

doi: <https://doi.org/10.15407/kfnt2020.05.003>

УДК 551.511.31; 534.015.1

**А. К. Федоренко¹, Є. І. Крючков¹,
О. К. Черемних¹, Ю. Г. Рапопорт²**

¹Інститут космічних досліджень Національної академії наук України
та Державного космічного агентства України
Просп. Академіка Глушкова, 40, к. 4/1, м. Київ-187, Україна, 03187
e-mails: fedorenkoak@gmail.com, kryuchkov.ye@gmail.com, oleg.cheremnykh@gmail.com

²Київський національний університет імені Тараса Шевченка
Проспект Академіка Глушкова 2, Київ, Україна, 03022
e-mail: yuriy.rapoport@gmail.com

Вплив вертикальної неоднорідності температури атмосфери на поширення акустико-гравітаційних хвиль

Запропоновано новий підхід до вивчення акустико-гравітаційних хвиль (АГХ) в атмосфері Землі при наявності вертикальної неоднорідності температури. За допомогою цього підходу отримано локальне дисперсійне рівняння АГХ в атмосфері з малим вертикальним градієнтом температури. Досліджено модифікацію акустичної та гравітаційної областей вільно поширюваних АГХ на спектральній площині (ω , k_x) в залежності від градієнта температури. Показано, що при додатному градієнті температури акустична та гравітаційна області зближуються, а при від'ємному градієнті відстань між ними збільшується. Індикаторами розташування акустичної та гравітаційної областей вільно поширюваних АГХ на спектральній площині (ω , k_x) є дисперсійні криві бездивергентної та непружної горизонтальних хвильових мод. Досліджено можливість перекриття акустичної та гравітаційної областей АГХ в неізотермічній атмосфері.

Ключові слова: акустико-гравітаційна хвиля, атмосфера, вертикальна неоднорідність температури.

ВСТУП

Акустико-гравітаційні хвилі (АГХ) в атмосфері Землі і Сонця активно досліджуються теоретично і експериментально упродовж десятків

років. Успішні космічні місії послужили стимулом для вивчення цих хвиль також в атмосферах інших планет, наприклад Марса і Венери [10, 23]. Інтерес до АГХ пов'язаний з тим, що вони відіграють важливу роль в динаміці та енергетиці планетних атмосфер і Сонця. Вони можуть генеруватися джерелами різної природи і поширюватися в атмосфері на значні відстані, забезпечуючи перерозподіл енергії збурень між різними висотними рівнями.

АГХ пов'язують із «впливами зверху», якщо їхні джерела локалізуються у верхній атмосфері. Це можуть бути, наприклад, висипання заряджених частинок у високих широтах, іоносферні струми, глобальні полярні вихори, рух сонячного термінатора та ін. [1—3, 6, 12, 13, 15]. Спостережувані на іоносферних висотах хвилі, що поширюються від тропосферних або наземних джерел, пов'язують з впливом на іоносферу «знизу» [20, 22, 29].

В атмосфері Землі можна виділити висотні інтервали, де температура і хімічний склад змінюються досить повільно, наприклад в термосфері. Поширення хвиль на цих висотах можна наближено описати в рамках лінійної теорії АГХ, розвиненої для ізотермічної атмосфери [11, 14, 26, 28]. При поширенні АГХ від джерел «знизу» їхні амплітуди швидко збільшуються з висотою внаслідок барометричного зменшення щільності. Тому на деяких висотах ці хвилі можуть ставати нелінійними. У зв'язку з цим в останні роки інтенсивно розвивається нелінійна теорія АГХ [16, 17, 19, 24].

В атмосферах планет і Сонця висотний профіль температури є складною функцією висоти $T(z)$, яка визначається балансом між надходженням енергії та діючими в даній області висот механізмами відтоку. В результаті на деяких висотах атмосфери градієнт температури може бути додатним або від'ємним, і формуються локальні висотні максимуми і мінімуми. У цих областях теорія АГХ для ізотермічної атмосфери стає непридатною. Складна залежність $T(z)$ зумовлює специфіку поширення атмосферних акустико-гравітаційних хвиль на різних висотних рівнях, а також може приводити до їхнього відбиття чи захоплення у хвилевід.

Зміна з висотою температури, в'язкості, теплопровідності, іонного тертя та інші особливості реальної атмосфери враховуються шляхом чисельного моделювання [4, 30]. Аналітичний розгляд неізотермічної атмосфери, переважно з використанням політропних моделей розподілу температури з висотою, стикається зі значними математичними труднощами [7].

В даній роботі отримано локальне дисперсійне рівняння АГХ для атмосфери з малим вертикальним градієнтом температури. За допомогою дисперсійного рівняння проаналізовано, як змінюються акустична і гравітаційна області АГХ на спектральній площині (ω, k_x) в залежності від висотного градієнта температури. Розглянуто можливість перекриття акустичної і гравітаційної областей АГХ в неізотермічній атмосфері.

МОДЕЛЬ НЕІЗОТЕРМІЧНОЇ АТМОСФЕРИ

Розглянемо, як неоднорідність температури в атмосфері впливає на висотні розподіли тиску і щільності. Стійкість атмосфери, вертикально стратифікованої у полі сили тяжіння, забезпечується гідростатичною рівновагою:

$$\frac{dp_0}{dz} = -\rho_0 g, \quad (1)$$

де p_0 — тиск, ρ_0 — густина, g — прискорення вільного падіння.

Для ідеального атмосферного газу

$$p_0 = nkT, \quad \rho_0 = n\bar{m}, \quad (2)$$

де n — концентрація частинок, k — стала Больцмана, \bar{m} — середня маса частинок. З рівняння (2) випливає, що

$$\frac{dp_0}{p_0} = -\frac{\rho_0 g}{p_0} dz = -\frac{g}{kT} dz = -\frac{g}{kT} \frac{dz}{H}, \quad (3)$$

де $H = \frac{kT}{\bar{m}g}$ — висота однорідної атмосфери.

З виразів (1), (3) отримаємо вираз для розподілу тиску в атмосфері з висотою:

$$\frac{1}{p_0} \frac{dp_0}{dz} = -\frac{1}{H}. \quad (4)$$

Замість залежності $T(z)$ часто зручніше використовувати залежність $H(z)$. Для атмосфери, що складається з одного сорту частинок, зв'язок між цими величинами має простий вигляд:

$$\frac{1}{H} = \frac{H}{z} = \frac{1}{T} = \frac{T}{z}.$$

Вище турбопаузи (~ 100 км) залежність $H(z)$ зумовлена зміною з висотою не тільки температури, а й хімічного складу атмосфери, тому

$$\frac{1}{H} = \frac{H}{z} = \frac{1}{T} = \frac{1}{\bar{m}} = \frac{\bar{m}}{z}.$$

Після диференціювання (3) по вертикальній координаті z з урахуванням (1) отримаємо вираз для зміни густини з висотою в неізотермічній атмосфері:

$$\frac{1}{\rho_0} \frac{d\rho_0}{dz} = \frac{1}{H} - \frac{1}{T} = \frac{H}{z}. \quad (5)$$

Видно, що зміна температури з висотою призводить до розбіжності висотних розподілів фонових тиску і густини атмосфери.

ВІДОМІ СПОСОБИ ОТРИМАННЯ ДИСПЕРСІЙНИХ РІВНЯНЬ АГХ В НЕІЗОТЕРМІЧНІЙ АТМОСФЕРІ

Нижче ми зупинимось на деяких відомих способах отримання дисперсійного рівняння АГХ в неізотермічній атмосфері. За вихідну візьмемо систему двох диференціальних рівнянь другого порядку, що опи-

сюють динаміку збурених горизонтальної V_x і вертикальної V_z складових швидкості частинок [25]:

$${}_0 \frac{d^2 V_x}{dt^2} + {}_0 g \frac{V_z}{x} - \frac{V_x}{x} = {}_0 c_s^2 \frac{V_x}{x} - \frac{V_z}{z}, \quad (6)$$

$${}_0 \frac{d^2 V_z}{dt^2} + {}_0 g \frac{V_x}{x} - \frac{V_z}{z} = {}_0 c_s^2 \frac{V_x}{x} - \frac{V_z}{z}, \quad (7)$$

де $c_s^2 = gH$ — квадрат швидкості звуку, γ — показник адіабати.

Рівняння (6), (7) записані в декартовій системі координат з віссю z , спрямованою протилежно до сили тяжіння. Оскільки в горизонтальній площині атмосфера однорідна, то залежність від координати z виключимо відповідним поворотом системи координат навколо осі z так, щоб вісь x була спрямована уздовж горизонтальної складової швидкості частинок. Величини ${}_0 c_s$ залежать від координати z , тому система (6), (7) є неоднорідною по вертикалі.

Припустимо існування періодичного розв'язку по часу і горизонтальній координаті x , не конкретизуючи вид розв'язку у вертикальному напрямку:

$$V_{x,z}(x, z, t) = V_{x,z}(z) \exp[i(t - k_x x)], \quad (8)$$

де ω — частота хвилі, k_x — горизонтальна складова хвильового вектора. Підставляючи (8) у рівняння (6) і (7), отримаємо

$$(c_s^2 k_x^2 - \omega^2) V_x - ik_x c_s^2 \frac{V_z}{z} - ik_x g V_z = 0, \quad (9)$$

$$\omega^2 V_z - c_s^2 \frac{d^2 V_z}{dz^2} - ik_x c_s^2 \frac{V_x}{z} - g \frac{V_z}{z} - ik_x g (1 - \gamma) V_x = 0. \quad (10)$$

Виразимо з рівняння (9) складову V_x , а потім продиференціюємо цей вираз по z . Підставивши отримані вирази для V_x і dV_x/dz в (10), після нескладних перетворень отримаємо рівняння для вертикальної складової швидкості V_z :

$$\frac{d^2 V_z}{dz^2} + f_1 \frac{V_z}{z} - \frac{k_x^2 N_0^2}{2} k_x^2 - \frac{\omega^2}{c_s^2} - \frac{k_x^4 g^2}{c_s^2 k_x^2} \frac{H}{z} V_z = 0, \quad (11)$$

$$f_1 = \frac{1}{H} \left(1 - \frac{c_s^2 k_x^2}{c_s^2 k_x^2} \right) \frac{H}{z},$$

де $N_0^2 = g(1 - \gamma)H$ — квадрат частоти Брента — Вайсяля (БВ).

Рівняння виду (11) аналізувалось у роботі [25]. Воно зазвичай приводиться до хвильового вигляду шляхом заміни змінної

$$V_z = \tilde{V}_z \exp \left[\frac{1}{2} \int f_1 dz \right].$$

В результаті отримаємо

$$\frac{d^2 \tilde{V}_z}{dz^2} - \tilde{k}_{z1}^2 \tilde{V}_z = 0. \quad (12)$$

Тут величина \tilde{k}_{z1}^2 має сенс квадрата вертикального хвильового числа для нової змінної \tilde{V}_z [25]:

$$\tilde{k}_{z1}^2 = k_x^2 \frac{N_0^2}{2} \left(1 - \frac{g}{k_x^2 c_s^2} \right) - \frac{N_0^2}{c_s^2} \frac{1}{H} \frac{H}{z} \frac{g k_x^4 c_s^2}{(k_x^2 c_s^2 - g)^2} - \frac{1}{4} f_1^2 - \frac{1}{2} \frac{f_1}{z}. \quad (13)$$

Відзначимо, що рівняння (13) містить невизначеність при $k_x^2 = c_s^2 k_x^2$. У зв'язку з цим виникають труднощі при аналізі поведінки розв'язків в околі цієї особливої точки.

Відомий також спосіб отримання дисперсії АГХ за допомогою введення змінної $W = \text{div} \mathbf{V} = V_x / x + V_z / z$ [9]. В цьому випадку з системи (6), (7) випливає рівняння Лемба:

$$\frac{d^2 W}{dz^2} + f_2 \frac{dW}{dz} + k_x^2 \frac{N_0^2}{2} \left(1 - \frac{g}{k_x^2 c_s^2} \right) W = 0, \quad (14)$$

де $f_2(z) = \frac{1}{H} \left(1 - \frac{H}{z} \right)$.

Підстановкою $W = \tilde{W} \exp \left(\frac{1}{2} \int f_2 dz \right)$ у рівняння (14) отримаємо

$$\frac{d^2 \tilde{W}}{dz^2} + \tilde{k}_{z2}^2 \tilde{W} = 0,$$

звідки для квадрата вертикального хвильового вектора матимемо вираз

$$\tilde{k}_{z2}^2 = k_x^2 \frac{N_0^2}{2} \left(1 - \frac{g}{k_x^2 c_s^2} \right) - \frac{N_0^2}{c_s^2} \frac{1}{4} f_2^2 - \frac{1}{2} \frac{f_2}{z}. \quad (15)$$

Видно, що використання змінної $\text{div} \mathbf{V}$ призводить до дисперсійного рівняння (15), яке відрізняється від (13).

Можна запропонувати ще один подібний спосіб отримання дисперсійного рівняння, який раніше ми не зустрічали в літературних джерелах. З системи (6), (7) отримаємо рівняння другого порядку для горизонтальної складової швидкості V_x , виключивши з розгляду змінну V_z :

$$\frac{d^2 V_x}{dz^2} + f_3 \frac{dV_x}{dz} + k_x^2 \frac{N_0^2}{2} \left(1 - \frac{g}{k_x^2 c_s^2} \right) V_x - \frac{N_0^2}{c_s^2} \frac{g}{z} \ln \frac{N_0^2}{2} V_x = 0, \quad (16)$$

де $f_3(z) = \frac{1}{H} \left(1 - \frac{H}{z} \right) - \frac{g}{z} \ln \frac{N_0^2}{2} - 1$.

Далі за допомогою підстановки $V_x = \tilde{V}_x \exp \frac{1}{2} \int f_3 dz$ приведемо рівняння (16) до вигляду

$$z^2 \tilde{V}_x'' - \tilde{k}_{z3}^2 \tilde{V}_x = 0.$$

Тут величина \tilde{k}_{z3}^2 є квадратом вертикальної складової хвильового вектора для змінної \tilde{V}_x :

$$\tilde{k}_{z3}^2 = k_x^2 \frac{N_0^2}{2} \left(1 - \frac{g}{k_x^2 c_s^2} \right) - \frac{N_0^2}{c_s^2} - \frac{g}{z} \ln \frac{N_0^2}{2} - \frac{1}{4} f_3^2 - \frac{1}{2} \frac{f_3}{z}. \quad (17)$$

Як видно, отримані за допомогою введення нових змінних \tilde{V}_z, \tilde{V}_x і \tilde{W} дисперсійні рівняння (13), (15) і (17) містять спільну частину (два перших доданки), яка збігається з виразом для ізотермічного випадку, а також доданки, які різняться в залежності від вибору змінної. В ізотермічній атмосфері $f_1 = f_2 = f_3 = -1/H = \text{const}$, тому $k_{z1}^2 = \tilde{k}_{z2}^2 = \tilde{k}_{z3}^2 = k_z^2$, де k_z — вертикальне хвильове число для вихідних змінних V_z і V_x . В неізотермічній атмосфері отримана для трьох розглянутих змінних умова $\tilde{k}_{zi}^2 = 0$ не збігається з умовою $k_z^2 = 0$. Тому фізична інтерпретація дисперсій (13), (15) і (17) є предметом дискусії.

ІНШИЙ СПОСІБ ОТРИМАННЯ ДИСПЕРСІЙНОГО РІВНЯННЯ АГХ

Розглянемо інший спосіб отримання дисперсійного рівняння АГХ в неізотермічній атмосфері. Перетворимо систему рівнянь (6) і (7) до такого вигляду, де містяться тільки перші похідні по вертикальній координаті. Для цього з рівняння (9) отримаємо

$$\frac{V_z}{z} - \frac{g}{c_s^2} V_z = ik_x \left(1 - \frac{g}{k_x^2 c_s^2} \right) V_x. \quad (18)$$

Потім підставимо (18) в (10), і після деяких алгебраїчних перетворень отримаємо

$$\frac{V_x}{z} - \frac{N^2}{g} V_x = ik_x \frac{N^2}{2} V_z, \quad (19)$$

де $N^2 = \frac{g}{H} \left(1 - \frac{H}{z} \right)$ — квадрат частоти Брента — Вайселя в неізотермічній атмосфері.

Коефіцієнти рівнянь (18), (19) містять величини A_s і N , які в неізотермічній атмосфері є функціями висоти. Для того щоб отримати дис-

персійне рівняння АГХ, припустимо, що коефіцієнти в (18), (19) є локально сталими. Якщо температура змінюється з висотою досить повільно, можна також припустити, що амплітуди вертикальної і горизонтальної складових швидкості змінюються з висотою за однаковим законом. При таких припущеннях розв'язок системи (18), (19) по вертикалі будемо шукати у вигляді

$$V_x, V_z = \exp(-a(z)dz), \quad (20)$$

де параметр $a(z)$ визначає зміну амплітуд збурень з висотою, і в загальному випадку є комплексною величиною.

Після підстановки (20) в систему (18), (19) отримаємо

$$V_z = a \frac{g}{c_s^2} - ik_x V_x - \frac{1}{k_x^2 c_s^2} = 0, \quad (21)$$

$$V_x = a \frac{N^2}{g} - ik_x V_z - \frac{N^2}{2} = 0, \quad (22)$$

Звідси впливає квадратне рівняння для параметра $a(z)$:

$$a^2 - a \frac{1}{H} - \frac{1}{2} \frac{dH}{dz} - k_x^2 - k_x^2 \frac{N^2}{2} - \frac{1}{c_s^2} = 0. \quad (23)$$

Розв'язок рівняння (23) відносно величини a має вигляд

$$a = \frac{1}{2H} - \frac{1}{2} \frac{dH}{dz} \pm \sqrt{\frac{1}{4H^2} - \frac{1}{2} \frac{dH}{dz} - k_x^2 - k_x^2 \frac{N^2}{2} - \frac{1}{c_s^2}}. \quad (24)$$

Характер поширення хвиль у вертикальному напрямку визначається знаком підкореневого виразу у (24). Якщо вираз під коренем від'ємний, тоді a є комплексною величиною. У цьому випадку існують хвильові розв'язки по вертикалі, тобто хвилі можуть вільно поширюватися у просторі під кутом до горизонталі. Якщо вираз під радикалом додатний, то хвилі можуть поширюватися тільки в горизонтальній площині, а величина $a(z)$ описує зміну їхніх амплітуд з висотою.

ВІЛЬНО ПОШИРЮВАНІ АГХ

Від'ємні значення підкореневого виразу (24) визначають спектр вільно поширюваних хвиль:

$$V_{x,z} = V_{x0,z0} \exp \left[\frac{1}{2H} - \frac{1}{2} \frac{dH}{dz} dz \right] \exp[i(\omega t - k_x x - k_z dz)].$$

Тут k_z має сенс вертикальної складової хвильового вектора, що задовольняє таке дисперсійне рівняння:

$$k_z^2 = \frac{2}{c_s^2} k_x^2 - k_x^2 \frac{N^2}{2} - \frac{1}{4H^2} \left(1 - \frac{dH}{dz} \right)^2. \quad (25)$$

Рівняння (25) локально виконується на кожному висотному рівні неізоатермічної атмосфери. Воно справедливе, якщо вертикальна довжина хвилі збурення менша від характерного вертикального масштабу змін фонові температури. У термосфері Землі при значеннях $H = 50$ км і $dH/dz = 0.1$ це виконується для хвиль з $k_z = (1/H)(dH/dz)$, або $k_z < (2/H)/(dH/dz) = 3 \cdot 10^7$ м. Таким чином, у термосфері локальне наближення справедливе аж до великих значень k_z . При $H = \text{const}$ рівняння (25) збігається з відомою дисперсією АГХ для ізоатермічної атмосфери [11, 14].

Відмітимо, що для розв'язку виду (20) щільність кінетичної енергії АГХ не змінюється з висотою в неізоатермічній атмосфері:

$$E_k(z) = \frac{1}{4} (V_z^2 - V_x^2) = \frac{1}{4} v_0 \exp \left(-\frac{1}{H} \left(1 - \frac{dH}{dz} \right) dz \right) (V_{z0}^2 - V_{x0}^2) \exp \left(-2 \frac{1}{2H} \left(1 - \frac{dH}{dz} \right) dz \right) = E_{k0}.$$

Для того щоб при сталих значеннях k_x рівняння (25) виконувалося на кожному висотному рівні в неізоатермічній атмосфері, величина k_z повинна змінюватися з висотою. Зміна величини k_z^2 на різних висотах залежить від спектральних властивостей хвиль і параметрів середовища (рис. 1). При побудові рис. 1 враховано також зміни з висотою середньої молекулярної маси і показника адіабати при переході від переважно двоатомного газу ($\gamma = 1.4$) нижче турбопаузи до одноатомного газу у верхній атмосфері ($\gamma = 1.67$) відповідно до моделі атмосфери MSIS 90. З рис. 1б видно, що для хвилі з періодом $T = 1800$ с і $k_x = 500$ км вільне поширення неможливе ($k_z^2 < 0$) нижче 30 км і в інтервалі висот 50...110 км. На інших висотах ця хвиля поширюється

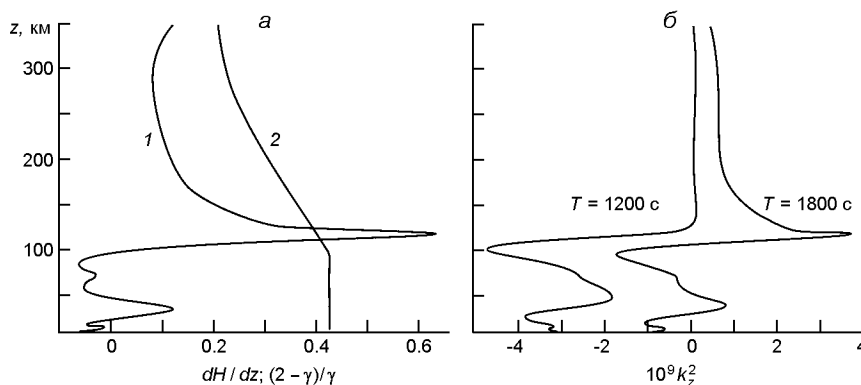


Рис. 1. Висотні залежності в атмосфері: а — величин dH/dz (крива 1) і $(2 - \gamma)/\gamma$ (крива 2); б — величини k_z^2 для $k_x = 500$ км та двох значень періодів $T = 1200$ і 1800 с. Умови в атмосфері відповідають середнім широтам і середньому рівню сонячної активності згідно з моделлю MSIS 90

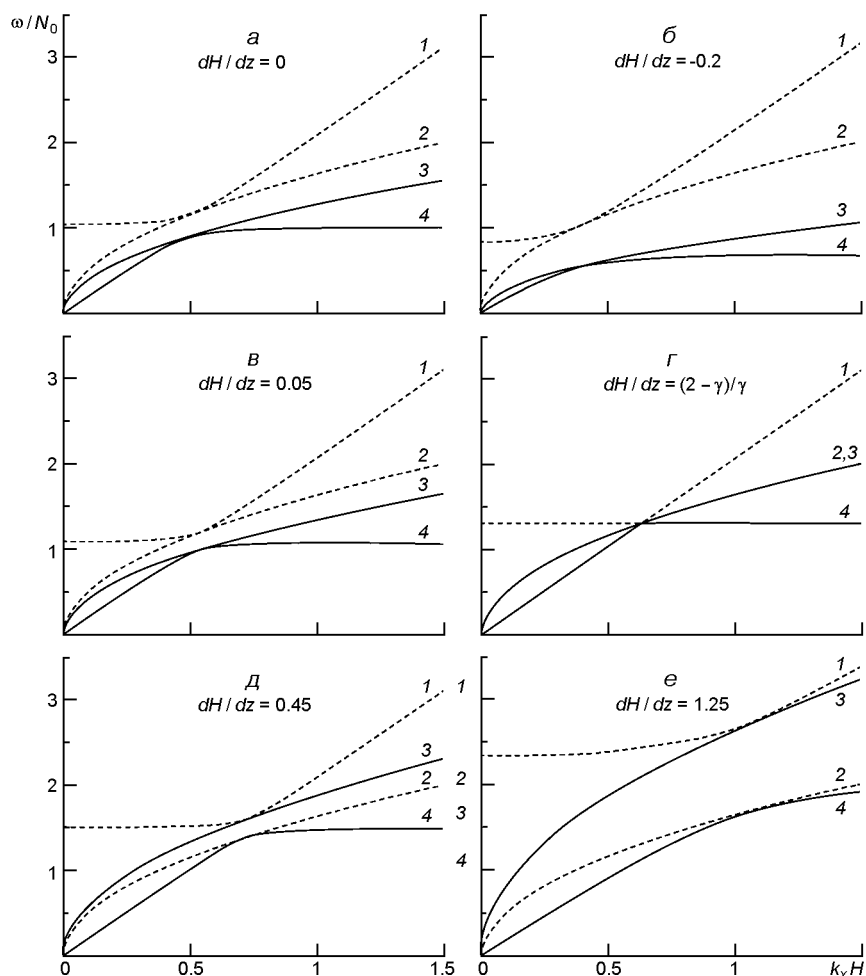


Рис. 2. Дисперсійні залежності АГХ при різних значеннях величини dH/dz . Штрихові лінії — границі акустичної області вільного поширення АГХ (криві 1) і бездивергентна мода $\sqrt{k_x g}$ (криві 2). Суцільні лінії — дисперсія непружної моди $\sqrt{k_x g(1 - dH/dz)}$ (криві 3) і границі акустичної області вільно поширюваних АГХ (криві 4)

вільно. Якщо для АГХ з заданими значеннями ω і k_x в деякому інтервалі висот $k_z^2 > 0$, а вище і нижче цього інтервалу стає $k_z^2 < 0$, тоді в цьому інтервалі для такої хвилі існує хвилевід.

Перепишемо дисперсійне рівняння (25) у вигляді

$$k_z^2 = \frac{1}{4H^2} \left(\frac{2}{dz} \frac{dH}{dz} \right)^2 - k_x^2 \left(1 - \frac{N^2}{k_x^2 c_s^2} \right) \quad (26)$$

З рівняння (26) випливає, що на спектральній площині (ω, k_x) є дві області з неперервним спектром вільно поширюваних АГХ з $k_z^2 > 0$, які розділені «забороненою» для вільного поширення областю з $k_z^2 < 0$ (рис. 2а). Акустичну і гравітаційну області вільного поширення АГХ зазвичай називають областями внутрішніх хвиль, а «заборонену» для

вільного поширення область називають областю еванесцентних хвиль [27]. Умова вільного поширення виконується у двох випадках: $N^2 > 1, k_x^2 c^2 < 1$ (гравітаційна область) і $N^2 < 1, k_x^2 c^2 > 1$ (акустична область). Розмір забороненої області на площині (k_x, k_z) визначається другим доданком у лівій частині рівняння (26) і залежить від величини dH/dz . Оскільки цей доданок завжди додатний, дисперсія (26) не допускає перекриття акустичної та гравітаційної областей вільно поширюваних АГХ.

Акустична область внутрішніх хвиль обмежена знизу горизонтальною асимптотою на частоті акустичної відсічки, а справа — похилою асимптотою $k_x c$. Вираз для частоти акустичної відсічки в неізотермічній атмосфері впливає з (26) при $k_z = 0, k_x > 0$:

$$a^2 = \frac{c_s^2}{4H^2} \left(1 - \frac{dH}{dz} \right)^2. \quad (27)$$

Гравітаційна область внутрішніх хвиль обмежена зверху горизонтальною асимптотою $k_z = N$ і зліва похилою асимптотою $k_x = k_x c N / a$ (рис. 2а). Розміри «забороненої» області на площині (k_x, k_z) визначаються виразом $(a^2 - N^2) / c_s^2 = (2 - \dots) / (4H^2)$. В ізотермічному випадку взаємне розташування акустичної і гравітаційної областей є незмінним, а в неізотермічній атмосфері може змінюватися в залежності від величини dH/dz .

ЕВАНЕСЦЕНТНІ ХВИЛЬОВІ МОДИ

При додатних значеннях підкореневого виразу (24) величина a є дійсною. В цьому випадку періодичного розв'язку у вертикальному напрямку не існує, і отримуємо розв'язок у вигляді горизонтально поширюваних хвиль. Нижче ми розглянемо деякі з цих розв'язків.

Згрупуємо доданки під коренем виразу (24) у вигляді

$$a = \frac{1}{2H} \left(1 - \frac{dH}{dz} \right) \sqrt{\frac{1}{4H^2} \left(2 - \frac{dH}{dz} \right)^2 + k_x^2 \left(1 - \frac{dH}{dz} \right)^2 + \frac{N^2}{2} \left(1 - \frac{dH}{dz} \right)^2}. \quad (28)$$

З (28) видно, що є дві дисперсійні залежності $k_x^2 = k_x^2 c^2$ і $k_z^2 = N^2$, для яких можливі два значення $a = 1/(H)$ і $a = N^2/g = (-1 + dH/dz)/(H)$. Ці дисперсійні співвідношення відповідають горизонтальним хвильовим модам. Вирази $k_x^2 = N^2$ і $k_z^2 = k_x^2 c^2$ визначають добре відомі в ізотермічній атмосфері коливання БВ і хвилі Лемба [5, 27]. В неізотермічній атмосфері для хвиль Лемба величина $a = (-1 + dH/dz)/(H)$, а для коливань БВ дисперсія $k_x^2 = g(-1 +$

$dH/dz)/(H)$ залежить від dH/dz . Крім цих мод, з (28) також отримуються розв'язки у вигляді так званих псевдомод БВ $k_x^2 = N^2$, $a = (-1 + dH/dz)/(H)$ і псевдомод Лемба $k_x^2 = k_x^2 c^2$, $a = 1/(H)$ [8, 27].

Рівняння (24) можна також подати у такому еквівалентному вигляді:

$$a \frac{1}{2H} \left(1 - \frac{dH}{dz} \right) \sqrt{\frac{k_x g}{2c^2} \left(1 - \frac{dH}{dz} \right) - k_x g \frac{dH}{dz} - k_x \frac{1}{2H} \left(1 - \frac{dH}{dz} \right)^2}, \quad (29)$$

звідки отримуються дві дисперсійні криві $k_x^2 = k_x g \left(1 - \frac{dH}{dz} \right)$ і $k_x^2 = k_x g \left(-1 + \frac{dH}{dz} \right)$, для яких можливі значення висотних залежностей амплітуд дорівнюють $a = k_x$ і $a = (1/H)(1 - dH/dz) k_x$. Дисперсійне рівняння $k_x^2 = k_x g$ визначає бездивергентну моду з $a = k_x$ і псевдобездивергентну моду з $a = (1/H)(1 - dH/dz) k_x$; дисперсійне рівняння $k_x^2 = k_x g \left(-1 + \frac{dH}{dz} \right)$ визначає непружну моду з амплітудою $a = (1/H)(1 - dH/dz) k_x$ і псевдонепружну моду з $a = k_x$ [8]. Відзначимо, що єдиною еванесцентною модою, для якої в неізотермічній атмосфері і дисперсія, і параметр a не залежать від величини dH/dz , є бездивергентна мода.

Для існування горизонтальних мод з експоненціальною залежністю амплітуди від висоти повинна виконуватися умова зменшення енергії вгору і вниз від деякого рівня, на якому хвиля поширюється. Відомо, що еванесцентні моди можуть реалізовуватися на поверхнях або границях розділу двох ізотермічних середовищ, де температура і густина змінюються стрибком [8, 18, 21, 25]. В неізотермічній атмосфері дисперсії і висотні залежності амплітуд окремих типів горизонтальних мод залежать від величини dH/dz . Можливо, що є такі висотні рівні, від яких вгору і вниз виконуються умови зменшення енергії. Питання щодо реалізації різних типів еванесцентних хвильових мод у моделі неперервного висотного профілю температури вимагає окремого розгляду. Далі ми будемо використовувати дисперсійні криві еванесцентних мод як зручні індикатори розташування акустичної і гравітаційної областей внутрішніх хвиль на площині (k_x, ω) , не досліджуючи можливість їхньої реалізації.

МОДИФІКАЦІЯ АКУСТИЧНОЇ І ГРАВІТАЦІЙНОЇ ОБЛАСТЕЙ В НЕІЗОТЕРМІЧНІЙ АТМОСФЕРІ

Взаємне розташування областей внутрішніх і еванесцентних хвиль на площині (k_x, ω) в ізотермічній атмосфері при $dH/dz = 0$ показано на

рис. 2а. На цьому ж рисунку показано дисперсійні криві для бездивергентної моди $\sqrt{k_x g}$ і непружної моди $\sqrt{k_x g(1)}$. Обидві ці криві лежать у забороненій для вільного поширення області, за винятком точки $(k_x = 1/(2H), k_z = 0)$, де вони доторкаються до акустичної і гравітаційної областей внутрішніх хвиль.

У неізотермічній атмосфері розташування акустичної і гравітаційної областей змінюється в залежності від величини dH/dz . При $dH/dz < 0$ акустична і гравітаційна області внутрішніх хвиль віддаляються одна від одної, а розміри «забороненої» області збільшуються (див. рис. 2б). Зі зменшенням dH/dz акустична область опускається вниз, зміщуючись вздовж кривої $\sqrt{k_x g}$, при цьому завжди доторкуючись до неї в точці $\tilde{k}_x = (1 - dH/dz)/(2H)$. Гравітаційна область також опускається вниз зі зменшенням N , зміщуючись вздовж кривої $\sqrt{k_x g(1 - dH/dz)}$ і доторкаючись до неї при тому ж значенні \tilde{k}_x . Якщо $dH/dz = -1$, то $N^2 = 0$, і гравітаційна гілка зникає.

Зі збільшенням $dH/dz > 0$ акустична область внутрішніх хвиль піднімається вгору вздовж дисперсійної кривої $\sqrt{k_x g}$, торкаючись до неї в точці \tilde{k}_x . Гравітаційна область теж піднімається вгору зі збільшенням dH/dz , зміщуючись вздовж кривої $\sqrt{k_x g(1 - dH/dz)}$ і торкаючись до неї в точці \tilde{k}_x . Розміри еванесцентної області зі збільшенням dH/dz поступово зменшуються. При $dH/dz = (2 - \sqrt{2})/2$ акустична та гравітаційна області вільних хвиль зникають в точці $k_x^* = 1/(H)$. У цьому випадку дисперсійні криві $\sqrt{k_x g}$ і $\sqrt{k_x g(1 - dH/dz)}$ збігаються одна з одною. Відмітимо, що при $dH/dz = (2 - \sqrt{2})/2$ в точці $k_x^* = 1/(H)$ з вказаними вище кривими перетинаються також криві N^2 і $k_x^2 c^2$ (рис. 2з). В середньоширотній атмосфері Землі при середній сонячній активності ця умова реалізується на висотах приблизно 110 і 130 км (див. рис. 1а).

При подальшому збільшенні dH/dz акустична і гравітаційна області вільного поширення хвиль знову віддаляються одна від одної. Однак при значеннях $dH/dz > (2 - \sqrt{2})/2$ дисперсійні криві $\sqrt{k_x g}$ і $\sqrt{k_x g(1 - dH/dz)}$ міняються місцями відносно гравітаційної і акустичної областей внутрішніх хвиль на площині (k_x, k_z) . Крива $\sqrt{k_x g}$ торкається до гравітаційної області тепер вже зверху. Крива $\sqrt{k_x g(1 - dH/dz)}$ торкається до акустичної області знизу. Відзначимо, що гравітаційна область при будь-яких змінах dH/dz завжди залишається під кривими $\sqrt{k_x g}$ і $\sqrt{k_x g(1 - dH/dz)}$, а акустична область, навпаки, завжди лежить вище цих кривих.

**ОБГОВОРЕННЯ МОЖЛИВОСТІ ПЕРЕКРИТТЯ
АКУСТИЧНОЇ І ГРАВІТАЦІЙНОЇ ОБЛАСТЕЙ**

У літературних джерелах тривалий час обговорюється питання про те, чи можуть акустична та гравітаційна області вільного поширення АГХ перекриватися в неізотермічній атмосфері [9, 25]. Згідно з результатами роботи Біра [5] в ізотермічній атмосфері границя між акустичними і гравітаційними хвилями на спектральній площині (k_x, k_x) проходить в еванесцентній області і визначається рівнянням $c^2 k_x^2 N^2$ (так звана «характеристична» крива). В ізотермічній атмосфері крива $c^2 k_x^2 N^2$ завжди торкається знизу до акустичної області внутрішніх хвиль, а крива $k_x^2 g(1)$ торкається зверху до гравітаційної області (див. рис. 2а). Обидві ці криві симетрично розташовані відносно «характеристичної» кривої Біра на площині (k_x, k_x) . В ізотермічній атмосфері немає можливості для перекриття акустичної і гравітаційної областей, оскільки величина «забороненої» області незмінна. Таке перекриття гіпотетично можливе в неізотермічній атмосфері, якщо при деякому значенні dT/dz виконується умова $N^2 \sim_{a1}^2$. Можливість перекриття акустичної і гравітаційної областей АГХ при виконанні вказаної нерівності аналізувалася в роботах [9, 25].

Дисперсійні рівняння АГХ (13), (15) і (17), отримані шляхом введення нових змінних \tilde{V}_z, \tilde{V}_x і \tilde{W} , в неізотермічній атмосфері не збігаються. Умова $\tilde{k}_{zi}^2 = 0, i = 1, 2, 3$ для кожної з вказаних змінних не відображає справжньої границі між еванесцентною областю та областю внутрішніх хвиль для вихідних змінних V_z і V_x . Зокрема, це наочно впливає з виразів для частот акустичних відсічок. Так, при $\tilde{k}_{z1} = 0, k_x = 0$ з (13) отримаємо

$$\tilde{\omega}_{a1}^2 = \frac{c^2}{4H^2} (1 - 2 \frac{dH}{dz}) . \tag{30}$$

Частота БВ $N^2 = g(1 - dH/dz) / H$ збільшується швидше зі збільшенням dH/dz , ніж частота акустичної відсічки, яка задається рівнянням (30). При $dH/dz > (2 - \tilde{\omega}_{a1}^2) / (2 - \tilde{\omega}_{a1}^2)$ виконується умова $N^2 \sim_{a1}^2$, і тому формально можна зробити висновок щодо перекриття акустичної і гравітаційної областей вільно поширюваних АГХ [25].

З дисперсії (15) при $\tilde{k}_{z2} = 0, k_x = 0$ для частоти акустичної відсічки отримаємо

$$\tilde{\omega}_{a2}^2 = \frac{c^2}{4H^2} (1 - \frac{dH}{dz})^2 + 2H \frac{d^2 H}{dz^2} . \tag{31}$$

Рівняння (31) відрізняється від (30) і також допускає виконання умови $N^2 \sim_{a2}^2$, тобто перекриття акустичної і гравітаційної областей. Відмітимо, що у виразі (31) величина $\tilde{\omega}_{a2}^2$ взагалі не залежить від знаку dH/dz .

Вираз для частоти акустичної відсічки, отриманий з (17) при \tilde{k}_{z3}^2
 $0, k_x \neq 0$, відрізняється від (30) і (31), і містить невизначеність при
 $\tilde{k}_{z3}^2 \approx N^2$. Оскільки цей вираз має доволі громіздкий вигляд, ми його
наводимо не будемо.

Таким чином, дисперсії АГХ, отримані з рівнянь другого порядку
для змінних V_z, V_x і $\text{div}\mathbf{V}$, призводять до різних виразів для \tilde{k}_{zi}^2 і частот
акустичних відсічок. Виходить, що характер перекриття акустичної і
гравітаційної областей залежить від вибору змінної. Тому питання, чи
відбувається в дійсності це перекриття, не можна вважати вирішеним.

Отримане в рамках нашого розгляду дисперсійне рівняння (25) не
допускає перекриття акустичної і гравітаційної областей вільно
поширюваних АГХ. Відбувається тільки змикання цих областей в
одній точці $k_x^* = 1/(H)$ при $dH/dz = (2 - \dots)/\dots$, коли виконується
умова $\tilde{k}_{z3}^2 \approx N^2$. При інших значеннях dH/dz завжди $\tilde{k}_{z3}^2 \approx N^2$, тому
акустична і гравітаційна області розділені на спектральній площині
 (\tilde{k}_{z3}^2, k_x) .

Інакше поведуть себе хвилі в еванесцентній області. Дисперсійна
крива непружної моди в неізотермічній атмосфері $\tilde{k}_{z3}^2 = k_x g(-1 -$

$dH/dz)$ піднімається вгору на площині (\tilde{k}_{z3}^2, k_x) зі збільшенням
 $dH/dz > 0$. Натомість крива $\tilde{k}_{z3}^2 = k_x g$ не змінює свого положення на
спектральній площині. При значенні $dH/dz = (2 - \dots)/\dots$ зазначені криві
збігаються одна з одною, а також з «характеристичною» кривою. В
рамках формалізму Біра [5] це означає змикання акустичної і
гравітаційної областей в еванесцентному режимі. При $dH/dz >$
 $(2 - \dots)/\dots$ криві $\tilde{k}_{z3}^2 = k_x g$ і $\tilde{k}_{z3}^2 = k_x g(-1 - dH/dz)$ міняються місцями
відносно характеристичної кривої. Тепер уже крива $\tilde{k}_{z3}^2 = k_x g(-$
 $1 - dH/dz)$ обмежує знизу акустичну область внутрішніх хвиль, а
крива $\tilde{k}_{z3}^2 = k_x g$ обмежує зверху гравітаційну область (рис. 2d, 2e).
Тому можна говорити лише про перекриття акустичної і гравітаційної
областей в еванесцентному режимі при $dH/dz > (2 - \dots)/\dots$. Натомість
акустична і гравітаційна області внутрішніх хвиль не перекриваються.

ВИСНОВКИ

Досліджено поширення лінійних акустико-гравітаційних хвиль в ат-
мосфері з вертикальною неоднорідністю температури. У припущенні
повільної зміни температури з висотою отримано дисперсійне рівнян-
ня АГВ (25). Це рівняння дозволяє аналізувати зміну k_z з висотою при
різних значеннях k_x для довільного висотного профілю $T(z)$.

Показано, що розташування акустичної та гравітаційної областей
внутрішніх АГХ змінюється на спектральній площині (\tilde{k}_{z3}^2, k_x) в залеж-
ності від градієнта температури. При додатному градієнті температу-
ри акустична та гравітаційна області зближуються, при цьому ширина

забороненої області зменшується. При негативному градієнті температури вони, навпаки, віддаляються одна від одної, збільшуючи ширину забороненої області.

Проаналізовано можливість перекриття акустичної та гравітаційної областей АГХ. В розглянутому наближенні перекриття акустичної та гравітаційної областей для внутрішніх хвиль не відбувається при жодних значеннях dH/dz . Однак виявлено, що бездивергентна $k_x^2 g$ і непружна $k_x^2 g(1 - dH/dz)$ еванесцентні моди міняються місцями на площині (k_x, k_y) відносно «характеристичної» кривої Біра, коли $dH/dz = (2g/k_x^2)$. При $dH/dz < (2g/k_x^2)$ дисперсійна крива $k_x^2 g$ лежить вище, ніж крива $k_x^2 g(1 - dH/dz)$, а при $dH/dz > (2g/k_x^2)$ — нижче від неї. Цей ефект можна трактувати як перекриття акустичної та гравітаційної областей в еванесцентному режимі.

В роботі також проаналізовано відомі з літературних джерел способи отримання дисперсій АГХ з диференціальних рівнянь другого порядку для змінних V_z і $\text{div}\mathbf{V}$. Розглянуто аналогічний спосіб отримання дисперсійного рівняння за допомогою змінної V_x . Показано, що в неізотермічній атмосфері всі ці способи призводять до дисперсійних рівнянь, які відрізняються між собою в залежності від вибору змінної. Тому фізична інтерпретація таких дисперсійних рівнянь є дискусійною.

ФІНАНСУВАННЯ РОБОТИ

Роботу виконано за фінансової підтримки Національного фонду досліджень України, проєкт 2020.02/0015 «Теоретичні та експериментальні дослідження глобальних збурень природного і техногенного походження в системі Земля — атмосфера — іоносфера».

1. Ладиков-Роев Ю. П., Черемных О. К., Федоренко А. К., Набивач В. Е. Акустико-гравитационные волны в вихревой полярной термосфере. *Проблемы управления и информатики*. 2015. № 5. С. 74—84.
2. Сомсиков В. М. *Солнечный терминатор и динамика атмосферы*. Алма-Ата: Наука. 1983. 192 с.
3. Федоренко А. К., Крючков Е. И. Распределение среднемасштабных АГВ в полярных регионах по данным спутниковых измерений. *Геомагнетизм и аэронавигация*. 2011. 51. № 1. С. 527—539.
4. Черемных О. К., Селиванов Ю. А., Захаров И. В. Влияние сжимаемости и неізотермичности атмосферы на распространение акустогравитационных волн. *Космічна наука і технологія*. 2010. 16. № 1. С. 9—19.
5. Beer T. *Atmospheric Waves*. John Wiley, New York, 1974. 300 p.
6. Bespalova A. V., Fedorenko A. K., Cheremnykh O. K., Zhuk I. T. Satellite observations of wave disturbances caused by moving solar terminator. *J. Atmos. Solar.-Terr. Phys.* 2016. 140. С. 79—85. doi:10.1016/j.jastp.2016.02.012.
7. Campbell W. R., Roberts B. The influence of a chromospheric magnetic field on the solar p- and f-modes. *Astrophys. J.* 1989. 338. P. 538—556.

8. Cheremnykh O. K., Fedorenko A. K., Kryuchkov E. I., Selivanov Y. A. Evanescent acoustic-gravity modes in the isothermal atmosphere: systematization, applications to the Earth's and Solar atmospheres. *Ann. Geophys.* 2019. 37. № 3. P. 405—415.
9. Einaudi F., Hines C. O. WKB approximation in application to acoustic-gravity waves. *Can. J. Phys.* 1970. 48 (12). P. 1458—1471. doi.org 10.1139 p70-185.
10. Forbes J. M., Moulden Y. Solar terminator wave in a Mars general circulation model. *Geophys. Res. Lett.* 2009. 36. P. 17201.
11. Francis S. H. Global propagation of atmospheric gravity waves: A review. *J. Atmos. and Terr. Phys.* 1975. 37. P. 1011—1054.
12. Galushko V. G., Paznukhov V. V., Yampolski Y. M., Föster J. C. Incoherent scatter radar observations of AGW TID events generated by the moving solar terminator. *Ann. Geophys.* 1998. 16. P. 821—827.
13. Hajkovicz L. A. Auroral electrojet effect on the global occurrence pattern of large scale travelling ionospheric disturbances. *Planet and Space Sci.* 1991. 39. P. 1189—1196.
14. Hines C. O. Internal gravity waves at ionospheric heights. *Can. J. Phys.* 1960. 38. 1441—1481.
15. Hocke K., Schlegel K. A review of atmospheric gravity waves and traveling ionospheric disturbances: 1982-1995. *Ann. Geophys.* 1996. 14. P. 917—940.
16. Huang K. M., Zhang S. D., Yi F., Huang C. M., Gan Q., Gong Y., Zhang Y. H. Nonlinear interaction of gravity waves in a nonisothermal and dissipative atmosphere. *Ann. Geophys.* 2014. 32. P. 263—275, doi:10.5194 angeo-32-263-2014.
17. Kaladze T. D., Pokhotelov O. A., Shah H. A., Khan M. I., Stenflo L. Acoustic-gravity waves in the Earth's ionosphere. *J. Atmos. Sol.-Terr. Phys.* 2008. 70. P. 1607—1616.
18. Miles A. J., Roberts B. Magnetoacoustic-gravity surface waves. I. Constant Alfvén Speed. *Solar Phys.* 1992. 141. P. 205—234.
19. Nekrasov A. K., Shalimov S. L., Shukla P. K., Stenflo L. Nonlinear disturbances in the ionosphere due to acoustic gravity waves. *J. Atmos. and Terr. Phys.* 1995. 57. P. 732—742.
20. Rapoport Yu. G., Gotynyan O. E., Ivchenko V. M., Kozak L. V., Parrot M. Effect of acoustic-gravity wave of the lithospheric origin on the ionospheric F region before earthquakes. *Phys. and Chem. Earth.* 2004. 29. P. 607—616.
21. Rosental C. S., Gough D. O. The Solar f-mode as interfacial mode at the chromosphere-corona transition. *Astrophys. J.* 1994. 423. P. 488—495.
22. Sauli P., Boska J. Tropospheric events and possible related gravity wave activity effects on the ionosphere. *J. Atmos. Solar.-Terr. Phys.* 2001. 63. P. 945—950.
23. Schubert G., Walterscheid R. L. Propagation of Small-Scale Acoustic-Gravity Waves in the Venus Atmosphere. *J. Atmos. Sci.* 1984. 41. № 7. P. 1202—1213.
24. Stenflo L., Shukla P. K. Nonlinear acoustic gravity wave. *J. Plasma Phys.* 2009. 75. P. 841—847. doi.org 10.1017 S0022377809007892.
25. Tolstoy I. The theory of waves in stratified fluids including the effects of gravity and rotation. *Revs Mod. Phys.* 1963. 35. № 1.
26. Vadas S. L., Fritts M. J. Thermospheric responses to gravity waves: Influences of increasing viscosity and thermal diffusivity. *J. Geophys. Res.* 2005. 110. № D15103. doi:10. 1029 2004JD005574.
27. Walterscheid R. L., Hecht J. H. A reexamination of evanescent acoustic-gravity waves: Special properties and aeronomical significance. *J. Geophys. Res.* 2005. № 108 D11, 4340), doi: 10. 1029 2002JD002421.
28. Yeh K. S., Liu C. H. 1974. Acoustic-gravity waves in the upper atmosphere. *Rev. Geophys. and Space Phys.* 1974. 12. P. 193—216.
29. Yiğit E., Aylward A. D., Medvedev A. S. Parameterization of the effects of vertically propagating gravity waves for thermosphere general circulation models: Sensitivity

- study. *J. Geophys. Res.* 2008. 113. № D19106. doi:10. 1029 2008JD010135.
30. Zhang S. D., Yi F. A numerical study of propagation characteristics of gravity wave packets propagating in a dissipative atmosphere. *J. Geophys. Res.* 2002. 107. № D14. P. 1—9.

REFERENCES

1. Ladikov-Royev Yu. P., Cheremnykh O. K., Fedorenko A. K., Nabivach V. Ye. (2015) Acoustic-gravitational waves in a vortex polar thermosphere. *Probl. Control and Inform.* 5. 74—84. (In Russian).
2. Somsikov V. M. (1983) *Solar terminator and atmosphere dynamics*. Alma-Ata: Nauka.
3. Fedorenko A. K., Kryuchkov E. I. (2011) Distribution of medium-scale acoustic gravity waves in polar regions according to satellite measurement data. *Geomagnetism and Aeronomy*. 51(1). 527—539. (In Russian).
4. Cheremnykh O. K., Selivanov Yu. A., Zakharov I. V. (2010) The influence of compressibility and nonisothermality of the atmosphere on the propagation of acousto-gravity waves. *Kosm. nauka tehnol.* 16(1). 9—19. (In Russian).
5. Beer T. (1974) *Atmospheric Waves*. John Wiley, New York.
6. Bespalova A. V., Fedorenko A. K., Cheremnykh O. K., Zhuk I. T. (2016) Satellite observations of wave disturbances caused by moving solar terminator. *J. Atmos. Solar.-Terr. Phys.* 140. 79—85. doi:10.1016/j.jastp.2016.02.012.
7. Campbell W. R., Roberts B. (1989) The influence of a chromospheric magnetic field on the solar p- and f-modes. *Astrophys. J.* 338. 538—556.
8. Cheremnykh O. K., Fedorenko A. K., Kryuchkov E. I., Selivanov Y. A. (2019) Evanescent acoustic-gravity modes in the isothermal atmosphere: systematization, applications to the Earth's and Solar atmospheres. *Ann. Geophys.* 37(3). 405—415.
9. Einaudi F., Hines C. O. (1970) WKB approximation in application to acoustic-gravity waves. *Can. J. Phys.* 48(12). 1458—1471. doi.org 10.1139 p70-185.
10. Forbes J. M., Moulden Y. (2009) Solar terminator wave in a Mars general circulation model. *Geophys. Res. Lett.* 36. 17201.
11. Francis S. H. (1975) Global propagation of atmospheric gravity waves: A review. *J. Atmos. and Terr. Phys.* 37. 1011—1054.
12. Galushko V. G., Paznukhov V. V., Yampolski Y. M., Föster J. C. (1998) Incoherent scatter radar observations of AGW TID events generated by the moving solar terminator. *Ann. Geophys.* 16. 821—827.
13. Hajkovicz L. A. (1991) Auroral electrojet effect on the global occurrence pattern of large scale travelling ionospheric disturbances. *Planet and Space Sci.* 39. 1189—1196.
14. Hines C. O. (1960) Internal gravity waves at ionospheric heights. *Can. J. Phys.* 38. 1441—1481.
15. Hocke K., Schlegel K. (1996) A review of atmospheric gravity waves and traveling ionospheric disturbances: 1982-1995. *Ann. Geophys.* 14. 917—940.
16. Huang K. M., Zhang S. D., Yi F., Huang C. M., Gan Q., Gong Y., Zhang Y. H. (2014) Nonlinear interaction of gravity waves in a nonisothermal and dissipative atmosphere. *Ann. Geophys.* 32. 263—275, doi:10. 5194 angeo-32-263-2014.
17. Kaladze T. D., Pokhotelov O. A., Shah H. A., Khan M. I., Stenflo L. (2008) Acoustic-gravity waves in the Earth's ionosphere. *J. Atmos. Sol.-Terr. Phys.* 70. 1607—1616.
18. Miles Alan J., Roberts B. (1992) Magnetoacoustic-gravity surface waves. I. Constant Alfvén Speed. *Solar Phys.* 141. 205—234.
19. Nekrasov A. K., Shalimov S. L., Shukla P. K., Stenflo L. (1995) Nonlinear distur-

- bances in the ionosphere due to acoustic gravity waves. *J. Atmos. and Terr. Phys.* 57. 732—742.
20. Rapoport Yu. G., Gotynyan O. E., Ivchenko V. M., Kozak L. V., Parrot M. (2004) Effect of acoustic-gravity wave of the lithospheric origin on the ionospheric F region before earthquakes. *Phys. and Chem. Earth.* 29. 607—616.
21. Rosental C. S., Gough D. O. (1994) The Solar f-mode as interfacial mode at the chromosphere-corona transition. *Astrophys. J.* 423. 488—495.
22. Sauli P., Boska J. (2001) Tropospheric events and possible related gravity wave activity effects on the ionosphere. *J. Atmos. Solar.-Terr. Phys.* 63. 945—950.
23. Schubert G., Walterscheid R. L. (1984) Propagation of Small-Scale Acoustic-Gravity Waves in the Venus Atmosphere. *J. Atmos. Sci.* 41. № 7. 1202—1213.
24. Stenflo L., Shukla P. K. (2009) Nonlinear acoustic gravity wave. *J. Plasma Phys.* 75. 841—847. doi.org 10.1017/S0022377809007892.
25. Tolstoy I. (1963) The theory of waves in stratified fluids including the effects of gravity and rotation. *Revs Mod. Phys.* 35(1).
26. Vadas S. L., Fritts M. J. (2005) Thermospheric responses to gravity waves: Influences of increasing viscosity and thermal diffusivity. *J. Geophys. Res.* 110(D15103). doi:10.1029/2004JD005574.
27. Walterscheid R. L., Hecht J. H. (2005) A reexamination of evanescent acoustic-gravity waves: Special properties and aeronomical significance. *J. Geophys. Res.* 108(D11). 4340, doi: 10.1029/2002JD002421.
28. Yeh K. S., Liu C. H. (1974) Acoustic-gravity waves in the upper atmosphere. *Rev. Geophys. and Space Phys.* 12. 193—216.
29. Yiğit E., Aylward A. D., Medvedev A. S. (2008) Parameterization of the effects of vertically propagating gravity waves for thermosphere general circulation models: Sensitivity study. *J. Geophys. Res.* 113(D19106). doi:10.1029/2008JD010135.
30. Zhang S. D., Yi F. (2002) A numerical study of propagation characteristics of gravity wave packets propagating in a dissipative atmosphere. *J. Geophys. Res.* 107(D14). 1—9.

Е. И. Федоренко¹, А. К. Крючков¹, О. К. Черемных¹, Ю. Г. Рапопорт²

¹Институт космических исследований Национальной академии наук Украины и Государственного космического агентства Украины

²Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко

ВЛИЯНИЕ ВЕРТИКАЛЬНОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ ТЕМПЕРАТУРЫ АТМОСФЕРЫ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ АКУСТИКО-ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН

Предложен новый подход к изучению акустико-гравитационных волн (АГВ) в атмосфере Земли при наличии вертикальной неоднородности температуры. С помощью этого подхода получено локальное дисперсионное уравнение АГВ для атмосферы с малым вертикальным градиентом температуры. Исследована модификация акустической и гравитационной областей свободно распространяющихся АГВ на спектральной плоскости (ω , k_x) в зависимости от градиента температуры. Показано, что при положительном градиенте температуры акустическая и гравитационная области сближаются, а при отрицательном градиенте расстояние между ними увеличивается. Индикаторами расположения акустической и гравитационной области свободно распространяющихся АГВ на спектральной плоскости (ω , k_x) являются дисперсионные кривые бездивергентной и неупругой горизонтальных волновых мод. Исследо-

вана можливість перекриття в неізотермічній атмосфері акустичної і гравітаційної областей АГВ.

Ключевые слова: акустико-гравітаційна хвиля, атмосфера, вертикальна неоднорідність температури.

A. K. Fedorenko¹, E. I. Kryuchkov¹, O. K. Cheremnykh¹, Yu. G. Rapoport²

¹Space Research Institute of the National Academy of Sciences of Ukraine and the State Space Agency of Ukraine

²Taras Shevchenko National University of Kyiv

INFLUENCE OF VERTICAL HETEROGENEITY
OF THE ATMOSPHERE TEMPERATURE ON THE PROPAGATION
OF ACOUSTIC-GRAVITY WAVES

A new approach to the study of acoustic-gravity waves (AGW) in the Earth's atmosphere in the presence of a vertical temperature inhomogeneity is proposed. Using this approach, the local AGW dispersion equation is obtained for an atmosphere with a small vertical temperature gradient. The modification of acoustic and gravitational regions of freely propagating AGWs on the spectral plane (ω, k_x) is studied depending on the temperature gradient. It is shown that, the acoustic and gravitational regions approach each other with a positive temperature gradient and the distance between them increases with a negative gradient. On the spectral plane (ω, k_x), the dispersion curves of non-divergent and anelastic horizontal wave modes are the indicators of location of the acoustic and the gravitational regions of freely propagating AGWs. The possibility of overlapping the acoustic and the gravitational regions of AGWs in non-isothermal atmosphere is investigated.

Keywords: acoustic-gravity wave, atmosphere, vertical temperature inhomogeneity.

Стаття надійшла до редакції 06.05.2020

Після доопрацювання 30.05.2020

Прийнята до друку 30.05.2020