

doi: <https://doi.org/10.15407/kfnt2021.04.003>
УДК 551.51; 551.511.31

**О. К. Черемних, А. К. Федоренко,
Д. І. Власов, С. В. Мельничук**

Інститут космічних досліджень Національної академії наук України
та Державного космічного агентства України
Просп. Академіка Глушкова, 40, к. 4/1, Київ-187, 03187
E-mail: oleg.cheremnykh@gmail.com
fedorenkoak@gmail.com
dima.i.vlasov@gmail.com
melnychuk89s@gmail.com

Еванесцентні акустико-гравітаційні хвильові моди в неізотермічній атмосфері

Досліджено поширення еванесцентних акустико-гравітаційних хвиль в атмосфері з довільним висотним профілем температури. Показано можливість існування у вертикальній неізотермічній атмосфері двох типів еванесцентних хвильових мод. Перший тип — це f -мода, у якій дисперсія не залежить від висотної неоднорідності температури, і тому однакова на будь-якому висотному рівні неізотермічної атмосфери. Другий тип — це виявлена нещодавно ω -мода, у якій дисперсія залежить від висотного градієнта температури і може реалізуватися тільки на окремих висотних інтервалах. Розглянуто можливість реалізації f - і ω -мод в земній атмосфері з урахуванням модельного висотного профілю температури. Показано, що ці моди можуть існувати на висотах локальних висотних екстремумів температури в атмосфері. При цьому вони реалізуються тільки у вузькому діапазоні спектральних параметрів, для яких виконуються умови зменшення хвильової енергії вище і нижче рівня їхнього поширення. Для f -моди ця енергетична умова виконується на висотах локальних мінімумів температури, а для ω -моди — на висотах локальних максимумів. Дано рекомендації щодо спостережень цих мод в атмосфері Землі і Сонця. У земній атмосфері f -мода імовірно може спостерігатися поблизу мезопаузи з характерною довжиною хвилі $\lambda_x \approx 75$ км, в

атмосфері Сонця — на висотах хромосфери з $x \approx 1600$ км. Період f -моди, що поширюється в області мінімуму температури, незначно перевищує період Брента — Вяйсяля на цій висоті. В атмосфері Землі f -мода може реалізуватися в областях максимуму температури, наприклад на висоті стратоспаузи з $x \approx 100$ км, з періодом, трохи більшим, ніж період Брента — Вяйсяля на висоті її поширення.
Ключові слова: акустико-гравітаційна хвиля, еванесцентна хвильова мода, неізотермічна атмосфера.

ВСТУП

Згідно з численними дослідженнями в атмосферах Сонця та планет можуть реалізуватися два типи акустико-гравітаційних хвиль (АГХ): вільно поширювані внутрішні хвилі та горизонтальні (еванесцентні) моди [5, 8, 11, 16, 20]. Спектр вільно поширюваних АГХ включає низькочастотні внутрішні гравітаційні та високочастотні акустичні хвилі, які поширюються під кутом до горизонтальної площини в атмосфері, вертикально стратифікованій у полі сили тяжіння. Енергія вільних хвиль зберігається при їхньому поширенні знизу вгору одночасно із ростом амплітуди внаслідок зменшення щільності атмосфери з висотою, якщо не враховувати втрати хвильової енергії через в'язкість і теплопровідність. Еванесцентні хвильові моди — це горизонтально поширювані збурення з експоненціальним законом зміни амплітуд з висотою. Для реалізації цих збурень на деякій висоті в атмосфері необхідне виконання таких очевидних умов: 1) наявність джерел на цій висоті; 2) зменшення енергії хвиль в напрямку вгору і вниз від рівня їхнього поширення. Друга умова не може виконуватися у безкінечній ізотермічній атмосфері. Однак це стає можливим, якщо температура змінюється у вертикальному напрямку. Тому реалізацію еванесцентних мод доцільно розглядати у моделі вертикально неізотермічної атмосфери.

У гідродинаміці і фізиці Сонця відомі такі еванесцентні акустико-гравітаційні моди: горизонтальна хвиля Лемба, вертикальні коливання Брента — Вяйсяля (БВ) і поверхнева f -мода, що задовольняє дисперсію $\omega^2 = k_x g$ [4, 12, 18, 19]. Експериментальні спостереження f -моди в сонячній атмосфері застосовують для діагностики течій, уточнення сонячного радіуса та інших особливостей структури та динаміки Сонця [3, 10]. Реалізацію f -моди зазвичай вивчають у розривній моделі, де температура і щільність змінюються стрибкоподібно на границі розділу двох ізотермічних середовищ [6, 13, 18]. Вважається, що f -мода на Сонці поширюється на різкій границі фотосфера — корона або хромосфера — корона, де щільність і температура змінюються приблизно у 40 разів [12, 15]. Також досліджено особливості f -моди у моделі з неперервною перехідною областю хромосфера —

корона [15]. У цих моделях f -мода розглядається як поверхнева хвиля, для реалізації якої повинні виконуватися певні граничні умови.

В останні роки була теоретично показана можливість реалізації в ізотермічній атмосфері нової еванесцентної «непружної» моди (або i -моди), яку експериментально ще не виявлено. Тому важливо дослідити можливість існування цієї моди в атмосферах планет і Сонця, а також зробити прогноз щодо можливості її спостережень.

У розвиток теорії еванесцентних АГХ в недавній роботі [7] був запропонований новий підхід до вивчення цих хвиль в ізотермічній атмосфері. В рамках цього підходу показано, що існує безліч еванесцентних хвильових розв'язків, які відповідають певного виду просторового зв'язку між компонентами вектора зміщення елементарного об'єму середовища. Відомі раніше еванесцентні моди (горизонтальна хвиля Лемба, вертикальні коливання плавучості, поверхнева f -мода і непружна i -мода) є окремими випадками цих розв'язків.

В атмосферах планет і Сонця залежність температури від висоти $T(z)$ є складною функцією, яка визначається наявністю на різних атмосферних висотах різних механізмів нагрівання та охолодження середовища. Врахування змін з висотою температури, в'язкості, теплопровідності та інших особливостей реальної атмосфери здійснюється зазвичай при чисельному моделюванні [2]. У деяких інтервалах висот, де температура і хімічний склад змінюються досить повільно, поширення АГХ можна наближено описати в рамках лінійної теорії, розвиненої для ізотермічної атмосфери [11, 16, 20]. Вплив слабкої вертикальної неоднорідності температури на поширення акустико-гравітаційних хвиль і модифікацію їхніх спектральних властивостей вивчено в роботі [1]. Однак на висотах з великим градієнтом температури, а також в областях локальних екстремумів функції $T(z)$ теорія АГХ для ізотермічної атмосфери стає неприйнятною. Водночас ці висотні області перспективні для існування горизонтальних (еванесцентних) і хвилеводних мод [9, 14, 17]. Тому доцільно проаналізувати, які типи еванесцентних мод можуть реалізуватися в областях з великими висотними градієнтами температури.

Реалізація еванесцентних мод зазвичай розглядається у моделі двох ізотермічних півпросторів з різною температурою вгорі і внизу [6, 13, 18]. У даній роботі ми досліджуємо можливість існування еванесцентних мод в неізотермічній атмосфері з неперервним висотним профілем температури. Ми покажемо, що в неізотермічній атмосфері можуть реалізовуватися дві моди: f -мода з дисперсією, що збігається з ізотермічним випадком, і i -мода з дисперсією, модифікованою зміною температури з висотою. Умова зменшення щільності енергії вгору і вниз виконується для f -моди на висотах локальних мінімумів температури. Аналогічна енергетична умова реалізації i -моди виконується на висотах локальних максимумів температури.

ВИХІДНІ РІВНЯННЯ

Розглянемо лінійні збурення в нескінченній неізотермічній атмосфері, стратифікованій у полі сили тяжіння. Для вивчення таких збурень розглянемо систему двох рівнянь другого порядку для горизонтальної та вертикальної складових швидкості частинок [18]:

$$\rho_0 \frac{\partial^2 V_x}{\partial t^2} - \rho_0 g \frac{\partial V_z}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho_0 c_s^2 \frac{\partial V_x}{\partial x} - \frac{\partial V_z}{\partial z} \right), \quad (1)$$

$$\rho_0 \frac{\partial^2 V_z}{\partial t^2} - \rho_0 g \frac{\partial V_x}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho_0 c_s^2 \frac{\partial V_x}{\partial x} - \frac{\partial V_z}{\partial z} \right). \quad (2)$$

Тут ρ_0 — щільність атмосфери, $c_s^2 = gH$ — квадрат швидкості звуку, g — прискорення вільного падіння, γ — показник адіабати, $H = kT / \bar{m}g$ — висота однорідної атмосфери, k — стала Больцмана, T — температура, \bar{m} — середня маса частинок атмосферного газу.

Рівняння (1), (2) записано в декартовій системі координат, де вісь z напрямлена вгору. Атмосферу вважаємо однорідною в горизонтальній площині. Тому залежність від координати y можна виключити відповідним поворотом системи координат навколо осі z таким чином, щоб вісь x була спрямована уздовж горизонтальної складової швидкості частинок. В неізотермічній атмосфері рівняння (1), (2) є системою рівнянь зі змінними коефіцієнтами, оскільки величини ρ_0 і c_s залежать від координати z .

Для ідеального атмосферного газу

$$p_0 = nkT, \quad \rho_0 = n\bar{m}, \quad (3)$$

де p_0 — тиск, n — концентрація частинок.

З урахуванням (3) у припущенні гідростатичної рівноваги атмосфери

$$\frac{dp_0}{dz} = -\rho_0 g$$

отримаємо висотні розподіли незбуреного тиску і щільності в атмосфері:

$$\frac{1}{\rho_0} \frac{d\rho_0}{dz} = -\frac{1}{H}, \quad \frac{1}{p_0} \frac{dp_0}{dz} = -\frac{1}{H}. \quad (4)$$

Відмінність висотних залежностей щільності і тиску призводить до особливостей поширення хвиль в неізотермічній атмосфері.

ДИСПЕРСІЙНІ РІВНЯННЯ ЕВАНЕСЦЕНТНИХ ХВИЛЬОВИХ МОД

Розв'язки системи (1), (2) будемо шукати у вигляді плоских хвиль по часу і горизонтальній координаті, не конкретизуючи виду розв'язку у

вертикальному напрямку:

$$V_{x,z}(x, z, t) = V_{x,z}(z) \exp[i(t - k_x x)], \quad (5)$$

де ω — частота хвилі, k_x — горизонтальна складова хвильового вектора. Слідом за [7] припустимо, що властивості еванесцентних збурень задовольняють умову

$$\operatorname{div} \mathbf{V} = -\frac{V_z}{H}. \quad (6)$$

Обґрунтованість такого припущення для еванесцентних хвиль детально проаналізовано в роботі [7]. Як було показано, в ізотермічному випадку ($H = \text{const}$) застосування додаткової умови виду (6) з $H = \text{const}$ до системи рівнянь (1), (2) призводить до широкого класу еванесцентних розв'язків. Для неізотермічного випадку також приймемо умову (6), однак при цьому вважаємо залежними від висоти величини $\omega(z)$ і $H = H(z)$.

До висот турбопаузи (~ 100 км) всі гази в атмосфері інтенсивно перемішуються, і величина $\gamma = 1.4$ майже незмінна. Вище турбопаузи в атмосфері Землі відбувається поступовий перехід від двоатомного до одноатомного газу, внаслідок чого величина γ змінюється з висотою, що також врахуємо.

З урахуванням (5) і (6) з системи (1), (2) отримаємо

$$-\omega^2 V_x - ik_x g (1 - \gamma) V_z, \quad (7)$$

$$\omega^2 V_z - ik_x g V_x - c_s^2 \frac{\omega^2}{z} \frac{V_z}{H} - c_s^2 \frac{\omega^2}{H} \frac{V_z}{z} - g \frac{\omega^2}{H} \frac{V_z}{z} = 0. \quad (8)$$

Виразимо з рівняння (7) складову V_x . Далі з умови (6) отримаємо вираз для похідної $\frac{V_z}{z} = \frac{1}{H} V_z - ik_x V_x$. Підставивши ці значення у рівняння (8), отримаємо таке дисперсійне рівняння:

$$\omega^4 - c_s^2 \frac{\omega^2}{z} \frac{\omega^2}{H} - \frac{\omega^2}{H^2} (1 - \gamma) - \frac{\omega^2}{H} \frac{\omega^2}{z} - k_x^2 g^2 (1 - \gamma)^2 = 0. \quad (9)$$

Припустимо для вертикальної швидкості залежність:

$$V_z = V_0(t, x) \exp(-a(z) dz), \quad (10)$$

де параметр $a(z)$ визначає зміну амплітуд збурень з висотою. Тоді з рівнянь (6) і (7) отримаємо такі розв'язки для складових швидкості:

$$V_z = V_0 \exp[i(t - k_x x) - \frac{k_x g}{2} (1 - \gamma) dz], \quad (11)$$

$$V_x = iV_0 (1 - \gamma) \frac{k_x g}{2} \exp[i(t - k_x x) - \frac{k_x g}{2} (1 - \gamma) dz]. \quad (12)$$

Тут параметр вертикальної залежності амплітуд

$$a = \frac{k_x g}{H} (1 - \dots).$$

Проблема фізичної інтерпретації отриманих для неізотермічної атмосфери розв'язків (9)...(12) полягає в тому, що вони містять залежні від висоти значення параметрів середовища. При отриманні цих рівнянь передбачалося, що k_x не залежать від висоти. Тому в неізотермічній атмосфері рівняння (9) може розглядатися як дисперсійне рівняння тільки в локальному наближенні. Проаналізуємо, чи можуть в неізотермічній атмосфері існувати такі окремі випадки розв'язків, для яких k_x не змінюються з висотою.

1. f-мода. Найбільш очевидним є випадок $\epsilon = 0$, коли з дисперсійного рівняння (8) виходить відомий розв'язок для f-моди:

$$\begin{aligned} V_x &= V_0 \sin(\omega t - k_x x) \exp(k_x z), \\ V_z &= V_0 \cos(\omega t - k_x x) \exp(k_x z). \end{aligned} \quad (13)$$

Як видно, для f-моди дисперсія і висотна зміна амплітуди збурень не залежить від параметрів середовища. Тому (13) є точним розв'язком в неізотермічній атмосфері, справедливим для довільної залежності $T(z)$. З точки зору виконання дисперсії f-мода може існувати на будь-якому висотному рівні неізотермічної атмосфери. Обмеженням для її фізичної реалізації є вимога зменшення щільності хвильової енергії у вертикальному напрямку.

2. -мода. Цю моду вперше було отримано в роботі [6] для ізотермічного випадку з умови $\text{div}(\mathbf{V}) = 0$. Ізотермічна дисперсія -моди має вигляд $k_x g (1 - \dots)$, залежність амплітуди від висоти $a = (1/H) k_x$, а поляризація $V_x = iV_z$. Для цієї моди в ізотермічному випадку величина $\epsilon = 1$ прямо впливає з умови (6).

У неізотермічній атмосфері умова

$$\text{div}(\mathbf{V}) = \text{div} \mathbf{V} - \frac{V_z}{H} = 1 - \frac{dH}{dz} = 0$$

дає $\epsilon = 1 + dH/dz$. Підставляючи значення у дисперсійне рівняння (9), після деяких перетворень отримаємо

$$k_x^2 g^2 \frac{H^2}{z^2} - 1 - \frac{H}{z} \frac{dH}{dz} - k_x^2 g^2 (1 - \dots) = 0. \quad (14)$$

Видно, що в неізотермічній атмосфері -мода в «чистому» вигляді не реалізується, вона може виконуватися тільки наближено. Покажемо, що є проста фізична умова, яка дозволяє спростити дисперсію (14). Для цього рівняння (7) перетворимо до виду

$$V_x = i \frac{k_x g}{2} \left(1 - \frac{H}{z} \right) V_z, \quad (15)$$

де враховано, що для f -моди $N^2 = 1 + dH/dz$. Далі продиференціюємо (15) по висоті:

$$\frac{V_x}{z} = i \frac{k_x g}{2} \left(1 - \frac{H}{z} \right) \frac{dV_z}{dz} - \frac{H}{z^2} V_z = i \frac{k_x g}{2} \left(1 - \frac{H}{z} \right) \frac{dV_z}{dz} + \frac{H}{z} \frac{V_z}{z}. \quad (16)$$

Порівняємо рівняння (14) і (16). Видно, що якщо виконується умова $V_x/V_z = \text{const}$ на кожному висотному рівні, тоді дисперсійне рівняння спрощується. Для вільно поширюваних хвиль умова $V_x/V_z = \text{const}$ має простий фізичний зміст і еквівалентна збереженню кінетичної енергії з висотою. Для еванесцентних хвиль ця умова означає збереження типу поляризації з висотою. Припустимо, що ця умова виконується, і тоді з (14) отримаємо дисперсійне рівняння для f -моди, модифіковане зміною температури і середньої маси частинок з висотою:

$$N^2 = k_x^2 g \left(1 - \frac{dH}{dz} \right). \quad (17)$$

Оскільки k_x і k_x не повинні залежати від висоти, рівняння (17) справедливе на інтервалах висот, де виконується умова $dH/dz = \text{const}$, або в областях локальних екстремумів температури $dH/dz = 0$. На спектральній площині (k_x, k_x) дисперсійні криві модифікованої f -моди лежать нижче від ізотермічної кривої $N^2 = k_x^2 g (1 - dH/dz)$ при $dH/dz < 0$ і проходять вище від неї при $dH/dz > 0$. Є мінімально можливе для f -моди значення $dH/dz = (1 - N^2/k_x^2 g)$, при якому $N^2 = 0$. Відзначимо, що це значення збігається з мінімально можливим значенням dH/dz для всіх типів АГХ, оскільки неізотермічна частота БВ в цьому випадку

$$N^2 = \frac{g}{H} \left(1 - \frac{dH}{dz} \right) = 0.$$

Цікаво, що при $\frac{dH}{dz} = \frac{2}{3}$ дисперсійна крива модифікованої

f -моди збігається з дисперсійною кривою f -моди, однак при цьому поляризації і висотні залежності їх амплітуд відрізняються.

У верхній атмосфері

$$\frac{1}{H} \frac{dH}{dz} = \frac{1}{T} \frac{dT}{dz} = \frac{1}{\bar{m}} \frac{d\bar{m}}{dz},$$

тому навіть при постійній температурі за рахунок зміни з висотою середньої маси частинок атмосферного газу $dH/dz = 0$ (рис. 1). При цьому відносний внесок $d\bar{m}/dz$ у зміну H в термосфері збільшується зі збільшенням висоти. Як видно з рис. 2, в інтервалі висот термосфери

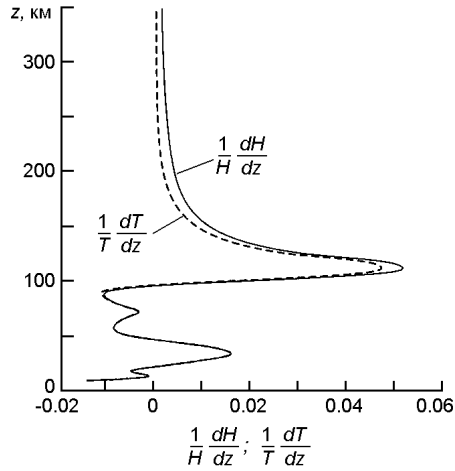


Рис. 1. Вертикальні профілі в атмосфері Землі величин $\frac{1}{H} \frac{dH}{dz}$ (суцільна крива) та $\frac{1}{T} \frac{dT}{dz}$ (штрихова крива)

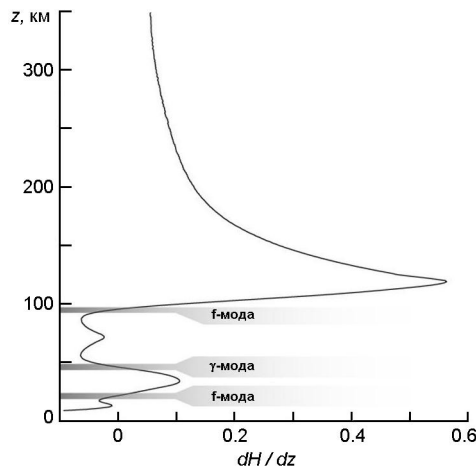


Рис. 2. Вертикальний профіль dH/dz і ймовірні області існування f- і γ -мод в областях локальних екстремумів температури ($dH/dz = 0$) в атмосфері Землі

200...350 км значення градієнта близьке до $dH/dz \approx 0.1$, і мало змінюється з висотою. Отже, в таких умовах дисперсія (17) наближено виконується.

Компоненти збуреної швидкості γ -моди в неізотермічному випадку мають вигляд

$$V_z = V_0 \exp i(\omega t - k_x x) \left[1 - \frac{1}{H} \left(1 - \frac{dH}{dz} \right) k_x dz \right], \quad (18)$$

$$V_x = iV_0 \left[1 - \frac{dH}{dz} \right] \left[1 - \frac{k_x g}{2} \right] \exp i(\omega t - k_x x) \left[\frac{1}{H} \left(1 - \frac{dH}{dz} \right) k_x dz \right]. \quad (19)$$

Поляризація модифікованої в неізотермічній атмосфері γ -моди

$$V_x = iV_z \frac{k_x g}{2} \left[1 - \frac{dH}{dz} \right] \quad (20)$$

для дисперсійного рівняння (17) збігається з ізотермічним випадком $V_x = iV_z$.

РЕАЛІЗАЦІЯ ЕВАНЕСЦЕНТНИХ МОДУ НЕІЗОТЕРМІЧНІЙ АТМОСФЕРІ

У нескінченній атмосфері для еванесцентних хвильових мод з експоненційною залежністю амплітуди від висоти повинна виконуватися умова зменшення хвильової енергії від рівня поширення. В ізотермічному випадку цю умову можна виконати для півнескінченної атмосфери, обмеженою зверху чи знизу деякою поверхнею. Також спадання енергії еванесцентних хвиль можливе в рамках моделі двох ізотермічних півпросторів з різною температурою, розділених тонкою або скінченнорозмірною границею [6, 13]. В обох випадках вимога спадання енергії з висотою накладає обмеження на спектральні властивості хвиль. Неізотермічна атмосфера зі змінним висотним профілем $T(z)$ відкриває нові можливості для реалізації еванесцентних мод в областях різких градієнтів або локальних екстремумів температури.

Спочатку розглянемо поширення еванесцентних мод у земній термосфері, де відповідно до моделі атмосфери $dH/dz = 0.1$ (див. рис. 2). При цьому припустимо, що різкий градієнт температури в нижній частині термосфери є нижньою границею. В такому випадку необхідною умовою реалізації таких мод є спадання щільності хвильової енергії при $z \rightarrow +\infty$. Нехай на рівні поширення еванесцентної хвилі $z = 0$ виконується умова $V_x = V_0 \sqrt{V_{z0}^2 - V_{x0}^2}$, $H = H_0$. Вище цього рівня ($z > 0$) середня щільність хвильової енергії

$$E = \frac{1}{4} V_0^2 \exp \left[-2a \left(1 - \frac{dH}{dz} \right) dz \right] = 0 \text{ при } z \rightarrow +\infty,$$

якщо $a < \frac{1}{2H_0} \left(1 - \frac{dH}{dz} \right)$. Для f-моди з $a = k_x$ умова зменшення енергії

вгору виконується для горизонтальних масштабів $k_x < \frac{1}{2H_0} \left(1 - \frac{dH}{dz} \right)$.

Для -моди з $a = \frac{1}{H} \left(1 - \frac{dH}{dz} \right) = k_x$ щільність хвильової енергії

зменшується вгору при $k_x > \frac{1}{2H_0} \left(1 - \frac{dH}{dz} \right)$. Тому при зазначених

обмеженнях на спектральні властивості f- і -моди гіпотетично можуть реалізуватися в термосфері.

При відсутності границь енергія повинна спадати в обидва боки (вгору і вниз) від рівня поширення. Розглянемо таку можливість на

висотах локальних екстремумів температури. Як показано вище, щільність енергії хвиль зменшується вгору, якщо $a < \frac{1}{2H_0} \left(1 - \frac{dH}{dz} \right)$.

Щільність хвильової енергії зменшується в напрямку вниз:

$$E = \frac{1}{4} V_0^2 \exp \left[-2a \left(\frac{1}{H_0} - \frac{1}{2H_0} \left(1 - \frac{dH}{dz} \right) \right) dz \right] \quad \text{при } z \rightarrow \infty,$$

якщо $a > \frac{1}{2H_0} \left(1 - \frac{dH}{dz} \right)$. Тому умова зменшення енергії вгору і вниз від рівня поширення $z = 0$ має вигляд

$$\frac{1}{2H_0} \left(1 - \frac{dH}{dz} \right) > a > \frac{1}{2H_0} \left(1 + \frac{dH}{dz} \right). \quad (21)$$

Реалізація f-моди. Для f-моди з $k_x = k_x$ енергія зменшується вгору і вниз від рівня $z = 0$ при виконанні нерівності

$$\frac{1}{2H_0} \left(1 - \frac{dH}{dz} \right) > k_x > \frac{1}{2H_0} \left(1 + \frac{dH}{dz} \right). \quad (22)$$

Неважко переконатися, що нерівність (22) виконується, якщо хвиля існує на висотному рівні мінімуму температури $T(z)_{\min}$. Вище цього рівня градієнт температури додатний ($dH/dz > 0$), а нижче — від’ємний ($dH/dz < 0$). При цьому умова одночасного зменшення щільності хвильової енергії вгору і вниз від рівня $z = 0$ можлива для f-моди з горизонтальним масштабом $k_x = 1/(2H_0)$. Отже, f-мода теоретично може реалізуватися на висоті температурного мінімуму. Також для f-моди умова (22) виконується на висотних інтервалах, де градієнт температури збільшується зі збільшенням висоти $dH/dz > 0$. При цьому масштаб хвилі $k_x = 1/(2H_0)$ також виділено на рівні поширення.

З урахуванням дисперсії $\omega^2 = k_x g$ і нерівності (22) частота f-моди в області температурного мінімуму становить $\omega_f = \sqrt{g/2H_0} = N_0 \sqrt{g/2(1 - \frac{dH}{dz})}$. Тут $N_0 = \sqrt{g(1 - \frac{dH}{dz})/H}$ — частота Брента — Вайсяля на висоті $T(z)_{\min}$. Таким чином, частота f-моди $\omega_f = 1.32N_0$ при $\frac{dH}{dz} = 1.4$ і $\omega_f = 1.12N_0$ при $\frac{dH}{dz} = 1.67$.

В атмосфері Землі мінімуми $T(z)$ виникають на висотах мезо- і тропопаузи. У цих областях імовірно можуть спостерігатися еванесцентні f-моди. У земній мезопаузі $H_0 = 6$ км, $\frac{dH}{dz} = 1.4$, період БВ $T_{BV} = 314$ с. Отже, періоди збурень дорівнюють $T_f = 235$ с, а переважна довжина хвилі f-моди становить $\lambda_x = 4 H_0 = 75$ км.

В атмосфері Сонця абсолютний мінімум температури перебуває у хромосфері $T(z)_{\min} = 4300$ К. Для водневої атмосфери при $g = 274$ м/с²

Реалізація еванесцентних мод в атмосфері

Тип моди	Дисперсійне рівняння	Залежність амплітуди від висоти	Область реалізації
f-мода	$k_x^2 g$	$a k_x$	Термосфера, області $T(z)_{\min}$ в атмосферах планет, мезопауза і тропопауза атмосфери Землі, хромосфера Сонця
-мода	$k_x^2 g$	$a \frac{1}{H} \frac{dH}{dz}$	Термосфера, області $T(z)_{\max}$ в атмосферах планет, стратопауза атмосфери Землі

отримаємо $H_0 = 127$ км. Беручи характерне значення для Сонця $\gamma = 1.3$, отримаємо $T_{BV} = 285$ с. Тоді для f-моди в хромосфері переважна довжина хвилі становить $\lambda_x = 1600$ км, а період дорівнює $T_f = 194$ с.

Реалізація -моди. Як було показано вище, дисперсія -моди виконується на висотах з $dH/dz = \text{const}$ або в областях локальних екстремумів температури $dH/dz = 0$. Можливість реалізації -моди в земній термосфері при $dH/dz = \text{const}$ також було розглянуто вище. У точці локального екстремуму ($dH/dz = 0$) для -моди при $a \frac{1}{H} \frac{dH}{dz} = k_x$ з нерівності (21) отримаємо умову, при якій енергія зменшується вгору і вниз:

$$\frac{1}{2H_0} \frac{1}{H} \frac{dH}{dz} < \frac{1}{H_0} k_x < \frac{1}{2H_0} \frac{1}{H} \frac{dH}{dz} . \quad (23)$$

Звідси випливає

$$\frac{1}{2H_0} \frac{1}{H} \frac{dH}{dz} < k_x < \frac{1}{2H_0} \frac{1}{H} \frac{dH}{dz} . \quad (24)$$

Згідно з нерівністю (24) для -моди виконується умова спадання енергії вгору і вниз, якщо хвиля поширюється на висоті максимуму температури, де $dH/dz = 0$, $dH/dz > 0$. При цьому просторовий масштаб -моди виділено $k_x = 1/(2H_0)$. Поширення такої моди гіпотетично можливе на висоті земної стратопаузи.

Області можливої реалізації еванесцентних f- і -мод в атмосфері Землі показано на рис. 2 і узагальнено у таблиці, де також додатково вказано можливі області спостереження на Сонці.

ВИСНОВКИ

Вивчено можливість існування еванесцентних f- і -мод в неізотермічній атмосфері. Раніше f-мода розглядалася як поверхнева хвиля, яка поширюється на різкій границі двох ізотермічних середовищ. До-

сліджено можливість існування цієї моди в неізотермічній моделі з неперервним висотним профілем $T(z)$. Показано, що в неізотермічній атмосфері дисперсія, амплітуда і поляризація f-моди не залежать від висотного профілю температури. Вперше отримано дисперсію для -моди в неізотермічній атмосфері. Ця дисперсія залежить від висотного градієнта температури і може виконуватися наближено на окремих атмосферних висотах.

Досліджено можливість реалізації f- і -мод на різних висотах реалістичної атмосфери. Показано, що ці моди можуть реалізуватися у термосфері, де просторовий масштаб f-моди обмежений умовою $k_x < 1/(2H_0)$, а масштаб -моди $k_x > 1/(2H_0)$. Також ці моди можуть поширюватися на висотах локальних висотних екстремумів температури. Для f-моди умова зменшення енергії вгору і вниз від рівня поширення виконується на висотах локальних мінімумів $T(z)_{\min}$. При цьому довжина хвилі такої f-моди $\lambda_x = 4 H_0$. Ці збурення можуть спостерігатися, наприклад, у мезопаузі Землі з характерними значеннями $\lambda_x = 75$ км, $T_f = 235$ с. У хромосфері Сонця спектральні характеристики f-моди дорівнюють: $\lambda_x = 1600$ км, $T_f = 194$ с. В областях максимуму температури $T(z)_{\max}$, наприклад на висоті земної стратопаузи, може реалізовуватися -мода. Період цієї моди трохи більший, ніж період Брента — Вяйсяля на висоті її поширення, а довжина хвилі становить $\lambda_x = 4 H_0 = 100$ км.

Роботу виконано за фінансової підтримки Національного фонду досліджень України, проєкт 2020.02/0015 «Теоретичні та експериментальні дослідження глобальних збурень природного і техногенного походження в системі Земля — атмосфера — іоносфера» і за часткової підтримки Цільової комплексної програми НАН України з наукових космічних досліджень на 2018—2022 роки.

1. Федоренко А. К., Крючков Є. І., Черемних О. К., Рапопорт Ю. Г. Вплив вертикальної неоднорідності температури атмосфери на поширення акустико-гравітаційних хвиль. *Кінематика і фізика небес. тіл.* 2020. 36, № 6. С. 3—21. <https://doi.org/10.15407/kfnt2020.05.003>.
2. Черемных О. К., Селиванов Ю. А., Захаров И. В. Влияние сжимаемости и неизо-термичности атмосферы на распространение акусто-гравитационных волн. *Космічна наука і технологія.* 2010. 16, № 1. С. 9—19.
3. Antia H. M. Estimate of solar radius from f-mode. *Astron. and Astrophys.* 1998. 330. P. 336—340.
4. Beer T. *Atmospheric Waves.* John Wiley, New York, 1974. 300 p.
5. Bespalova A. V., Fedorenko A. K., Cheremnykh O. K., Zhuk I. T. Satellite observations of wave disturbances caused by moving solar terminator. *J. Atmos. and Solar-Terr. Phys.* 2016. 140. P. 79—85. doi:10.1016/j.jastp.2016.02.012.
6. Cheremnykh O. K., Fedorenko A. K., Kryuchko E. I., Selivanov Y. A. Evanescent acoustic-gravity modes in the isothermal atmosphere: systematization, applications to the Earth's and Solar atmospheres. *Ann. geophys.* 2019. 37, № 3. P. 405—415.

7. Cheremnykh O. K., Fedorenko A. K., Selivanov Y. A., Cheremnykh S. O. Continuous spectrum of evanescent acoustic-gravity waves in an isothermal atmosphere. *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.* 2021. 503, № 4. P. 5545—5553.
8. Fedorenko A. K., Kryuchkov E. I., Cheremnykh O. K., Klymenko Yu. O., Yampolski Yu. M. Peculiarities of acoustic-gravity waves in inhomogeneous flows of the polar thermosphere. *J. Atmos. and Solar. Terr. Phys.* 2018. 178. P. 17—23. doi.org/10.1016/j.jastp.2018.05.009.
9. Francis S. H. Global propagation of atmospheric gravity waves: A review. *J. Atmos. and Terr. Phys.* 1975. 37. P. 1011—1054.
10. Ghosh P., Antia H. M., Chitre S. M. Seismology of the solar f-mode. I. Basic signatures of shearing velocity fields. *Astrophys. J.* 1995. 451. P. 851—858.
11. Hines C. O. Internal gravity waves at ionospheric heights. *Can. J. Phys.* 1960. 38. P. 1441—1481.
12. Jones W. L. Non-divergent oscillations in the Solar Atmosphere. *Solar Phys.* 1969. 7. P. 204—209.
13. Miles Alan J., Roberts B. Magnetoacoustic-gravity surface waves. I. Constant Alfvén Speed. *Solar Phys.* 1992. 141. P. 205—234.
14. Nalesso G. F., Jacobson A. R. On a mechanism for ducting of acoustic and short-period acoustic-gravity waves by the upper atmospheric thermocline. *Ann. geophys.* 1993. 11. P. 372—376.
15. Rosental C. S., Gough D. O. The Solar f-mode as interfacial mode at the chromosphere-corona transition. *Astrophys. J.* 1994. 423. P. 488—495.
16. Roy A., Roy S., Misra A. P. Dynamical properties of acoustic-gravity waves in the atmosphere. *J. Atmos. and Solar-Terr. Phys.* 2019. 186. P. 78—81.
17. Simkhada D. B., Snively J. B., Taylor M. J., Franke S. J. Analysis and modeling of ducted and evanescent gravity waves observed in the Hawaiian airglow. *Ann. geophys.* 2009. 27. P. 3213—3224.
18. Tolstoy I. The theory of waves in stratified fluids including the effects of gravity and rotation. *Revs Mod. Phys.* 1963. 35, № 1.
19. Waltercheid R. L., Hecht J. H. A reexamination of evanescent acoustic-gravity waves: Special properties and astronomical significance. *J. Geophys. Res.* 2003. 108, D11. 4340. doi:10.1029/2002JD002421.
20. Yeh K. S., Liu C. H. Acoustic-gravity waves in the upper atmosphere. *Rev. Geophys. and Space Phys.* 1974. 12. P. 193—216.

REFERENCES

1. Fedorenko A. K., Kryuchkov E. I., Cheremnykh O. K., Rapoport Yu. G. (2020) Influence of vertical heterogeneity of atmospheric temperature on the propagation of acoustic-gravity waves. *Kinematics Phys. Celestial Bodies.* 36(6). 253—264. DOI: 10.3103/s0884591320060033.
2. Cheremnykh O. K., Selivanov Yu. A., Zakharov I. V. (2010) The influence of compressibility and non-isothermality of the atmosphere on the propagation of acoustic-gravity waves. *Kosm. nauka tehnol.* 16(1). 09—19. doi.org/10.15407/knit2010.01.009.
3. Antia H. M. (1998) Estimate of solar radius from f-mode. *Astron. and Astrophys.* 330. 336—340.
4. Beer T. (1974) *Atmospheric Waves.* John Wiley, New York, 300.
5. Bespalova A. V., Fedorenko A. K., Cheremnykh O. K., Zhuk I. T. (2016) Satellite observations of wave disturbances caused by moving solar terminator. *J. Atmos. and Solar-Terr. Phys.* 140. 79—85. doi:10.1016/j.jastp.2016.02.012.

6. Cheremnykh O. K., Fedorenko A. K., Kryuchko E. I., Selivanov Y. A. (2019) Evanescent acoustic-gravity modes in the isothermal atmosphere: systematization, applications to the Earth's and Solar atmospheres. *Ann. geophys.* 37(3). 405—415.
7. Cheremnykh O. K., Fedorenko A. K., Selivanov Y. A., Cheremnykh S. O. (2021) Continuous spectrum of evanescent acoustic-gravity waves in an isothermal atmosphere. *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.* 503(4). 5545—5553.
8. Fedorenko A. K., Kryuchkov E. I., Cheremnykh O. K., Klymenko Yu. O., Yampolski Yu. M. (2018) Peculiarities of acoustic-gravity waves in inhomogeneous flows of the polar thermosphere. *J. Atmos. and Solar. Terr. Phys.* 178. 17—23. doi.org/10.1016/j.jastp.2018.05.009.
9. Francis S. H. (1975) Global propagation of atmospheric gravity waves: A review. *J. Atmos. and Terr. Phys.* 37. 1011—1054.
10. Ghosh P., Antia H. M., Chitre S. M. (1995) Seismology of the solar f-mode. I. Basic signatures of shearing velocity fields. *Astrophys. J.* 451. 851—858.
11. Hines C. O. (1960) Internal gravity waves at ionospheric heights. *Can. J. Phys.* 38. 1441—1481.
12. Jones W. L. (1969) Non-divergent oscillations in the Solar Atmosphere. *Solar Phys.* 7. 204—209.
13. Miles Alan J., Roberts B. (1992) Magnetoacoustic-gravity surface waves. I. Constant Alfvén Speed. *Solar Phys.* 141. 205—234.
14. Nalesso G. F., Jacobson A. R. (1993) On a mechanism for ducting of acoustic and short-period acoustic-gravity waves by the upper atmospheric thermocline. *Ann. geophys.* 11. 372—376.
15. Rosental C. S., Gough D. O. (1994) The Solar f-mode as interfacial mode at the chromosphere-corona transition. *Astrophys. J.* 423. 488—495.
16. Roy A., Roy S., Misra A. P. (2019) Dynamical properties of acoustic-gravity waves in the atmosphere. *J. Atmos. and Solar-Terr. Phys.* 186. 78—81.
17. Simkhada D. B., Snively J. B., Taylor M. J., Franke S. J. (2009) Analysis and modeling of ducted and evanescent gravity waves observed in the Hawaiian airglow. *Ann. geophys.* 27. 3213—3224.
18. Tolstoy I. (1963) The theory of waves in stratified fluids including the effects of gravity and rotation. *Revs Mod. Phys.* 35(1).
19. Waltercheid R. L., Hecht J. H. (2003) A reexamination of evanescent acoustic-gravity waves: Special properties and aeronomical significance. *J. Geophys. Res.* 108, D11. 4340. doi:10.1029/2002JD002421.
20. Yeh K. S., Liu C. H. (1974) Acoustic-gravity waves in the upper atmosphere. *Rev. Geophys. and Space Phys.* 12. 193—216.

O. K. Cheremnykh, A. K. Fedorenko, D. I. Vlasov, S. V. Melnychuk

Space Research Institute of the National Academy of Sciences of Ukraine
and the State Space Agency of Ukraine

EVANESCENT ACOUSTIC-GRAVITY WAVE MODES IN THE NON-ISOTHERMAL ATMOSPHERE

The propagation of evanescent acoustic-gravity waves in the atmosphere with a casual altitude temperature profile was researched. We found that two types of evanescent wave modes can exist in the vertically nonisothermal atmosphere. The first type is the f-mode which dispersion doesn't depend from the altitude inhomogeneity of temperature so it is carried out at any altitude level of the nonisothermal atmosphere. The second type is a re-

cently discovered ω -mode which dispersion depends from the altitude temperature gradient in a non-isothermal atmosphere so it can be performed only at certain altitude intervals. We investigated the possibility of realizing the f - and ω -mode(s) in the Earth's atmosphere taking into account the model altitude temperature profile. In this paper was found that these modes can exist at the altitude of local temperature extremes in the atmosphere. Moreover these modes are realized only in a narrow range of spectral parameters for which the conditions of a decrease in the wave energy above and below the level of their propagation are satisfied. Recommendations regarding the possibility of observing these modes in the atmosphere of the Earth and the Sun are given. The f -mode can presumably be observed near the mesopause with a characteristic wavelength $\lambda_x \approx 75$ km at the Earth's atmosphere and at the heights of the chromosphere with wavelength $\lambda_x \approx 1600$ km at the solar atmosphere. The period of the f -mode that propagates in the region of the minimum temperature should be slightly exceed the Brent-Väisälä period at this height. The ω -mode can be observed at the regions of maximum temperature (for example: at the height of the stratopause) with a characteristic wavelength $\lambda_x \approx 100$ km in the Earth's atmosphere. the period of ω -mode should be slightly longer than the period of Brent-Väisälä at the height of its implementation.

Keywords: acoustic gravity wave, evanescent wave mode, non-isothermal atmosphere.

Стаття надійшла до редакції 31.03.2021

Після доопрацювання 16.04.2021

Прийнята до друку 19.04.2021