

doi: <https://doi.org/10.15407/kfnt2020.05.003>

УДК 530.12:531.51

О. М. Александров, В. І. Жданов, В. М. Слюсар

Астрономічна обсерваторія Київського національного університету імені Тараса Шевченка
вул. Обсерваторна 3, Київ, Україна, 04053

e-mail: an_alex@ukr.net

ValeryZhdanov@gmail.com

vitaliy.slyusar@gmail.com

Верифікація формули Ейнштейна для гравітаційного відхилення світла за спостереженнями галактичного мікролінзування

Загальна теорія відносності (ЗТВ) має солідну експериментальну базу, яка включає підтвердження низки гравітаційно-релятивістських ефектів. Проте поява нових експериментальних можливостей та незалежної спостережної інформації стимулює продовження перевірок ЗТВ. Мета даної роботи — оцінити потенціал гравітаційного мікролінзування віддалених джерел на зорях нашої Галактики для перевірки формули Ейнштейна, що описує ефект гравітаційної рефракції. Цей ефект неодноразово перевірявся у Сонячній системі в експериментах з поширенням радіохвиль, коли найбільш ефективними є вимірювання з відстанями від траєкторії сигналів до гравітуючого центру порядку декількох сонячних радіусів. У випадку галактичного мікролінзування виникає принципово інший тип спостережних даних та інші характерні відстані, які у подіях з великим підсиленням визначаються радіусом кільця Ейнштейна, що має порядок 1 а. о. Гравітаційне відхилення світла зорями становить дуже малу величину, яка на цей час практично недоступна прямим вимірюванням, проте завдяки великим відстаням до мікролінз потік випромінювання від джерела у подіях сильного мікролінзування може збільшуватися у декілька разів. Для перевірки формули Ейнштейна ми розглядаємо більш загальну залежність кута відхилення променя від його прицільної відстані p відносно дефлектора: $1/p^1$ і відповідно модифікуємо рівняння гравітаційного лінзування. Задача полягає в тому, щоб оцінити обмеження на параметр на основі спостережних даних. Використовувались дані патрульних спостережень, отримані

© О. М. АЛЕКСАНДРОВ, В. І. ЖДАНОВ, В. М. СЛЮСАР, 2020

ISSN 0233-7665. Кінематика і фізика небес. тіл. 2020. Т. 36, № 5

3

мані в 2018 р. групою *Optical Gravitational Lensing Experiment (OGLE)*. Сформовано вибірку зі 100 кривих блиску з цих даних. Кожна крива блиску була апроксимована в рамках модифікованої моделі гравітаційного лінзування з параметром α . У результаті були отримані 100 значень α та оцінки їхніх дисперсій. Ми отримали, що середнє значення α не суперечить загальній теорії відносності у межах одновідсоткової середньої квадратичної похибки. У перспективі залучення більшої кількості кривих блиску з численної бази даних OGLE дозволяє сподіватися на суттєве зменшення похибки визначення α за рахунок статистичного усереднення.

Ключові слова: гравітаційне відхилення світла, перевірка загальної теорії відносності, гравітаційне мікролінзування, криві блиску.

ВСТУП

Загальна теорія відносності (ЗТВ), яка нещодавно досягла свого сторіччя, має солідну експериментально-спостережну базу, яка включає перевірки низки гравітаційно-релятивістських ефектів з досить високою точністю [1, 21]. Дотепер немає серйозних даних, які могли б поставити під сумнів застосування ЗТВ в астрофізиці. Проте природно, що поява нових експериментальних можливостей стимулює продовження подібних перевірок. У цьому плані можливість залучення гравітаційного лінзування для тестування різних теорій гравітації вже не раз привертала увагу [7, 9—13].

Теорія гравітаційного лінзування базується на формулі Ейнштейна [6] для кута відхилення світла α у гравітаційному полі точкової маси M , яка є одним з класичних передбачень ЗТВ [4, 16]:

$$(p) \quad \frac{4GM}{c^2 p}, \quad (1)$$

де p — прицільний параметр. Важливим напрямком досліджень у цій області є вивчення галактичного мікролінзування, при якому віддалене джерело лінзується більш близькою зіркою нашої Галактики [14].

Для перевірки формули Ейнштейна доцільно залучити значний масив даних спостережень галактичного мікролінзування, зокрема накопичений у ході експерименту OGLE (*Optical Gravitational Lensing Experiment*) з 1992 р. [19, 20]. Зрозуміло, що відхилення світла зірками є дуже малим у порівнянні з аналогічними ефектами в Сонячній системі і ніколи не спостерігалось (а втім, див. [5]). Однак завдяки величезним астрономічним відстаням набуває ваги інший ефект — підсилення блиску віддаленого джерела (зірки у Магелланових хмарах або у балджі Галактики), коли поблизу променя зору проходить зірка переднього плану.

Мета цієї роботи полягає в тому, щоб оцінити потенціал галактичного мікролінзування для перевірки формули релятивістського відхилення світла. Точність такої перевірки з використанням однієї кривої

блиску далекого джерела буде очікувано значно нижчою, ніж, наприклад, за результатами відомих перевірок у Сонячній системі. Але наявність значного і досить однорідного масиву фотометричних спостережень [19, 20] дозволяє сподіватися на підвищення точності за рахунок накопичення даних. При цьому потрібно зазначити, що у порівнянні з дослідженнями гравітаційного відхилення променів та затримки сигналів у полі Сонця дані галактичного мікролінзування є цілком незалежними, оскільки базуються на іншому підході та іншому спостережному матеріалі.

У переважній більшості подій мікролінзуюча маса і джерело випромінювання можуть розглядатися як точкові. У цій роботі ми розглядаємо модель мікролінзування, де внесками інших об'єктів (планет чи компаньйонів подвійних зір) можна знехтувати, а відносний рух точкового джерела і точкової маси можна вважати інерціальним. Для перевірки формули гравітаційного відхилення світла ми використовуємо відкриті дані системи раннього попередження четвертого етапу OGLE-IV за 2018 р. (<http://ogle.astrouw.edu.pl/ogle4/ews/ews.html>).

ОСНОВНІ СПІВВІДНОШЕННЯ

У теорії гравітаційного лінзування ключову роль відіграє так зване лінзове відображення (lens mapping), яке пов'язує кутове положення джерела у на небесній сфері з кутовим положенням \mathbf{x} його зображення [4, 16]. У випадку точкової маси M (так звана лінза Шварцшильда) нормоване лінзове відображення може бути подано у такому вигляді:

$$\mathbf{y} = \mathbf{x} + \frac{R_E^2}{|\mathbf{x}|^2} \mathbf{x}, \quad R_E = [4GM D_{LS} / (c^2 D_S D_L)]^{1/2}, \quad (2)$$

де R_E — кутовий радіус кільця Ейнштейна, D_S і D_L — відстані від спостерігача до джерела і до лінзи, D_{LS} — відстань від лінзи до джерела; \mathbf{y} та \mathbf{x} можна розглядати як двовимірні вектори відповідно у площинах джерела і лінзи, що є дотичними до одиничної сфери. Початок координат обрано в точці розташування мікролінзи.

Для перевірки формули (1) модифікуємо формулу (2). Покладемо

$$\mathbf{y} = \mathbf{x} F(\theta, \alpha), \quad R_0 / r, \quad r = |\mathbf{x}|, \quad (3)$$

де R_0 — аналог R_E (у кутовій мірі), безрозмірний параметр описує відхилення правої частини (2) від виразу ЗТВ $F(\theta, 0) = 1 + \theta^2$. З урахуванням наявних експериментів (див. огляди [1, 21]) природно вважати, що зазначене відхилення і параметр α є малими. Наше завдання полягає у тому, щоб для обраної функції $F(\theta, \alpha)$ отримати обмеження на параметр відхилення α (а можливо, і достовірну оцінку відхилення, якщо таке має місце).

Коефіцієнт підсилення окремого зображення точкового джерела, що перебуває у точці \mathbf{y} , дорівнює [7]

$$K(r, \theta) = \det \left\| \frac{y_i}{x_j} \right\|^{-1} F \frac{d}{dr}(rF)^{-1}, \quad F = F(R_0 / r, \theta), \quad (4)$$

де \mathbf{x} визначається з рівняння лінзи (3); $r = |\mathbf{x}|$. При $\theta = 0$ рівняння (3) еквівалентне рівнянню (2), яке при $r \neq 0$ має два розв'язки, що відповідають двом зображенням. Якщо $F(r, \theta)$ — гладка функція своїх змінних при $r \neq 0$, то при малих θ число зображень не змінюється, тобто знову маємо два зображення $\mathbf{x}_1(y, \theta)$, $\mathbf{x}_2(y, \theta)$. Оскільки у випадку галактичного мікролінзування різні зображення віддаленого джерела оптично не розділяються, для припасування кривих блиску потрібно мати сумарний коефіцієнт підсилення обох зображень:

$$K_{tot}(y, \theta) = K(|\mathbf{x}_1(\mathbf{y}, \theta)|, \theta) + K(|\mathbf{x}_2(\mathbf{y}, \theta)|, \theta). \quad (5)$$

З огляду на колову симетрію з рівнянь (2) і (3) очевидно, що $K_{tot}(y, \theta)$ залежить тільки від модуля $y = |\mathbf{y}|$, але не від напрямку вектора \mathbf{y} . При прямолінійному рівномірному русі мікролінзи відносно джерела

$$y(t) = Y(t, p, V, t_0) = \sqrt{p^2 + V^2(t - t_0)^2},$$

де p — прицільна відстань, V — швидкість, t_0 — момент максимального блиску.

Після переходу до зоряних величин маємо

$$m(t, p, V, t_0, C) = 2.5 \lg K_{tot}(Y(t, p, V, t_0), \theta) - C,$$

де C — константа, пов'язана з яскравістю джерела при відсутності лінзування і з вибором стандарту яскравості.

Наша задача зводиться до мінімізації функції

$$H(p, V, t_0, C) = \sum_{i=1}^N W_i \{m_i - 2.5 \lg K_{tot}(Y(t_i, p, V, t_0), \theta) - C\}^2, \quad (6)$$

в результаті чого визначаємо параметри p, V, t_0, C . Тут N — кількість точок на кривій блиску, m_i — спостережні дані щодо блиску, які відповідають моментам t_i , W_i — вагові коефіцієнти, які визначаються відповідно до умов спостережень, $i = 1, \dots, N$. Ми розглядали два варіанти припасування: 1) з однаковими вагами, 2) з $W_i = m_i^2$, де m_i — оцінки похибок в окремих вимірюваннях з бази даних OGLE. Аналогічну процедуру можна провести з даними стосовно залежності потоку випромінювання від часу при відповідному перерахунку ваг.

ВИБІР МОДЕЛІ ЛІНЗОВОГО ВІДОБРАЖЕННЯ

Далі ми обмежимося такою модифікацією формули (1) для кута відхилення

$$(p) \quad \frac{4GM}{c^2 p}. \quad (7)$$

З неї випливає рівняння лінзи з функцією $F(\alpha, \beta)$, що фігурує у формулі лінзового відображення (3):

$$F(\alpha, \beta) = 1 - \alpha^2, \quad R_0 / r, \quad R_0^2 = R_E^2 \frac{4GM}{c^2 D_L}. \quad (8)$$

Слід зазначити, що стандартний параметризований постньютонівський (ППН) формалізм, що часто застосовується при обговоренні перевірок ЗТВ, не можна безпосередньо застосувати до формули (8) з огляду на її неаналітичність за змінною α .

Рівняння (3), що відповідає (7), у змінних x, y на небесній сфері має вигляд

$$y = x + 1 - \frac{R_0}{r} \alpha^a, \quad a = 2. \quad (9)$$

Звідси

$$y = r + 1 - \frac{R_0}{r} \alpha^a, \quad y = |y|. \quad (10)$$

Елементарний аналіз показує, що при малих α для будь-якого $y > 0$ існують два розв'язки рівняння (10) відносно r : один при $r_1 = (0, R_0)$, другий — при $r_2 = R_0$, який переходить у $r = y$ при великих y . Ці розв'язки легко визначаються чисельними методами. Відповідно для розв'язків рівняння (9) при $y = 0$ маємо

$$x_1 = nr_1, \quad x_2 = nr_2, \quad n = y/|y|.$$

Коефіцієнт підсилення окремого зображення (4) набуває вигляду

$$K(r, \alpha) = 1 - \frac{R_0}{r} \alpha^{a-1} = (a-1) \frac{R_0}{r} \alpha^{a-1}. \quad (11)$$

Повний коефіцієнт підсилення $K_{tot}(y, \alpha)$ дається сумою (5) підсилень двох зображень, координати яких $x_1(y, \alpha), x_2(y, \alpha)$ є розв'язками рівняння (9).

В роботі [2] ми запропонували використовувати розвинення по α , яке було реалізовано для конкретного виду (8) функції F . У лінійному наближенні за α були отримані аналітичні вирази для $x_1(y, \alpha), x_2(y, \alpha)$ та коефіцієнта посилення (11). Такий підхід дає можливість явно подати поправку до кривої блиску, зумовлену наявністю α . Він може бути корисний при порівнянні різних варіантів функції F .

ОПРАЦЮВАННЯ КРИВИХ БЛИСКУ

Дані проекту OGLE [19, 20] використовуються, крім досліджень власне мікролінзування, низкою спостережних програм, зокрема для виявлення та класифікації змінних зір, виявлення карликових нових,

Таблиця 1. Перелік використаних кривих блиску у подіях мікролінзування з бази OGLE (OGLE-2018-BLG-XXXX)

0003	0097	0182	0247	0304	0409	0448	0541	0596	0655
0009	0098	0187	0249	0305	0410	0493	0545	0612	0658
0012	0100	0193	0261	0315	0411	0506	0566	0613	0660
0028	0105	0197	0263	0317	0418	0512	0567	0615	0662
0031	0127	0198	0287	0339	0419	0514	0574	0618	0663
0034	0137	0199	0288	0346	0421	0515	0575	0622	0672
0035	0142	0205	0292	0367	0423	0516	0576	0629	0681
0038	0149	0216	0293	0371	0436	0518	0579	0633	0711
0075	0156	0232	0300	0393	0437	0536	0581	0639	0713
0077	0171	0236	0303	0403	0447	0538	0589	0644	0727

пошуку екзопланет, дослідження Магелланових Хмар. У цій роботі ми застосовували дані системи раннього попередження з проєкту OGLE за 2018 р., з яких візуально була сформована вибірка зі ста подій сильного мікролінзування (табл. 1). Критеріями для вибірки були достатнє посилення блиску в максимумі, точність спостережень і число точок на кривій блиску у процесі мікролінзування, а також відсутність ознак, що вказують на компаньйона порівняної маси або планети [3, 8, 18] та відсутність ефектів паралаксу [15, 17].

Процедура опрацювання кривої блиску з номером j ($j = 1, \dots, K$, K — обсяг вибірки) полягала в наступному. На першому етапі проводилося припасування параметрів в стандартній моделі лінзи Шварцшильда [16] ($\alpha = 0$). При цьому ми знаходили параметри нульового наближення $p_j^{(0)}, V_j^{(0)}, t_{0j}^{(0)}, C_j^{(0)}$ для припасування j -ї кривої блиску. На другому етапі ці параметри використовувались як початкові значення для мінімізації функції (6). В результаті визначалося мінімальне значення нев'язки (залишкова сума квадратів)

$$RSS_j = \min H_j(p, V, t_0, C), \quad (12)$$

та значення параметрів p_j, V_j, t_{0j}, C_j .

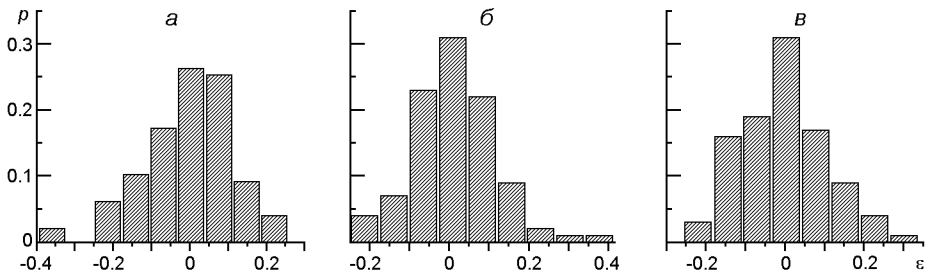
Апроксимацію кривих блиску ми провели трьома методами, які в основному відрізняються вибором ваг.

Метод I. У першому підході дані OGLE, наведені в зоряних величинах, були перераховані у потоки випромінювання; для розв'язання рівняння (9) та розрахунку коефіцієнта підсилення (11) використовувалося лінійне наближення за [2]; ваги бралися рівними між собою.

У інших двох методах ми проводили розрахунки безпосередньо в зоряних величинах, а рівняння (10) розв'язували чисельно.

Метод II. На кожній кривій блиску ваги окремих спостережень вважалися однаковими між собою. Зауважимо, що при цьому однаковим W_i відповідають неоднакові ваги методу I.

Метод III. Вибір ваг у (6) для кожної кривої блиску було зроблено згідно з формулою $W_i = m_i^{-2}$, де m_i — оцінки помилок в окремих вимірюваннях з бази даних OGLE.



Гістограми значень p_j , отриманих методами I...III (фрагменти а — в відповідно)

Після обчислення параметра β_j для K кривих блиску вибірки ми визначали середньозважене значення $\langle \beta \rangle = \sum_{j=1}^K w_j \beta_j$ та його середнє квадратичне (стандартне) відхилення σ ; ваги w_j обиралися так: $w_j = 1 / RSS_j$, $\sum_{j=1}^K w_j = 1$. Такий вибір ваг прискорює обчислення, але, строго кажучи, відповідає лінійним моделям у методі найменших квадратів, тоді як у нашому випадку можливий внесок нелінійності. Тому ми порівняли його безпосередньо з вибором ваг згідно з $w_j = (\beta_j)^2$, де $(\beta_j)^2$ — маргінальна оцінка дисперсії, отримана монте-карлівським моделюванням з j -ї кривої блиску в рамках методу II. Порівняння двох підходів до вибору ваг показало їхнє задовільне узгодження.

Розподіли подій по значеннях β_j у вибірці, отримані трьома методами, представлено у вигляді гістограм на рис. 1. Тут $p(\beta)$ позначає частку тих подій, для яких значення змінної β потрапляє у відповідний бін. Виявилось, що згідно з I методом 97 % подій попадають в інтервал $[-0.242, 0.259]$, згідно з II методом — 98 % подій попадають в інтервал $[-0.250, 0.263]$, згідно з III методом — 99 % подій попадають в інтервал $[-0.257, 0.248]$.

Статистичні оцінки, отримані трьома способами, подано у табл. 2. Тут приведені значення медіани, середнього значення $\langle \beta \rangle$ і його стандартного відхилення σ для розподілів, отриманих трьома описаними способами.

Як видно, помилки окремих вимірювань можуть бути порівняно великими, однак значення $\langle \beta \rangle$ має порядок $(1...2) \cdot 10^{-2}$, тобто є статистично несуттєвим.

ОБГОВОРЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ

Метою цієї роботи було оцінити можливості застосування кривих блиску, спостережуваних при галактичному мікролінзуванні, задля перевірки формули Ейнштейна для гравітаційного відхилення світла. Як видно з табл. 2, у всіх трьох розглянутих підходах середня квад-

Таблиця 2. Медіана, середнє значення і стандартне відхилення розподілів μ , отриманих трьома методами

Метод	Медіана	$\langle \mu \rangle$	
I	0.0053	0.0066	0.0085
II	0.0079	0.015	0.0087
III	0.0003	-0.0036	0.011

ратична помилка і $\langle \mu \rangle$ мають приблизно той самий порядок величини (10^{-2}). Тому відхилення від нуля слід вважати статистично несуттєвим. Це ще одне підтвердження формули Ейнштейна, що вказує на альтернативний метод перевірки релятивістської гравітаційної теорії.

У порядку обговорення наших результатів відзначимо, що вони отримані на спостережному матеріалі, цілком незалежному від експериментів у Сонячній системі. У цій роботі ми обмежилися розглядом конкретної найпростішої модифікації (6) лінзового відображення, що зводиться до зміни степеневі залежності від прицільного параметра. Разом з тим використання кривих блиску дозволяє розглядати й інші форми лінзового відображення з метою перевірки ЗТВ.

Зауважимо, що в ефектах сильного галактичного мікролінзування віддаленого джерела з $D_S \gg D_L$ типова кутова відстань між джерелом і мікролінзою має порядок $R_E \approx 1.4 \cdot 10^8 (M / M_\odot)^{1/2} (D / \text{кпс})^{1/2}$, що приблизно відповідає прицільному параметру порядку декількох астрономічних одиниць. Ця спостережна ситуація і характер даних відмінні від експериментів у Сонячній системі, де основну інформацію про поширення світла і радіосигналів отримано при спостереженнях із прицільними параметрами порядку декількох R_\odot . Маючи на увазі оцінку ППН-параметра μ , можна вважати, що найкраща відносна помилка експериментів з вимірювання гравітаційного відхилення світла у Сонячній системі має порядок 10^{-5} [1, 21]. Проте, якщо перерахувати її на прицільні відстані, близькі до параметрів галактичного мікролінзування, відбудеться втрата точності на два порядки. Все ж ця точність на порядок вища, ніж у наших оцінках. Тому виникає запитання: як поліпшити отриману оцінку в рамках розглянутої задачі? Очевидна відповідь полягає в тому, щоб залучити в аналіз більше даних. У цій роботі ми переглянули приблизно 700 перших подій OGLE з даних 2018 р. щоб скласти вибірку зі 100 придатних подій. Навіть не звертаючись до майбутніх спостережень, зазначимо, що четверта фаза проекту OGLE вже містить дані приблизно шістнадцяти тисяч подій мікролінзування (попередні фази — набагато менше). Ці дані, за нашими оцінками, дозволяють збільшити вибірку лише за 2018 рік у 23 рази і відповідно зменшити помилку приблизно у п'ять разів. Отже, обговорюваний підхід до перевірки ЗТВ має непогані перспективи.

ФІНАНСУВАННЯ РОБОТИ

Роботу виконано в рамках теми 19БФ023-01 програми «Астрономія й фізика космосу» Київського національного університету імена Тараса Шевченка.

ПОДЯКИ

Дане дослідження істотно спирається на дані, отримані в 2018 р. у ході здійснення програми «Optical Gravitational Lensing Experiment, Phase IV», (<http://ogle.astrouw.edu.pl/ogle4/ews/ews.html>) [19, 20].

1. Александров А. Н., Вавилова И. Б., Жданов В. И., Жук А. И., Кудря Ю. Н., Парновский С. Л., Федорова Е. В., Яцкив Я. С. *Общая теория относительности: признание временем*. К.: Наукова Думка, 2015. 332 с.
2. Александров О. М., Жданов В. И., Слюсар В. М. Перевірка формули Ейнштейна для гравітаційного відхилення світла за кривими блиску мікролінзованих джерел. *Вісн. Київ. нац. ун-ту. Астрономія*. 2019. 59. 1. С. 18—22.
3. Alcock C., Allsman R. A., Alves D., Axelrod T. S., Baines D., Becker A. C., Bennett D. P., Bourke A., Brakel A., Cook K. H., et al. Binary microlensing events from the MACHO project. *Astrophys. J.* 2000. 541. P. 270.
4. *Dark energy and dark matter in the Universe: in three volumes / Ed. V. Shulga. — Vol. 2. Dark matter: Astrophysical aspects of the problem / Shulga V. M., Zhdanov V. I., Alexandrov A. N., Berczik P. P., Pavlenko E. P., Pavlenko Ya. V., Pilyugin L. S., Tsvetkova V. S. — К.: Akadempriodyka, 2014. (Chapters 1 and 2.)*
5. Dong S., Mérand A., Delplancke-Ströbele F., Gould A., Chen P., Post R., Kochanek C. S., Stanek K. Z., Christie G. W., Mutel R., et al. First Resolution of Microlensed Images. *Astrophys. J.* 2019. 871. Id. 70. 11 p.
6. Einstein A. Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstherie. *Ann. Phys.* 1916. 49. S. 769—822.
7. Fedorova E., Sliusar V. M., Zhdanov V. I., Alexandrov A. N., Del Popolo A., Surdej J. Gravitational microlensing as a probe for dark matter clumps. *Mont. Notic. Roy. Astron. Soc.* 2016. 457. P. 4147—4159.
8. Gaudi B. S. Microlensing surveys for exoplanets. *Annu. Rev. Astron. and Astrophys.* 2012. 50. P. 411.
9. Keeton C. R., Petters A. O. Formalism for testing theories of gravity using lensing by compact objects. I: Static, spherically symmetric case. *Phys. Rev.* 2005. D72. P. 104006.
10. Keeton C. R., Petters A. O. Formalism for testing theories of gravity using lensing by compact objects. II: Probing Post-Post-Newtonian metrics. *Phys. Rev.* 2006. D73. P. 044024.
11. Liu H., Wang X, Li H., Ma Y. Distinguishing $f(R)$ theories from general relativity by gravitational lensing effect. *Eur. Phys. J. C.* 2017. 77. P. 723.
12. Lubini M., Tortora C., Näf J., Jetzer P., Capozziello S. Probing the dark matter issue in $f(R)$ -gravity via gravitational lensing. *Eur. Phys. J. C.* 2011. 71(12). P. 1834.
13. Milgrom M. Testing the MOND paradigm of modified dynamics with galaxy-galaxy gravitational lensing. *Phys. Rev. Lett.* 2013. 111. 041105.
14. Paczyński B. Gravitational Microlensing by the Galactic Halo. *Astroph. J.* 1986. 304. P. 1—5.

15. Poindexter Sh., Afonso C., Bennett D. P., Glicenstein J.-F., Gould A., Szymański M. K., Udalski A. Systematic analysis of 22 microlensing parallax candidates. *Astrophys. J.* 2005. 633. P. 914.
16. Schneider P., Ehlers J., Falco E. E. *Gravitational lenses*. Berlin: Springer, 1992.
17. Smith M. C., Mao Sh., Paczyński B. Acceleration and parallax effects in gravitational microlensing. *Mont. Notic. Roy. Astron. Soc.* 2003. 339. P. 925.
18. Tsapras Y., Cassan A., Ranc C., Bachelet E., Street R., Udalski A., Hundertmark M., Bozza V., Beaulieu J. P., Marquette J. B., et al. An analysis of binary microlensing event OGLE-2015-BLG-0060. *Mont. Notic. Roy. Astron. Soc.* 2019. 487. P. 4603.
19. Udalski A., Szymański M., Kaluzny J., Kubiak M., Krzemiński W., Mateo M., Preston G. W., Paczyński B. The optical gravitational lensing experiment. Discovery of the first candidate microlensing event in the direction of the galactic bulge. *Acta Astron.* 1993. 43. P. 289—294.
20. Udalski A., Szymański M. K., Szymański G. OGLE-IV: Fourth phase of the optical gravitational lensing experiment. *Acta Astron.* 2015. 65. P. 1—38.
21. Will C. M. The confrontation between general relativity and experiment. *Liv. Revs in Relativity*. 2014. 17, id 4.

REFERENCES

1. Alexandrov A. N., Vavilova I. B., Zhdanov V. I., Zhuk A. I., Kudrya Yu. N., Parnovsky S. L., Fedorova E. V., Yatskiv Ya. S. (2015) *General relativity: Recognition through Time*. K.: Naukova Dumka (in Russian).
2. Alexandrov A. N., Zhdanov V. I., Sliusar V. M. (2019) Verification of Einstein's formula for gravitational deflection of light using observations of galactic microlensing. *Visnyk of Kyiv National Univ. Astron.* 59(1). 18—22 (in Ukrainian).
3. Alcock C., Allsman R. A., Alves D., Axelrod T. S., Baines D., Becker A. C., Bennett D. P., Bourke A., Brakel A., Cook K. H., et al. (2000) Binary microlensing events from the MACHO project. *Astrophys. J.* 541. 270.
4. *Dark energy and dark matter in the Universe: in three volumes / Ed. V. Shulga. — Vol. 2. Dark matter: Astrophysical aspects of the problem.* (2014) Shulga V. M., Zhdanov V. I., Alexandrov A. N., Berczik P. P., Pavlenko E. P., Pavlenko Ya. V., Pilyugin L. S., Tsvetkova V. S. — K.: Akadempriodyka.
5. Dong S., Mérand A., Delplancke-Ströbele F., Gould A., Chen P., Post R., Kochanek C. S., Stanek K. Z., Christie G. W., Mutel R., et al. (2019) First Resolution of Microlensed Images. *Astrophys. J.* 871. Id. 70. 11 p.
6. Einstein A. (1916) Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie. *Ann. Phys.* 49. S. 769—822.
7. Fedorova E., Sliusar V. M., Zhdanov V. I., Alexandrov A. N., Del Popolo A., Surdej J. (2016) Gravitational microlensing as a probe for dark matter clumps. *Mont. Notic. Roy. Astron. Soc.* 457. 4147—4159.
8. Gaudi B. S. (2012) Microlensing surveys for exoplanets. *Annu. Rev. Astron. and Astrophys.* 50. 411.
9. Keeton C. R., Petters A. O. (2005) Formalism for testing theories of gravity using lensing by compact objects. I: Static, spherically symmetric case. *Phys. Rev.* D72. 104006.
10. Keeton C. R., Petters A. O. (2006) Formalism for testing theories of gravity using lensing by compact objects. II: Probing Post-Post-Newtonian metrics. *Phys. Rev.* D73. 044024.
11. Liu H., Wang X, Li H., Ma Y. (2017) Distinguishing f(R) theories from general relativity by gravitational lensing effect. *Eur. Phys. J. C.* 77. 723.

12. Lubini M., Tortora C., Näf J., Jetzer P., Capozziello S. (2011) Probing the dark matter issue in $f(R)$ -gravity via gravitational lensing. *Eur. Phys. J. C.* 71(12). 1834.
13. Milgrom M. (2013) Testing the MOND paradigm of modified dynamics with galaxy-galaxy gravitational lensing. *Phys. Rev. Lett.* 111. 041105.
14. Paczyński B. (1986) Gravitational microlensing by the galactic halo. *Astroph. J.* 304. 1—5.
15. Poindexter Sh., Afonso C., Bennett D. P., Glicenstein J.-F., Gould A., Szymacski M. K., Udalski A. (2005) Systematic analysis of 22 microlensing parallax candidates. *Astrophys. J.* 633. 914.
16. Schneider P., Ehlers J., Falco E. E. (1992) *Gravitational lenses*. Berlin: Springer.
17. Smith M. C., Mao Sh., Paczyński B. (2003) Acceleration and parallax effects in gravitational microlensing. *Mont. Notic. Roy. Astron. Soc.* 339. 925.
18. Tsapras Y., Cassan A., Ranc C., Bachelet E., Street R., Udalski A., Hundertmark M., Bozza V., Beaulieu J. P., Marquette J. B., et al. (2019) An analysis of binary microlensing event OGLE-2015-BLG-0060. *Mont. Notic. Roy. Astron. Soc.* 487. 4603.
19. Udalski A., Szymański M., Kaluzny J., Kubiak M., Krzemiński W., Mateo M., Preston G. W., Paczyński B. (1993) The optical gravitational lensing experiment. Discovery of the first candidate microlensing event in the direction of the galactic bulge. *Acta Astron.* 43. 289—294.
20. Udalski A., Szymański M. K., Szymacski G. (2015) OGLE-IV: Fourth phase of the optical gravitational lensing experiment. *Acta Astron.* 65. 1—38.
21. Will C. M. (2014) The confrontation between general relativity and experiment. *Liv. Revs in Relativity.* 17. 4.

А. Н. Александров, В. И. Жданов, В. Н. Слюсар

Астрономическая обсерватория Киевского национального университета имени Тараса Шевченко, Киев, Украина

ВЕРИФІКАЦІЯ ФОРМУЛИ ЕЙНШТЕЙНА ДЛЯ ГРАВИТАЦІОННОГО ОТКЛОНЕНИЯ СВЕТА ПО НАБЛЮДЕНИЯМ ГАЛАКТИЧЕСКОГО МИКРОЛИНЗИРОВАНИЯ

Общая теория относительности (ОТО) имеет солидную экспериментальную базу. Однако появление новых экспериментальных возможностей и независимой наблюдательной информации стимулирует продолжение проверок ОТО. Цель данной работы — оценить потенциал гравитационного микролинзирования удаленных источников на звездах нашей Галактики для проверки формулы Эйнштейна, описывающей эффект гравитационной рефракции. Этот эффект неоднократно проверялся в Солнечной системе в экспериментах с распространением радиоволн, когда наиболее эффективными являются измерения с расстояниями от траекторий сигналов до гравитирующего центра порядка нескольких солнечных радиусов. В случае галактического микролинзирования возникает принципиально другой тип наблюдательных данных и другие характерные расстояния, которые в событиях с большим усилением определяются радиусом кольца Эйнштейна, имеющим порядок 1 а. е. Гравитационное отклонение света звездами очень мало и практически недоступно прямым измерениям, однако благодаря большим расстояниям до микролинз поток излучения от удаленного источника в событиях сильного микролинзирования может увеличиваться в несколько раз. Для проверки формулы Эйнштейна мы рассматриваем более общую зависимость угла отклонения луча от его прицельного рас-

стояния p относительно дефлектора: $1/p^1$ и, соответственно, модифицируем уравнения гравитационного линзирования. Задача состоит в том, чтобы определить ограничение на параметр на основе наблюдательных данных. Мы используем данные патрульных наблюдений, полученные в 2018 г. группой Optical Gravitational Lensing Experiment (OGLE). Нами сформирована выборка из 100 кривых блеска из этих данных. Каждая кривая блеска была подогнана в рамках модифицированной модели гравитационного линзирования с параметром . В результате были получены 100 значений и оценки их дисперсий. Мы получили, что среднее значения не противоречит общей теории относительности в пределах однопроцентной средней квадратичной ошибки. В перспективе привлечение большего числа кривых блеска из обширной базы данных OGLE позволяет надеяться на существенное уменьшение погрешности определения за счет статистического усреднения.

Ключевые слова: гравитационное отклонение света, проверка общей теории относительности, гравитационное микролинзирование, кривые блеска.

A. N. Alexandrov, V. I. Zhdanov, V. M. Slusar

Astronomical Observatory of Taras Shevchenko National University of Kyiv,
Kyiv, Ukraine

VERIFICATION OF EINSTEIN'S FORMULA FOR GRAVITATIONAL DEFLECTION OF LIGHT USING OBSERVATIONS OF GALACTIC MICROLENSING

General relativity (GR) has a solid experimental base. However, the emergence of new experimental capabilities and independent observational information stimulates the continuation of tests of general relativity. The purpose of this work is to evaluate the potential of gravitational microlensing of distant sources on the stars of our Galaxy and to verify the Einstein formula of the gravitational refraction. This effect has been repeatedly tested in the Solar System in the high-accuracy experiments with the propagation of radio waves, when the measurements are most effective for the distances from the signal trajectory to the Sun of the order of several solar radii. In the case of galactic microlensing, a quite different type of observational data and other characteristic distances are used that in the high magnification events are determined by the Einstein ring radii, which is typically of the order of 1 au. It should be noted that, although the gravitational deflections of light by stars are very small and currently practically inaccessible by direct measurements, however, due to the large distances to the microlenses, the radiation flux from the source in strong microlensing events of can increase several times. To verify Einstein's formula, we consider a more general dependence of the beam deflection angle on its impact distance p relative to the deflector: and, accordingly, modify the equations of gravitational lensing. The challenge is to limit based on observational data. We use the Early Warning System data obtained in 2018 within Optical Gravitational Lensing Experiment (OGLE) (<http://ogle.astrouw.edu.pl/ogle4/ews/2019/ews.html>). We formed a sample of 100 light curves from the data obtained by the OGLE group in 2018. Each light curve was fitted as part of a modified model of gravitational lensing with parameter . As a result, 100 values of and estimates of their variances were obtained. We found that the mean value of does not contradict GR within the limits of a one percent standard deviation. In the future, using a larger number of light curves allows us to hope for a significant decrease in the error of due to statistical averaging.

Key words: gravitational light deflection, General Relativity tests, gravitational microlensing, light curves.

Стаття надійшла до редакції 18.05.2020

Після доопрацювання 03.06.2020

Прийнята до друку 18.06.2020