frac{P(z)}{P(0)} = \frac{\rho(z)}{\rho(0)} \exp \left(-\frac{z}{H} \right), \quad (1)$$

де $H = RT/g = \text{const}$ — висота однорідної атмосфери, T — температура, g — прискорення вільного падіння, $R = R_0/M$, R_0 — універсальна газова стала, M — молярна маса газу.

Для опису атмосферних збурень використовуємо декартову систему координат, де вісь z спрямована вгору, а вісь x — вздовж напрямку руху частинок. Оскільки в горизонтальній площині атмосферу вважаємо однорідною, достатньо розглянути двовимірний випадок. Для ізотермічної стискувальної дисипативної атмосфери лінеаризована система гідродинамічних рівнянь для збурених величин швидкості V_x, V_z , щільності ρ і температури T/T має вигляд [13]

$$\frac{1}{t} - \frac{1}{z} V_z - \mathbf{V} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{V_x}{t} - RT \frac{1}{x} - \frac{T}{T}$$

$$V_x - e \frac{1}{x} \mathbf{V} - \frac{1}{z} \frac{V_x}{z} - (e - 1) \frac{V_z}{x} = 0, \quad (3)$$

$$\frac{V_z}{t} - RT \frac{1}{z} - \frac{T}{T} - g \frac{T}{T}$$

$$V_z - e \frac{1}{z} \mathbf{V} - \frac{1}{z} \frac{V_x}{x} - (e - 1) \frac{V_z}{z} = 0, \quad (4)$$

$$-\frac{T}{t} - (1) \mathbf{V} - \frac{T}{Pr} - \frac{1}{z} \frac{T}{z} - \frac{T}{T} = 0. \quad (5)$$

Тут ρ — щільність середовища, \mathbf{V} — швидкість, $e = 1/3 + \mu/\nu$, i — коефіцієнти динамічної і об'ємної в'язкості, $\mu = \rho \nu$, ν — коефіцієнт кінематичної в'язкості, γ — показник адіабати, $Pr = 0.7$ — число Прандтля [17]. Рівняння (2) є рівнянням неперервності, (3) і (4) — модифіковане рівняння Нав'є — Стокса для двох складових швидкості, (5) — модифіковане рівняння теплопереносу. Модифікація цих рівнянь полягає в урахуванні складових, пропорційних $1/z$ (див. докладніше у роботах [6, 13]).

В системі (2)...(5) ми поклали для ізотермічної атмосфери $dT/dz = 0$, оскільки $T^{0.71}$ [11].

Про зміну з висотою коефіцієнта об'ємної в'язкості ν відомо мало. Для одноатомних газів газокінетична теорія передбачає $\nu = 0$ [1]. У земній термосфері зі збільшенням висоти відбувається поступовий перехід від молекул азоту до переважання атомарного кисню. Величина ν зменшується з висотою досить повільно порівняно з барометричним зменшенням щільності, у міру зміни відносного вкладу цих газових складових. З огляду на це ми поклали, що ν , як і ρ , також не залежить від висоти в термосфері.

Відзначимо, що рівняння (3)...(5), на відміну від звичайних рівнянь Нав'є — Стокса і теплопереносу [17, 19], містять складові, що враховують внесок градієнта фонові щільності у перенесення хвилями енергії та імпульсу. Систему рівнянь такого виду вперше було використано в роботах [6, 13].

ДИСПЕРСІЙНЕ РІВНЯННЯ І ДЕКРЕМЕНТ ЗАТУХАННЯ f-МОДИ

Розв'язки системи (2)...(5) для еванесцентних хвиль будемо шукати в такому вигляді:

$$V_x, V_z, \gamma, T/T = \exp(az) \exp[i(\omega t - k_x x)], \quad (6)$$

де ω — частота, k_x — горизонтальна складова хвильового вектора, a — дійсна величина, яка визначає зміну амплітуд хвиль з висотою.

Для f-моди покладемо в рівняннях (2)...(5) $\text{div}\mathbf{V} = \frac{V_x}{x} - \frac{V_z}{z} = 0$ [8, 16, 21]. З урахуванням цієї умови з (5) отримаємо

$$i \frac{T}{T} - \frac{a^2}{Pr} - k_x^2 - \frac{a}{H} \frac{T}{T} = 0. \quad (7)$$

Видно, що при дійсних значеннях a , i і k_x рівняння (7) може виконуватися тільки у випадку $T/T = 0$. Звідси випливає, що теплопровідність не впливає на затухання f-моди. Виключивши величину γ за допомогою (2), перейдемо до системи рівнянь для складових швидкості V_x, V_z :

$$-\omega^2 V_x - ik_x g V_z - i \left(a^2 - k_x^2 - \frac{a}{H} \right) V_x - ik_x \frac{e-1}{H} V_z = 0, \quad (8)$$

$$-\omega^2 V_z - ag V_z - i \left(a^2 - k_x^2 - \frac{ea}{H} \right) V_z = 0, \quad (9)$$

З умови $\text{div}\mathbf{V} = 0$ випливає зв'язок між компонентами швидкості $V_z = V_x (ik_x / a)$. З урахуванням цього зв'язку перетворимо (8) і отримаємо два рівняння, що містять невідому величину a :

$$-\omega^2 \frac{k_x^2 g}{a} - i \left(a^2 - k_x^2 - \frac{a}{H} \right) \frac{k_x^2 (e-1)}{a H} = 0, \quad (10)$$

$$-\omega^2 ag - i \left(a^2 - k_x^2 - \frac{ea}{H} \right) = 0. \quad (11)$$

Прирівнюючи дійсні та уявні частини в рівняннях (10) і (11), знайдемо $a = k_x$. З огляду на це для f-моди отримаємо

$$-\omega^2 k_x g - i \frac{ek_x}{H} = 0. \quad (12)$$

Поклавши $\gamma = 0$ і i , з рівняння (12) отримаємо декремент затухання f-моди:

$$\frac{ek_x}{2H}, \quad (13)$$

а також вираз для дійсної частини частоти:

$$\frac{2}{0} k_x g = \frac{ek_x^2}{2H}. \quad (14)$$

Розв'язки для амплітуд збурених величин f-моди в атмосфері з дисипацією мають вигляд

$$V_x, V_z = \exp k_x z \frac{e}{2H} t \exp[i \omega t - k_x x], \quad \frac{T}{T} = 0. \quad (15)$$

Поляризаційні співвідношення для складових швидкості f-моди збігаються з випадком ізотермічної атмосфери без дисипації $V_z = iV_x$ [8].

ДИСИПАТИВНА -МОДА

Для непружної -моди в системі (2)...(5) покладемо $\text{div}(\mathbf{V}) = 0$ [8], звідки отримаємо такий зв'язок між компонентами швидкості:

$$\frac{V_x}{x} = \frac{V_z}{z} = \frac{V_z}{H}. \quad (16)$$

Тоді з урахуванням (16) з рівняння (2) випливає $\Delta = 0$. Для розв'язку (6) з (3)...(5) отримаємо

$$i V_x - ik_x g H \frac{T}{T} - d_1 V_x - \frac{ik_x}{H} V_z = 0, \quad (17)$$

$$i V_z - g a H - 1 \frac{T}{T} - d_1 V_z - \frac{ik_x}{H} V_x = 0, \quad (18)$$

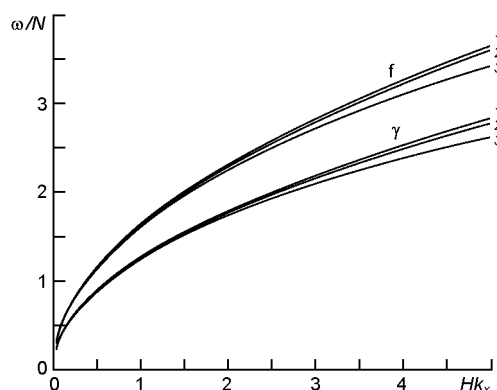
$$i \frac{T}{T} - \left(1 - \frac{V_z}{H} \right) \frac{d_1}{Pr} \frac{T}{T} = 0, \quad (19)$$

де $d_1 = a^2 k_x^2 = a/H$. За допомогою рівняння (19) виключимо з розгляду величину T/T . Потім використаємо співвідношення між компонентами швидкості $V_x = iV_z(1 - Ha)/(Hk_x)$, що випливає з (16). В результаті після деяких перетворень отримаємо два рівняння, що залежать від невідомої величини a :

$$\left(1 - \frac{1}{H} \right) g \frac{1}{H} a - \frac{2}{Pr} d_1 d_2 - i \frac{d_1}{Pr} d_2 = 0, \quad (20)$$

$$\frac{2}{Hk_x} \frac{aH}{Hk_x} - \left(1 - \frac{1}{H} \right) g k_x - \frac{2}{Pr} d_1 \frac{1}{Hk_x} d_1 - \frac{k_x}{H} = 0, \quad (21)$$

Рис. 1. Дисперсійні криві f - i -мод у термосфері при середній сонячній активності $T_n = 1000$ К: криві 1 — для $\nu = 0$; 2 — $\nu = 1.4 \cdot 10^7$ м²/с (висота порядку 420 км); 3 — $\nu = 2.7 \cdot 10^7$ м²/с (висота 450 км). Параметри атмосфери взято з моделі атмосфери MSIS 90



де $d_2 = a^2 k_x^2 / H^2$. З порівняння виразів (20) і (21), отримаємо $a = 1/H k_x$, $d_1 = k_x / H$, $d_2 = 2k_x / H$. В результаті для f -моди отримаємо

$$d_2^2 k_x g(1) = \frac{2 \nu k_x^2}{H^2 \text{Pr}} - i \frac{k_x}{H} 2 \frac{\nu}{\text{Pr}}. \quad (22)$$

Для обчислення декременту затухання f -моди покладемо в (22) $d_0 = i$, в результаті отримаємо

$$\frac{k_x}{2H} 2 \frac{\nu}{\text{Pr}}. \quad (23)$$

Відзначимо, що вираз (23) не містить величину $e = 1/3 + \nu / \dots$, тобто декремент затухання f -моди не залежить від об'ємної в'язкості. Мабуть, це пов'язано з виконанням умови $\nu / \dots = 0$. Об'ємна в'язкість визначає дисипацію енергії при стисненні і розрідженні об'єму середовища [1].

Дисперсійне рівняння для дійсної частини частоти f -моди з урахуванням (23) набуває вигляду

$$d_0^2 k_x g(1) = \frac{k_x}{2H} \frac{\nu}{\text{Pr}} 2 \frac{\nu}{\text{Pr}}. \quad (24)$$

З виразів (14) і (24) випливає, що в'язкість і теплопровідність середовища мало впливають на зсув частоти f - i -мод у верхній атмосфері (рис. 1). Для умов середньої сонячної активності цей ефект помітний вище рівня порядку 400 км, і для малих довжин хвиль $k_x H > 2$.

Амплітуди збурених величин для f -моди в дисипативній атмосфері мають вигляд

$$V_x, V_z, \frac{T}{T} = \exp \left[\frac{1}{H} k_x z - \frac{k_x}{2H} 2 \frac{\nu}{\text{Pr}} t \right] \exp[i(\omega_0 t - k_x x)], \quad \omega_0 = 0. \quad (25)$$

Поляризаційні зв'язки складових швидкості аналогічні ізотермічному випадку без дисипації $V_x = iV_z$.

ОСОБЛИВОСТІ ЗАТУХАННЯ f-І -МОД У ТЕРМОСФЕРІ

За допомогою отриманих розв'язків (13)...(15), (23)...(25) дослідимо особливості затухання f- і -мод у верхній атмосфері. Як впливає з виразів для декрементів (15) і (25), затухання f-моди зумовлене тільки в'язкістю, а теплопровідність на неї не впливає. Затухання -моди викликане динамічною в'язкістю і теплопровідністю, при цьому на неї не впливає об'ємна в'язкість. Зміну амплітуд f- і -мод з часом на різних висотах термосфери показано на рис. 2. Видно, що -мода затухає на порядок швидше, ніж f-мода при одних і тих же умовах в термосфері Землі. При середній сонячній активності ($T_n = 1000$ К) затухання f-моди стає відчутним вище рівня 350 км, а -мода значно послаблюється в'язкістю і теплопровідністю вже на висотах приблизно 250 км.

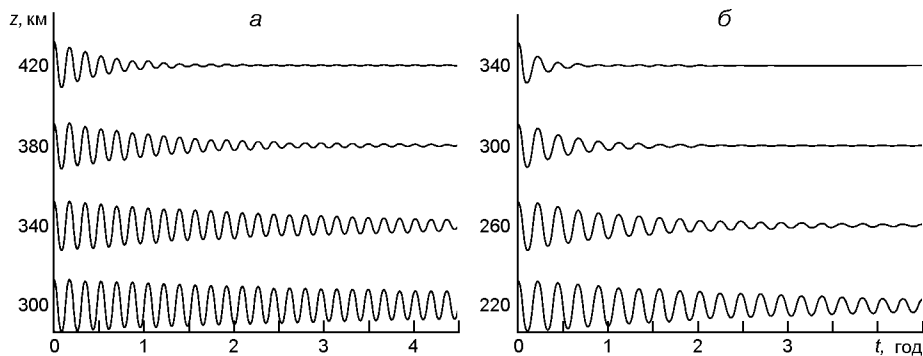


Рис. 2. Зміна з часом амплітуд збурень: *a* — для f-моди, *б* — для -моди на різних висотах *z*. Середня сонячна активність $T_n = 1000$ К, $Hk_x = 0.5$

Для числових оцінок ми використали модель атмосфери MSIS 90. Коефіцієнт в'язкості розраховувався за допомогою теоретичних співвідношень, представлених у роботі [11]. У термосфері $\nu = \text{const}$, внаслідок чого $\nu = \nu_0 \exp[-(z - z_0)/H]$ змінюється за експоненціальним законом ($\nu = \nu_0 \exp[-(z - z_0)/H]$). На висоті порядку 300 км при середньому рівні сонячної активності $\nu \sim 10^6$ м²/с. Відзначимо, що в роботі [11] коефіцієнти в'язкості і теплопровідності досліджено для атомарного кисню. Для реальних планетних атмосфер з різним хімічним складом характер затухання АГХ може бути іншим. Зокрема, затухання хвиль може сильно зростати через вклад об'ємної в'язкості.

Як впливає з декременту (15), затухання f-моди збільшується у середовищі, де значна об'ємна в'язкість. Великі значення пов'язані з процесами передачі енергії між ступенями свободи молекул. Тому відношення ν / ν_0 може бути дуже великим у деяких середовищах, наприклад в атмосферах інших планет з переважанням молекул CO₂ і

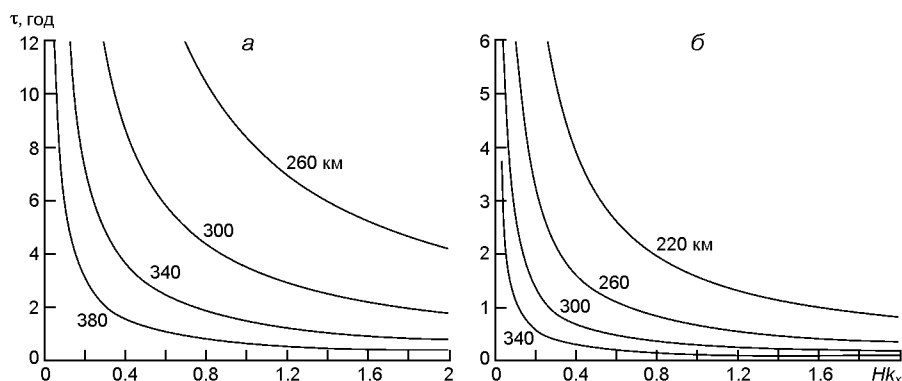


Рис. 3. Характерні часи затухання в залежності від масштабу хвилі Hk_x на різних висотах термосфери ($T_n = 1000$ К): *a* — для f-моди, *б* — для -моди

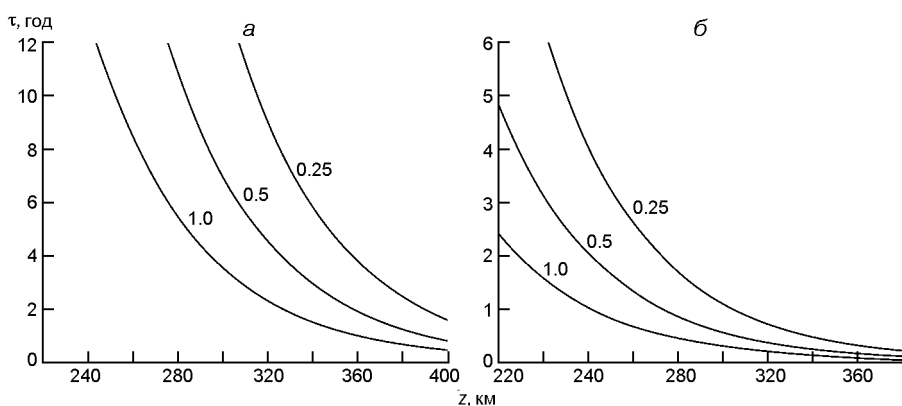


Рис. 4. Характерні часи затухання f-моди (*a*) і -моди (*б*) в залежності від висоти z в атмосфері для трьох значень масштабів хвиль: $Hk_x = 0.25; 0.5; 1.0$. Середня сонячна активність $T_n = 1000$ К

CH_4 [10]. Для молекулярного азоту N_2 при низькому тиску і температурі порядку 1000 К чисельні оцінки дають $\nu / 2$ [10]. Якби термосфера Землі повністю складалася з молекулярного азоту, то декремент затухання f-моди був би на порядок більшим і порівняним за величиною з декрементом -моди.

Для кількісної оцінки затухання хвиль зручно ввести характерний час затухання τ , протягом якого амплітуда зменшується в e^{-1} рази. Залежності для f- і -мод від горизонтальної складової хвильового вектора показано на рис. 3 на різних висотах при $T_n = 1000$ К. Видно, що на великих висотах через дисипацію можуть реалізуватися тільки довгохвильові гармоніки f- і -мод, а хвилі з малими довжинами швидко загасають.

Внаслідок експоненціального збільшення коефіцієнта в'язкості з висотою, також спостерігається сильна висотна залежність τ (рис. 4). Для f- і -мод є висоти, на яких вони загасають протягом одного пе-

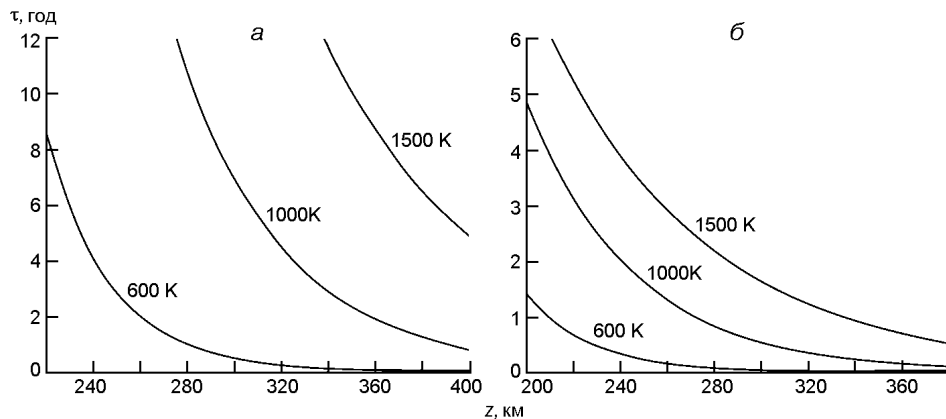


Рис. 5. Характерні часи затухання для f-моди (а) і -моди (б) в залежності від висоти при різній температурі ($T_n = 1500, 1000$ і 600 К). Горизонтальний масштаб хвилі $H_0 k_x = 0.5$ ($T_n = 1000$ К)

ріоду коливань. Можна вважати, що вище такого рівня хвильові моди фактично повністю пригнічуються в'язкою дисипацією. Для f-моди при $T_n = 1000$ К таким критичним рівнем є висота 450...480 км, а для -моди — 320...350 км при характерних для термосфери довжинах хвиль порядку сотень кілометрів.

Дисипація f- і -мод сильно залежить від температури термосфери. Втрати енергії цих хвильових мод збільшуються зі зменшенням температури у термосфері, і зменшуються при її збільшенні, як видно з рис. 5. Тому при низькій сонячній активності граничні висоти поширення f- і -мод, лежать значно нижче, ніж при високій активності. При $T_n = 1000$ К в інтервалі горизонтальних масштабів $H k_x = 0.25...1.0$ гранична висота існування -моди становить 320...350 км, для f-моди внаслідок слабшого затухання вона становить 450...480 км. Зі зменшенням сонячної активності і, відповідно, температури в термосфері, граничні рівні існування f- і -мод опускаються вниз. При екстремально низькому значенні $T_n = 600$ К гранична висота -моди становить 230...250 км, а f-моди — 310...330 км. З підвищенням температури термосфери до значень 1300...1500 К, що відповідає високій активності Сонця, область можливого існування f- і -мод простягається до 500...600 км. Ці висоти є граничними для існування АГХ через низьку частоту зіткнень і велику довжину пробігу частинок.

ДИСКУСІЯ

У моделі нескінченної ізотермічної атмосфери для реалізації еванесцентних хвильових мод необхідне виконання умови зменшення хвильової енергії у вертикальному напрямку від рівня поширення. Для f- і -мод, які реалізуються на нижній границі термосфери, щільність їх-

ної енергії повинна зменшуватися вгору при $z \rightarrow +\infty$. Задовольнити цю умову можуть хвилі з певними спектральними властивостями. Середня щільність хвильової енергії $E = (1/4) \rho_0 V_0^2 \exp[(2a - 1/H)z] = 0$ при $z \rightarrow +\infty$, якщо $a < 1/(2H)$, де ρ_0 — фонова щільність середовища, V_0 — швидкість частинок на рівні поширення хвилі. Для f-моди з $a = k_x$ умова зменшення енергії вгору виконується для горизонтальних масштабів $k_x < 1/(2H)$. Для -моди з $a = (1/H) - k_x$ щільність хвильової енергії зменшується вгору при $k_x > 1/(2H)$. Тому на нижній границі термосфери гіпотетично можуть бути реалізовані f-мода з масштабом $k_x \ll 1/(2H)$ і -мода з $k_x > 1/(2H)$. Для f-моди з $k_x > 1/(2H)$ і -моди з $k_x \ll 1/(2H)$ щільність енергії збільшується вгору, тому такі розв'язки є нефізичними в нескінченній атмосфері без дисипації. Однак врахування в атмосфері дисипативних втрат енергії дозволяє переглянути зазначені вище умови реалізації еванесцентних мод.

Звернемо увагу на відмінність затухання вільно поширюваних і еванесцентних хвиль. Для вільно поширюваних хвиль з ненульовою вертикальною складовою хвильового вектора, можна розглядати затухання хвиль як у часі, так і у просторі по вертикалі. При цьому часовий декремент затухання γ_t і просторовий декремент γ_z пов'язані через вертикальну групову швидкість співвідношенням $V_{grz} = \gamma_t / \gamma_z$ [13]. У випадку еванесцентних хвиль експонентний множник перед хвильовою частиною в рівняннях (15) і (25) описує затухання f- і -мод у часі. Затухання по вертикалі для еванесцентних хвиль не визначене, однак через в'язкість їхня енергія по вертикалі обмежена.

Сильна висотна залежність коефіцієнта в'язкості призводить до того, що для еванесцентних f- і -мод є граничний висотний рівень їхнього поширення. За такий рівень можна прийняти висоту, де характерний час затухання зрівнюється з періодом хвилі. На цій висоті амплітуда горизонтально поширюваної хвилі зменшується в $e^{-2.7}$ раза протягом одного періоду коливань, а хвильова енергія зменшується в $e^{-2} = 7.3$ раза відповідно. Тому можна вважати, що вище такого рівня хвильова мода фактично повністю пригнічується в'язкою дисипацією. Ці висоти сильно залежать від температури в термосфері, тобто від сонячної активності (див. рис. 5). Таким чином, в'язкість формує верхню межу і це не дозволяє енергії хвилі необмежено збільшуватися вгору.

ВИСНОВКИ

В роботі досліджується дисипація еванесцентних акустико-гравітаційних f- і -мод у в'язкій і теплопровідній ізотермічній атмосфері. Аналіз проведено на основі модифікованої системи гідродинамічних рівнянь, у яких у рівняннях Нав'є — Стокса і теплопереносу врахо-

вано перенесення імпульсу та енергії за рахунок градієнта фонові щільності.

Отримано дисперсійні рівняння f - і i -мод в ізотермічній дисипативній атмосфері. Показано, що в'язкість і теплопровідність мало впливають на частоти АГХ при характерних умовах в термосфері.

Отримано вирази для декрементів затухання f - і i -мод. Показано, що в термосфері Землі i -мода затухає на порядок швидше, ніж f -мода. Це пов'язано з різним характером затухання цих мод. Затухання f -моди не залежить від теплопровідності, а зумовлене тільки в'язкістю, причому затухання збільшується зі збільшенням відносного вкладу об'ємної в'язкості. Дисипація i -моди не залежить від об'ємної в'язкості, вона зумовлена динамічною в'язкістю і теплопровідністю.

Розраховано характерні часи затухання f - і i -мод на різних висотних рівнях термосфери. Досліджено залежності затухання цих мод від довжини хвилі, а також при різних рівнях сонячної активності.

Роботу виконано за підтримки Національного фонду досліджень України, проект 2020.02/0015 «Теоретичні та експериментальні дослідження глобальних збурень природного і техногенного походження в системі Земля — атмосфера — іоносфера» і частково за підтримки Цільової комплексної програми НАН України з наукових космічних досліджень на 2018—2022 роки.

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. *Теоретическая физика*. М.: Наука, 1986. Т. 6. Гидродинамика. 736 с.
2. Лизунов Г. В., Леонтьев А. Ю. Высота проникновения в ионосферу внутренних атмосферных гравитационных волн. *Космічна наука і технологія*. 2014. 20, № 4. С. 31—41.
3. Федоренко А. К., Крючков Е. И. Распределение среднemasштабных АГВ в полярных регионах по данным спутниковых измерений. *Геомагнетизм и аэрономия*. 2011. 51, № 1. С. 527—539.
4. Федоренко А. К., Крючков Е. И. Ветровой контроль распространения акустико-гравитационных волн в полярной термосфере. *Геомагнетизм и аэрономия*. 2013. 53, № 3. С. 394—405. DOI: 10.7868/S0016794013030061.
5. Федоренко А. К., Крючков Е. И. Наблюдаемые особенности акустико-гравитационных волн в гетеросфере. *Геомагнетизм и аэрономия*. 2014. 54, № 1. С. 116—123. DOI: 10.7868/S0016794014010027.
6. Федоренко А. К., Крючков Е. И., Черемних О. К. Затухання акустико-гравітаційних хвиль в ізотермічній атмосфері на основі модифікованих рівнянь Нав'є — Стокса і теплопереносу. *Кінематика і фізика небесних тіл*. 2020. 36, № 5. С. 15—30. <https://doi.org/10.3103/S0884591320050049>
7. Beer T. *Atmospheric Waves*. New York: John Wiley, 1974. 300 p.
8. Cheremnykh O. K., Fedorenko A. K., Kryuchkov E. I., Selivanov Y. A. Evanescent acoustic-gravity modes in the isothermal atmosphere: systematization, applications to the Earth's and Solar atmospheres. *Ann. Geophys.* 2019. 37, № 3. P. 405—415.
9. Cheremnykh O. K., Fedorenko A. K., Selivanov Y. A., Cheremnykh S. O. Continuous spectrum of evanescent acoustic-gravity waves in an isothermal atmosphere. *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.* 2021. 503, № 4. P. 5545—5553. DOI:10.1093/mnras/st.ab845.

10. Cramer M. S. Numerical estimates for the bulk viscosity of ideal gases. *Phys. Fluids*. 2012. 24. 066102. doi: 10.1063/1.4729611.
11. Dalgarno A., Smith F. J. The viscosity and thermal conductivity of atomic oxygen. *Planet. Space. Sci.* 1962. 9, № 1-2. P. 1—2.
12. Dudis J. J., Reber C. A. Composition effects in thermospheric gravity waves. *Geophys. Res. Lett.* 1976. 3 (12). P.727—730.
13. Fedorenko A. K., Kryuchkov E. I., Cheremnykh O. K., Selivanov Y. A. Dissipation of acoustic-gravity waves in the Earth's thermosphere. *J. Atmos. Terr. Phys.* 2021. 212. P. 105488. <https://doi.org/10.1016/j.jastp.2020.105488>
14. Francis S. H. Global propagation of atmospheric gravity waves: A review. *J. Atmos. Terr. Phys.* 1975. 37. P. 1011—1054.
15. Hines C. O. Internal gravity waves at ionospheric heights. *Can. J. Phys.* 1960. 38. P. 1441—1481.
16. Jones Walter L. Non-divergent oscillations in the Solar Atmosphere. *Solar Phys.* 1969. 7. P. 204—209.
17. Kundu P. *Fluid Dynamics*. New York: Elsevier, 1990. 638 p.
18. Roy A., Roy S., Misra A. P. Dynamical properties of acoustic-gravity waves in the atmosphere. *J. Atmos. and Solar-Terr. Phys.* 2019. 186. P. 78—81.
19. Vadas S. L., Fritts M. J. Thermospheric responses to gravity waves: Influences of increasing viscosity and thermal diffusivity. *J. Geophys. Res.* 2005. 110. D15103. doi:10.1029/2004JD005574.
20. Vadas S. L., Nicolls D. C. The phases and amplitudes of gravity waves propagating and dissipating in the thermosphere: Theory. *J. Geophys. Res.* 2012. 117. A05322. doi:10.1029/2011JA017426.
21. Waltercheid R. L., Hecht J. H. A reexamination of evanescent acoustic-gravity waves: Special properties and aeronomical significance. *J. Geophys. Res.* 2003. 108, D11. 4340. doi: 10.1029/2002JD002421.

REFERENCES

1. Landau L. D., Lifshits E. M. (1986). A Course of Theoretical Physics. Vol. 6: Fluid Mechanics (Nauka, Moscow, 1986; Pergamon, Oxford, 1987), 736.
2. Lizunov G. V., Leontiev A. Yu. (2014). Height of the penetration into the ionosphere for internal atmosphere gravity waves. *Kosmichna nauka i Tekhnologiya*. 20 (4). 31—41.
3. Fedorenko A. K., Kryuchkov Y. I. (2011). Distribution of medium scale acoustic gravity waves in polar regions according to satellite measurement data. *Geomagn. Aeron.* (Engl. Transl.). 51(4). 520—533. <https://doi.org/10.1134/S0016793211040128>.
4. Fedorenko A. K., Kryuchkov Y. I. (2013). Wind control of the propagation of acoustic gravity waves in the polar atmosphere. *Geomagn. Aeron.* (Engl. Transl.). 53 (3). 377—388. <https://doi.org/10.1134/S0016793213030055>.
5. Fedorenko A. K., Kryuchkov Y. I. (2014). Observed features of acoustic gravity waves in the heterosphere. *Geomagn. Aeron.* (Engl. Transl.). 54 (1). 109—116.
6. Fedorenko A. K., Kryuchkov E. I., Cheremnykh O. K. (2020). Attenuation of acoustic-gravity waves in an isothermal atmosphere: Consideration with the modified Navier-Stokes and heat-transfer equations. *Kinemat. Phys. Celest. Bodies*. 36. 212—221. <https://doi.org/10.3103/S0884591320050049>
7. Beer T. (1974). *Atmospheric Waves*. New York: John Wiley. 300 p.

8. Cheremnykh O. K., Fedorenko A. K., Kryuchkov E. I., Selivanov Y. A. (2019). Evanescent acoustic-gravity modes in the isothermal atmosphere: systematization, applications to the Earth's and Solar atmospheres. *Ann. Geophys.* 37 (3). 405—415.
9. Cheremnykh O. K., Fedorenko A. K., Selivanov Y. A., Cheremnykh S. O. (2021). Continuous spectrum of evanescent acoustic-gravity waves in an isothermal atmosphere. *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.* 503 (4). 5545—5553. DOI:10.1093/mnras/st.ab845.
10. Cramer M. S. (2012). Numerical estimates for the bulk viscosity of ideal gases. *Phys. Fluids.* 24. 066102. doi: 10.1063/1.472961.
11. Dalgarno A., Smith F. J. (1962). The viscosity and thermal conductivity of atomic oxygen. *Planet. Space. Sci.* 9 (1-2). 1—2.
12. Dudis J. J., Reber C. A. (1976). Composition effects in thermospheric gravity waves. *Geophys. Res. Lett.* 3 (12). 727—730.
13. Fedorenko A. K., Kryuchkov E. I., Cheremnykh O. K., Selivanov Y. A. (2021). Dissipation of acoustic—gravity waves in the Earth's thermosphere. *J. Atmos. Terr. Phys.* 212. 105488. <https://doi.org/10.1016/j.jastp.2020.105488>
14. Francis S. H. (1975). Global propagation of atmospheric gravity waves: A review. *J. Atmos. Terr. Phys.* 37. 1011—1054.
15. Hines C. O. (1960). Internal gravity waves at ionospheric heights. *Can. J. Phys.* 38. 1441—1481.
16. Jones Walter L. (1969). Non-divergent oscillations in the Solar Atmosphere. *Solar Phys.* 7. 204—209.
17. Kundu P. (1990). *Fluid Dynamics*. New York: Elsevier. 638 p.
18. Roy A., Roy S., Misra A. P. (2019). Dynamical properties of acoustic-gravity waves in the atmosphere. *J. Atmos. and Solar-Terr. Phys.* 186. 78—81.
19. Vadas S. L., Fritts M. J. (2005). Thermospheric responses to gravity waves: Influences of increasing viscosity and thermal diffusivity. *J. Geophys. Res.* 110. D15103. doi:10.1029/2004JD005574.
20. Vadas S. L., Nicolls D. C. (2012). The phases and amplitudes of gravity waves propagating and dissipating in the thermosphere: Theory. *J. Geophys. Res.* 117. A05322. doi:10.1029/2011JA017426.
21. Waltercheid R. L., Hecht J. H. (2003) A reexamination of evanescent acoustic-gravity waves: Special properties and aeronomical significance. *J. Geophys. Res.* 108 (D11). 4340. doi:10.1029/2002JD002421.

*O. K. Cheremnykh, A. K. Fedorenko, E. I. Kryuchkov,
D. I. Vlasov, I. T. Zhuk*

Space Research Institute of the National Academy of Sciences of Ukraine
and the State Space Agency of Ukraine,
Kyiv, Ukraine

ATTENUATION OF EVANESCENT ACOUSTIC-GRAVITY MODES IN THE EARTH THERMOSPHERE

The damping of the acoustic-gravity non-divergent f-mode and inelastic ω -mode in the Earth's upper atmosphere due to viscosity and thermal conductivity was studied. We used the system of hydrodynamic equations including modified Navier-Stokes and heat transfer equations to analyze the damping. The contribution of the background density gradient to the transfer of energy and momentum by waves are taken into account in these modified equations. Dispersion equations for f- and ω -modes in an isothermal dissipative atmosphere

are obtained. We have shown that viscosity and thermal conductivity insignificantly affect the frequency shift of these modes under typical thermosphere conditions. Expressions for the damping decrements of the f- and -modes are obtained. It was found that the damping decrement of the -mode exceeds the corresponding decrement of the f-mode by almost an order of magnitude in the terrestrial thermosphere. Also it was found that the f-mode damping isn't depended on thermal conductivity but is due only to dynamic viscosity. Moreover, the f-mode damping increases with an increase in the relative contribution of bulk viscosity. The dissipation of the -mode is caused by dynamic viscosity and thermal conductivity and isn't depended on the bulk viscosity. We considered the time variation of the perturbation amplitudes for the f- and -modes at different heights of the thermosphere. The characteristic decay times of the f- and -modes at different heights depending on the wavelength, as well as at different levels of solar activity were obtained. We have determined the boundary heights in the thermosphere above which the f- and -modes cannot exist due to dissipation.

Keywords: acoustic-gravity wave, atmosphere, evanescent wave mode, molecular viscosity, thermal conductivity.

Стаття надійшла до редакції 01.04.2021

Після доопрацювання 27.04.2021

Прийнята до друку 17.06.2021