

doi: <https://doi.org/10.15407/kfnt2020.01.085>

**В. Возняк<sup>1</sup>, К. Іскра<sup>2</sup>, М. Сілюшик<sup>3</sup>, Р. Модзелевська<sup>3</sup>,  
П. Волінський<sup>4</sup>, Т. Середин<sup>2</sup>, Т. Зенкевич<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Польська газова компанія, Варшава, Польща

<sup>2</sup> Польський університет Повітряних Сил, Демблін, Польща

<sup>3</sup> Університет природничих і гуманітарних наук, Седльце, Польща

<sup>4</sup> Колегіум Мазовецького інноваційного університету, Седльце, Польща

e-mail: [witek.wozniak@gmail.com](mailto:witek.wozniak@gmail.com)

[k.iskra@law.mil.pl](mailto:k.iskra@law.mil.pl)

[marek.siluszyk@uph.edu.pl](mailto:marek.siluszyk@uph.edu.pl)

[pawxx@poczta.onet.pl](mailto:pawxx@poczta.onet.pl)

**Конус прийому і жорсткість геомагнітного обрізання частинок  
галактичних космічних променів у рамках різних моделей  
Міжнародного геомагнітного аналітичного поля на епохи 1965—2015  
над аеропортом Демблін, Польща**

*Представлено результати розрахунків траєкторій (асимптотичної широти і асимптотичної довготи) і жорсткості геомагнітного обрізання частинок галактичних космічних променів (ГКП) в аеропорту Демблін, Польща (географічні координати 51 33 32" пн. ш., 21 50 53" сх. д.), виконані на основі чисельного інтегрування рівнянь руху заряджених частинок космічних променів у земному магнітному полі. Набір дозволених траєкторій у даній точці на поверхні Землі називається асимптотичним конусом прийому. За початкову відстань від центра Землі було прийнято рівень 20 км над поверхнею Землі. Приблизно на цій висоті більшість космічних променів зазнають ядерних зіткнень. Розрахунки були зроблені для різних моделей Міжнародного геомагнітного аналітичного поля (IGRF) на епохи 1965—2015 рр. Модель IGRF — це погоджена на міжнародному рівні і широко використовується математична модель магнітного поля Землі, яке має внутрішнє походження. Кожна складова моделі IGRF — це ряд сферичних гармонік степеня  $n$  і порядку  $m$ , які є розв'язком рівняння Лапласа для магнітного потенціалу, породженого джерелами всередині Землі в дану епоху. У всіх розрахунках асимптотичних напрямків використовувався шостий степінь розвинення моделі геомагнітного поля. Нормовані сферичні гармонічні коефіцієнти Шмідта були взяті для епох з 1965 по 2015 рік. Знання асимптотичних напрямків і жорсткості геомагнітного обрізання має важливе значення з точки зору досліджень різних класів варіацій інтенсивності та анізотропії космічних променів.*

**Ключові слова:** космічні промені, IGRF, конус прийому, жорсткість геомагнітного обрізання.

**ВСТУП**

*Траєкторії частинок ГКП у постійному геомагнітному полі.* Створення і розвиток теорії руху заряджених частинок в геомагнітному полі було викликано необхідністю пояснити ряд геофізичних явищ. Це дослідження було ініційоване Штермером [1], який, вивчаючи рух заряджених частинок в дипольному полі, спробував пояснити ряд явищ, що спостерігаються у полярних сьйвах. Протягом тривалого

© В. ВОЗНЯК, К. ІСКРА, М. СІЛЮШИК, Р. МОДЗЕЛЕВСЬКА,  
П. ВОЛІНСЬКИЙ, Т. СЕРЕДИН, Т. ЗЕНКЕВИЧ, 2020

часу теорія Штермера успішно використовувалась для аналізу рядів інтенсивності космічних променів, виміряних наземними станціями. Однак збільшення точності інструментів і кількості станцій реєстрування інтенсивності космічних променів призвело до необхідності подальшого розвитку теорії руху заряджених частинок в геомагнітному полі. З'ясувалося, що ряд експериментальних фактів (планетарний розподіл інтенсивності космічного випромінювання, розподіл інтенсивності сонячних частинок від великих сонячних спалахів після їхнього ізотропного прибуття на Землю і т. д.) не можна пояснити в рамках теорії Штермера. Правильне пояснення цих фактів можна дати при врахуванні впливу вищих гармонік магнітного поля на рух заряджених частинок.

Дослідження низькоенергетичних заряджених частинок у магнітосфері на основі даних з штучних супутників Землі заклали основу для нового етапу у вивченні руху заряджених частинок в геомагнітному полі. Було встановлено, що у полярних регіонах, на широтах вище  $60^\circ \dots 70^\circ$ , гранична жорсткість низькоенергетичних космічних променів значно нижча, ніж в дипольному полі або у полі, представленому вищими гармоніками геомагнітного поля. Таким чином, високоширотні регіони майже повністю відкриті для низькоенергетичних космічних променів, що можна пояснити тільки при врахуванні впливу зовнішніх джерел магнітного поля Землі на заряджені частинки. Значну трудність при вивченні руху заряджених частинок у магнітних полях становить нелінійність рівнянь, що описують рух частинок. Рівняння руху, за винятком кілька тривіальних випадків (однорідне поле), не може бути розв'язане аналітично. Таким чином, при вивченні руху заряджених частинок в геомагнітному полі широко використовуються чисельні методи розрахунку траєкторій. Сучасні комп'ютери, які мають високу швидкість рахунку, дозволяють визначати траєкторії частинок в геомагнітному полі з високою точністю.

**Реальне геомагнітне поле і його подання у вигляді ряду Гаусса.** Проблема вивчення руху заряджених частинок в геомагнітному полі має два аспекти: правильне уявлення про магнітне поле Землі і розв'язування рівнянь руху в даному магнітному полі. Таким чином, надійність обчислених траєкторій частинок в геомагнітному полі буде залежати як від обраної моделі поля, так і від методу розв'язування рівнянь руху для цієї моделі. Нижче ми дамо короткий огляд фактів, пов'язаних з магнітним полем Землі, і способів подання цього поля. Прямі вимірювання показують наявність магнітного поля навколо Землі. Вимірювання магнітного поля робились уже віддавна у зв'язку з потребами мореплавання. У XIX столітті Гаусс дав початок систематичному вивченню геомагнітного поля. Він удосконалив метод спостережень і розробив математичний апарат для аналітичного опису магнітного поля Землі. З цього моменту почала розвиватися глобальна мережа магнітних обсерваторій, було організовано багато експедицій для вимірювання магнітного поля на всій поверхні Землі. Новим етапом стали вимірювання геомагнітного поля за допомогою штучних супутників Землі. Перші такі вимірювання були зроблені у 1958 р. на низьких висотах [1]. Основною перевагою супутникових вимірювань є висока швидкість і рівномірний розподіл спостережень. Загалом на сьогоднішній день розподіл магнітного поля по поверхні Землі, а також за її межами на малих висотах вивчено досить докладно.

Основна частина магнітного поля Землі створюється джерелами внутрішнього походження. Зовнішні джерела поля починають відігравати помітну роль тільки на відстані в кілька радіусів Землі від центра Землі. У першому наближенні магнітне поле на поверхні Землі можна подати у вигляді магнітного поля диполя, розташованого у центрі Землі. Найбільш вірогідним джерелом магнітного поля є електричні струми в рідкому металевому ядрі Землі [2, 3]. Ці струми можуть бути викликані і підтримуються конвективними рухами у рідкому ядрі. Заряджені частинки високих енергій, порядку кількох мільярдів електрон-вольт, в основному зазнають впливу магнітного поля внутрішніх джерел. Для частинок менших енергій, порядку кількох сотень мільйонів електрон-вольт, суттєвим видається вплив зовнішніх джерел поля.

**Магнітне поле Землі. Теорія Гаусса.** У XIX ст. Гаусс запропонував теорію, яка дає можливість представляти магнітне поле Землі аналітично у вигляді функції ко-

ординати даної точки. Основою теорії Гаусса є припущення, що магнітне поле Землі обумовлене джерелами, які перебувають всередині Землі, завдяки чому геомагнітне поле поза Землею має потенційний характер. Дійсно, для частини середовища, де немає струмів провідності, постійне магнітного поля повинне задовольняти рівняння [7]

$$\text{rot}\mathbf{B} = 0.$$

У цьому випадку вектор  $\mathbf{B}$  може бути представлений як градієнт деякої скалярної функції координат  $U = U(r, \theta, \varphi)$ . Таким чином, за межами земної поверхні поле  $\mathbf{B}$  можна записати у вигляді

$$\mathbf{B} = \text{grad}U(r, \theta, \varphi), \text{ або } \mathbf{B} = -\text{grad}U. \quad (1)$$

Можливість визначення магнітного поля у всьому просторі поза Землею на основі даного розподілу поля над поверхнею Землі ґрунтується на тому, що потенціал магнітного поля  $U$  задовольняє рівняння Лапласа, тобто є гармонічною функцією. Використовуючи вираз (1) та рівняння Максвелла  $\text{div}\mathbf{B} = 0$ , ми отримуємо рівняння Лапласа для скалярного потенціалу магнітного поля:  $\text{div grad}U = 0$ , тому що у вираз  $\text{div}\mathbf{B} = -\text{div grad}U$  ми вставили  $\mathbf{B}$  з рівняння (1).

Рівняння Лапласа в операторній формі матиме вигляд

$$\Delta U = 0, \quad \Delta^2 U = 0, \quad \Delta U = 0, \quad (2)$$

де  $\Delta^2$  — оператор Лапласа. Рівняння (2) у сферичній системі має вигляд

$$r^2 \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + 2r \frac{\partial U}{\partial r} - \frac{1}{\sin^2 \theta} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2} \right) = 0, \quad (3)$$

де  $r, \theta, \varphi$  — сферичні координати:  $r$  — радіус,  $\theta = \varphi/2$  (де  $\varphi$  — широта) і  $\varphi$  — довгота. Ми шукаємо розв'язок рівняння (3) у вигляді добутку трьох функцій сферичних координат [6, 7]:

$$U(r, \theta, \varphi) = f(r) P_n^m(\cos \theta) e^{im\varphi}. \quad (4)$$

Підставляючи вираз (4) у рівняння (3) і розділяючи змінні, ми отримуємо три рівняння:

$$\begin{aligned} r^2 \frac{d^2 f}{dr^2} + 2r \frac{df}{dr} - n^2 f &= 0, \\ \frac{d}{d \sin \theta} \left( \sin \theta \frac{d}{d \sin \theta} \right) P_n^m &= n(n-1) \sin^2 \theta \frac{m^2}{\sin^2 \theta} P_n^m = 0, \\ \frac{d^2}{d \varphi^2} e^{im\varphi} &= -m^2 e^{im\varphi} = 0, \end{aligned} \quad (5)$$

де  $n^2$  і  $m^2$  — константи поділу. Перше рівняння системи (5) називається рівнянням Ейлера, а його розв'язок має вигляд

$$f(r) = A_n r^n + \frac{B_n}{r^{n-1}}, \quad (6)$$

де  $A_n$  і  $B_n$  — інтегральні константи,  $n$  — ціле додатне число.

Розв'язком другого рівняння системи (5) є приєднаний поліном Лежандра:

$$P_n^m(\cos \theta) = P_n^m(\cos \theta). \quad (7)$$

Розв'язок третього рівняння системи (5) є простою гармонічною функцією:

$$e^{im\varphi} = \begin{cases} \sin^m m \\ \cos^m m \end{cases}. \quad (8)$$

Підставляючи вирази  $f(r)$ ,  $P_n^m(\cos \theta)$  і  $e^{im\varphi}$  в (4), ми отримуємо частковий розв'язок рівняння Лапласа:

$$U = A_n r^n + \frac{B_n}{r^{n-1}} \left( \begin{matrix} \sin^m m \\ \cos^m m \end{matrix} \right) P_n^m(\cos \theta). \quad (9)$$

Це рівняння Лапласа лінійне, тому загальний розв'язок рівняння (3) можна подати у вигляді суми часткових розв'язків (9). Підсумовування виконується для всіх значень  $m$  і  $n$  ( $m$  і  $n$  — натуральні числа) [7].

Загальний розв'язок може бути записаний однією з таких формул:

$$U_1 = \sum_{n=1}^{\infty} r^n (c_n^m \sin m - d_n^m \cos m) P_n^m(\cos \theta), \quad (10)$$

$$U_2 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{r^{n-1}} (a_n^m \sin m - b_n^m \cos m) P_n^m(\cos \theta), \quad (11)$$

де  $c_n^m = A_n^m$ ,  $d_n^m = A_n^m$ ,  $a_n^m = B_n^m$ ,  $b_n^m = B_n^m$ .

Частина ряду (10) чи (11), що відповідає заданому значенню  $n$ , називається сферичною функцією порядку  $n$ . Вибір однієї з двох форм розв'язку рівняння Лапласа залежить від конкретної задачі.

Магнітне поле Землі, зумовлене внутрішніми джерелами, на нескінченності дорівнює нулеві, а потенціал поля має форму (11).

Якщо потенціал магнітного поля Землі описується рівнянням (11), то підсумовування починається з  $n = 1$ , бо член при  $n = 0$  описує поле магнітного монополя, якого не існує згідно із рівнянням Максвелла. Члени  $a_n^m$  і  $b_n^m$  при  $n = 1$  описують поле диполя, при  $n = 2$  — квадруполь і так далі. Замість коефіцієнтів  $a_n^m$  і  $b_n^m$  ряду (11) введемо нові коефіцієнти  $g_n^m$  і  $h_n^m$ , що виражаються формулами [7]

$$a_n^m = r_3^{n-2} g_n^m, \quad b_n^m = r_3^{n-2} h_n^m,$$

де  $r_3$  — середній радіус Землі, і ми отримуємо:

$$U = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{r_3^n}{r^{n-1}} (g_n^m \cos m - h_n^m \sin m) P_n^m(\cos \theta). \quad (12)$$

Знаючи потенціал поля (12), неважко знайти компоненти магнітного поля Землі на основі рівняння (1), де  $B_\theta$ ,  $B_r$ , і  $B_\varphi$  — північна, східна і вертикальна складові поля відповідно [3—7, 9]:

$$\begin{aligned} B_\theta &= \frac{1}{r} \frac{dU}{d\theta} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{r_3^{n-2}}{r^{n-1}} (g_n^m \cos m - h_n^m \sin m) \frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d\theta}, \\ B_r &= \frac{1}{r \sin \theta} \frac{dU}{dr} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{r_3^{n-2}}{r^{n-1}} (m g_n^m \sin m - m h_n^m \cos m) \frac{P_n^m(\cos \theta)}{\sin \theta}, \\ B_\varphi &= \frac{dU}{dr} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{r_3^{n-2}}{r^{n-1}} (n-1) (g_n^m \cos m - h_n^m \sin m) P_n^m(\cos \theta). \end{aligned} \quad (13)$$

На практиці гармонічний аналіз магнітного поля Землі зазвичай обмежують скінченною кількістю членів кожного ряду (12). Якщо довжина ряду обмежується кількістю членів  $n$ , кількість постійних коефіцієнтів  $g_n^m$  і  $h_n^m$  дорівнює  $N = n(n-2)$ .

Ці коефіцієнти можуть бути визначені з системи рівнянь (13) на основі вимірювань магнітного поля в різних точках Землі. Зазвичай при розкладанні магнітного поля в ряд Гаусса ми обмежуємося шістьма сферичними гармоніками.

Отже, теорія Гаусса дозволяє обчислити компоненти магнітного поля у будь-якій точці на поверхні Землі, якщо відомі постійні коефіцієнти  $g_n^m$  і  $h_n^m$ .

Для того щоб визначити постійні коефіцієнти  $g_n^m$  і  $h_n^m$ , потрібно знати елементи земного магнетизму у певних точках на поверхні Землі, розподілених якомога рівномірніше.

Для  $n = 6$  кількість коефіцієнтів становить 48, і для їхнього отримання потрібно як мінімум 48 рівнянь [3—7, 9].

#### РУХ ЗАРЯДЖЕНИХ ЧАСТИНОК ГКП У МАГНІТНОМУ ПОЛІ ЗЕМЛІ

**Математичний формалізм.** Математичну постановку задачі буде представлено у сферичних полярних координатах з використанням таких позначень:  $\mathbf{r}$  — вектор положення частинки ГКП,  $r$  — радіальна відстань від центра Землі,  $\theta$  — широта,  $\varphi$  — доповнення до широти (зенітна відстань полюса),  $\varphi$  — довгота, виміряна

на схід від гринвіцького меридіана,  $\mathbf{v}$  — вектор швидкості ГКП,  $v_r, v_\theta, v_\phi$  — компоненти швидкості  $\mathbf{v}$ ,  $c$  — швидкість світла,  $m = m_0 / \sqrt{1 - v^2/c^2}$  — інерціальна маса ГКП,  $m_0$  — маса спокою,  $\mathbf{B}$  — вектор магнітної індукції в Гс,  $e$  — електронний заряд частинок ГКП в електростатичних одиницях [5, 6]. Для визначення конуса прийому і жорсткості геомагнітного обрізання частинок космічних променів ми будемо використовувати рівняння руху частинок у магнітному полі Землі:

$$m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = \frac{e}{c} (\mathbf{v} \times \mathbf{B}), \quad (14)$$

яке у сферичній системі координат має вигляд

$$\frac{dv_r}{dt} = \frac{e}{mc} (v_\theta B_\phi - v_\phi B_\theta) - \frac{v^2}{r}, \quad \frac{v^2}{r} = \frac{v^2}{r},$$

$$\frac{dv_\theta}{dt} = \frac{e}{mc} (v_r B_\phi - v_\phi B_r) - \frac{v_r v_\theta}{r} - \frac{v^2}{r \operatorname{tg}}, \quad (15)$$

$$\frac{dv_\phi}{dt} = \frac{e}{mc} (v_r B_\theta - v_\theta B_r) - \frac{v_r v_\phi}{r} - \frac{v_\theta v_\phi}{r \operatorname{tg}},$$

$$v_r \frac{dr}{dt}, \quad v_\theta \frac{d\theta}{dt}, \quad v_\phi \frac{d\phi}{dt} = r \sin \theta \frac{d\phi}{dt}. \quad (16)$$

Наведену систему рівнянь руху заряджених частинок в неоднорідному магнітному полі Землі не можна розв'язати аналітично (крім простих випадків). У даній роботі при інтегруванні рівняння руху ми використовуємо чисельний метод Рунге — Кутта. Для цієї мети систему рівнянь (15) і (16) буде трансформовано для інтегрування по довжині траєкторії. Вектор швидкості  $\mathbf{v}$ , спрямований по дотичній до траєкторії, має вигляд  $\mathbf{v} = v \mathbf{t}$ , де  $\mathbf{t} = (t_r, t_\theta, t_\phi)$  — одиничний вектор дотичної до траєкторії, а компоненти вектора швидкості мають вигляд [7]

$$v_r = v t_r, \quad v_\theta = v t_\theta, \quad v_\phi = v t_\phi.$$

Нескінченно малий елемент траєкторії  $ds$  може бути записаний так:

$$ds = v dt = dt ds/v.$$

Вставляючи вирази для  $dt, v_r, v_\theta, v_\phi$  у систему рівнянь (15), отримаємо:

$$\frac{v^2 dt_r}{ds} = \frac{e}{mc} (v t_\theta B_\phi - v t_\phi B_\theta) - \frac{v^2 t^2}{r} - \frac{v^2 t^2}{r},$$

$$\frac{v^2 dt_\theta}{ds} = \frac{e}{mc} (v t_r B_\phi - v t_\phi B_r) - \frac{v^2 t_r t_\theta}{r} - \frac{v^2 t^2}{r \operatorname{tg}}, \quad (17)$$

$$\frac{v^2 dt_\phi}{ds} = \frac{e}{mc} (v t_r B_\theta - v t_\theta B_r) - \frac{v^2 t_r t_\phi}{r} - \frac{v^2 t_\theta t_\phi}{r \operatorname{tg}}.$$

Розділивши обидва рівняння (17) на  $v^2$ , отримаємо [7]:

$$\frac{dt_r}{ds} = \frac{e}{vmc} (t_\theta B_\phi - t_\phi B_\theta) - \frac{t^2}{r} - \frac{t^2}{r},$$

$$\frac{dt_\theta}{ds} = \frac{e}{vmc} (t_r B_\phi - t_\phi B_r) - \frac{t_r t_\theta}{r} - \frac{t^2}{r \operatorname{tg}}, \quad (18)$$

$$\frac{dt_\phi}{ds} = \frac{e}{vmc} (t_r B_\theta - t_\theta B_r) - \frac{t_r t_\phi}{r} - \frac{t_\theta t_\phi}{r \operatorname{tg}}.$$

Цю систему лінійних диференціальних рівнянь можна інтегрувати чисельно, якщо компоненти магнітної індукції  $B_\theta, B_\phi, B_r$  відомі як явні функції  $r, \theta, \phi$ . Якщо поле поза Землею невихрове, ми можемо однозначно визначити магнітний потенціал  $U$ , розклавши його по сферичних гармоніках (див. формулу (11)), а компоненти магнітного поля індукції  $\mathbf{B}$  знаходяться із рівнянь (13). Якщо поле  $\mathbf{B}$  відоме у всіх точках, можна визначити траєкторію польоту частинок космічних променів шляхом

чисельного інтегрування рівняння (17). Проблему визначення асимптотичного напрямку частинки можна розділити на три етапи [1, 2, 5, 6]:

- 1) визначення початкової точки траєкторії;
- 2) чисельне інтегрування рівнянь руху до точки, де впливом геомагнітного поля на рух зарядженої частинки можна знехтувати;
- 3) розрахунок асимптотичного напрямку на кінцевій точці траєкторії.

Розглянемо кожен з цих етапів окремо.

Для того щоб розпочати числове інтегрування системи рівнянь (18), необхідно вибрати початкові дані  $r_0, \theta_0, \phi_0, t_{r0}, t_0$  і  $t_0$ . Перші три величини визначають початкову точку траєкторії, а решта три — початковий напрямок руху.

Початкова точка траєкторії визначається географічною широтою станції і довготою  $\lambda_0$ , де

$$\lambda_0 = \lambda_{st} + \lambda_{st} / 2, \quad \theta_0 = \theta_{st}. \quad (19)$$

Для обчислення початкового радіуса потрібно врахувати значення висоти 20 км над поверхнею Землі, на якій генеруються нейтрони в результаті ядерних взаємодій первинних космічних променів з атмосферою Землі.

Беручи до уваги той факт, що Земля має форму еліпсоїда, для визначення початкового радіуса маємо формулу [5, 6]

$$r_{init} = \frac{1}{r_3} [b(1 - e^2 \cos^2 \theta_0)^{1/2} + 200]. \quad (20)$$

Тут  $b = 6356.9$  км — мінімальний (полярний) радіус Землі,  $e$  — ексцентриситет Землі ( $e^2 = 6.725 \cdot 10^{-3}$ ),  $r_3 = 6371.2$  км — середній радіус Землі,  $\theta_0$  — географічна широта початкової точки. Початковий напрямок руху визначається кутом падіння частинок за формулами

$$t_{r0} = \cos Z, \quad t_0 = \sin Z \cos A, \quad \phi_0 = \sin Z \sin A, \quad (21)$$

де  $Z$  і  $A$  — зенітний кут і азимут падіння частинок. Азимут вимірюється від географічної півночі. Швидкість частинки імпульсу  $p$  визначається з виразу

$$V = pc / \sqrt{E_0^2 + p^2},$$

де  $E_0 = 0.931$  Гев — енергія спокою,  $p$  дається в одиницях Гев/с,  $R = pc / Ze$  — жорсткість в одиницях ГВ.

Розрахунком вихідних даних за формулами (19) — (21) ми можемо розпочати процес чисельного інтегрування системи рівнянь руху методом Рунге — Кутта. Рівняння (14) показує, що якщо знак  $e$  і напрямок руху змінити на протилежний, рівняння залишається незмінним. В наших розрахунках ми будемо розглядати негативні частинки, які залишають Землю, тому що їхні траєкторії такі ж, як і траєкторії позитивних частинок, що наближаються до Землі. Для числового інтегрування методом Рунге — Кутта точок траєкторії поблизу Землі береться шість членів розкладу геомагнітного поля в ряд Гаусса. При збільшенні відстані  $r$  кількість членів розкладу будемо зменшувати. У крайніх точках траєкторії кількість членів дорівнює двом, а довжина кроку процесу Рунге — Кутта може бути збільшена. У табл. 1 приведено максимальні степені розкладу, які були використані на різних відстанях від центра Землі. Довжина кроку змінюється при переході від одного діапазону до іншого.

При виконанні чисельного інтегрування було встановлено, що є три види орбіт:

- 1) орбіти, що перетинають земну поверхню;
  - 2) квазізахоплені орбіти;
  - 3) необмежені орбіти.
- Орбіти перших двох типів мають частинки, жорсткість яких менша за жорсткість геомагнітного обрізання, а орбіти третього типу мають частинки з великою жорсткістю. У відповідності з трьома типами орбіт чисельне інтегрування траєкторій виконувалось при врахуванні однієї з таких умов:

$$r < r_0, \quad (22)$$

$$n = 15000, \quad (23)$$

$$r > 25. \quad (24)$$

Умова (22) означає, що до досягнення точки спостереження частка перетинає поверхню, розташовану на висоті 20 км над поверхнею Землі. Очевидно, що така частинка буде поглинута атмосферою Землі і, отже, ця траєкторія буде забороненою.

Табл. 1. Максимальні степені розкладу поля на різних відстанях від Землі

Максимальний степінь розкладу поля	Відстань у радіусах Землі	Максимальний степінь розкладу поля	Відстань у радіусах Землі
6	$0 < r < 2.5$	3	$5.4 < r < 10.0$
5	$2.5 < r < 3.0$	2	$10.0 < r < 50.0$
4	$3.0 < r < 5.4$		

Умова (23) означає, що орбіта є квазіпадкою. Частинка з такою орбітою може залишитися в радіаційному поясі протягом тривалого часу, перш ніж перетне земну поверхню, тому при проведенні чисельних розрахунків вважалося, що частка перебуває у пастці, якщо після розрахунку 15000 кроків вона залишалася в геомагнітному полі. Ця траєкторія буде теж забороненою. Умова (24) — це умова для виходу частинки за межі геомагнітного поля. На відстанях  $r > 25$  впливом геомагнітного поля на рух заряджених частинок можна знехтувати (розрахунки показують, що помилка асимптотичного напрямку під кінець розрахунку не перевищує  $0.1^\circ$ ), і ця траєкторія буде дозволеною.

Дійшовши до відстані 25 радіусів Землі, ми зупиняємо інтегрування та визначаємо асимптотичну широту і асимптотичну довготу за кінцевими значеннями положення та напрямку руху частинок. Асимптотична широта — це кут між траєкторією частинки на нескінченності і її проекцією на площину екватора. Тангенс цього кута виражається формулою

$$\operatorname{tg} \frac{t \sin \theta_r \cos \theta_r}{\sqrt{t^2 - (t \cos \theta_r + t_r \sin \theta_r)^2}}$$

Асимптотична довгота дорівнює сумі кутів  $\theta_i$ :

$$\operatorname{arctg} \frac{t \sin \theta_r}{t \cos \theta_r + t_r \sin \theta_r}$$

де  $\theta_i$  — довгота,  $\theta_r$  — кут між проекцією напрямку частинки на нескінченності на площину екватора і проекцією на цю площину вектора від центра Землі до точки поверхні із зазначеними географічними координатами [1, 2, 5, 6].

**Розрахунок жорсткості геомагнітного обрізання.** Асимптотичні напрямки підходу  $A(R, \theta_r, \theta_i)$  космічних променів магнітної жорсткості  $R$ , отримані на основі чисельного інтегрування рівнянь руху у земному магнітному полі заряджених частинок космічних променів, які прибувають на Землю з асимптотичної широти  $\theta_i$  і асимптотичної довготи  $\theta_r$ , дозволяють визначити конус прийому, тобто всі можливі кути, що охоплюють ці напрямки. Ці кути визначають вертикальні компоненти (вісь конуса прийому вертикальна) і похилі компоненти (вісь конуса прийому відхилена від вертикалі на будь-який зенітний кут і спрямована у будь-якому напрямку, що визначається кутом азимута). Для будь-якої точки на поверхні Землі з географічними координатами  $(\theta_i, \theta_r)$  є мінімальна магнітна жорсткість  $R_{\min}$  і максимальна жорсткість  $R_{\max}$ . Космічні промені зі значенням магнітної жорсткості нижче  $R_{\min}$  не досягнуть точки з географічними координатами  $(\theta_i, \theta_r)$ , утворюючи сім'ю заборонених траєкторій. Частинки з магнітною жорсткістю вище  $R_{\max}$  досягають заданої точки і утворюють сімейство допустимих траєкторій. Між  $R_{\min}$  і  $R_{\max}$  є регіон під назвою півтінь, що містить як дозволені, так і заборонені траєкторії. Магнітну жорсткість  $R_{\max}$  називають головною жорсткістю обрізання і позначають  $R_m$ . Магнітну жорсткість  $R_{\min}$  називають жорсткістю обрізання Штермера і позначають  $R_{st}$ . В області півтіні ми можемо визначити ефективну жорсткість обрізання по формулі

$$R_{\text{ef}} = R_m \int_{R_{st}}^{R_m} G(R) dR,$$

де  $G(R) = 1$  для дозволених траєкторій і  $G(R) = 0$  для заборонених траєкторій [1, 2, 4—6].

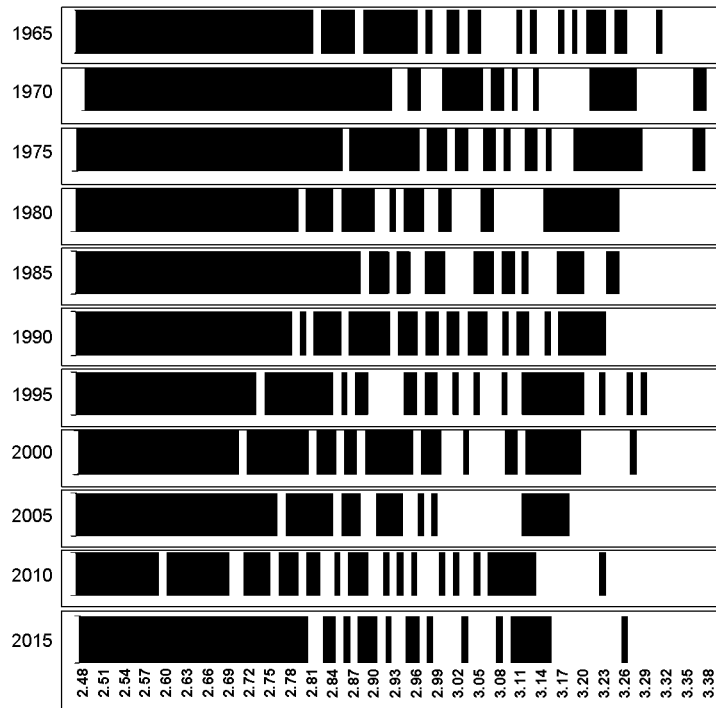


Рис. 1. Вертикальні півтінюві зони для території аеропорту Демблін (Польща). Нормовані сферичні гармонічні коефіцієнти Шмідта були взяті для епох IGRF з 1965 по 2015 рр. Чорні смуги — заборонені траєкторії, білі — дозволені

**Результати та обговорення.** Асимптотичні напрямки і жорсткості магнітного обрізання частинок космічних променів, що приходять в аеропорт Дембліна, були розраховані для вертикального компонента у рамках різних моделей Міжнародного геомагнітного аналітичного поля (IGRF) шляхом чисельного інтегрування рівнянь руху частинок в геомагнітному полі за методом Рунге — Кутта (див. рис. 1, 2 і табл. 2). Крім того, були зроблені розрахунки для похилого компонента у моделі IGRF для епохи 2015 р. (див. табл. 3 і 4). Нормовані сферичні гармонічні коефіцієнти Шмідта були взяті для епох 1965—2015 рр. [10]. Для цієї мети ми використовували програмний код на мові Фортран, люб’язно наданий нам М. А. Шей та Д. Ф. Смартом [11]. У нашій роботі ми вибрали крок 0.01 ГВ. З рис. 1 і табл. 4 видно, що частинки космічних променів над аеропортом Демблін (географічні координати: 51 33 32 пн. ш., 21 50 53 сх. д.) утворюють зону півтіні, характерну для середніх широт. У табл. 2 приведено значення жорсткостей обрізання  $R_{st}$ ,  $R_{ef}$  і  $R_m$  для різних епох IGRF 1965—2015 рр. для вертикального компонента. Значення ефективного магнітного обрізання розраховувались за формулою (22).

Для похилих блоків ми також отримали асимптотичні напрями та значення  $R_{st}$ ,  $R_{ef}$  і  $R_m$  в рамках моделі IGRF на епоху 2015 р. (див. табл. 3 і 4).

З рис. 2 і табл. 2 ми бачимо, що з 1965 по 2015 рр. значення жорсткостей магнітного обрізання  $R_{st}$ ,  $R_{ef}$  і  $R_m$  змінюються від найбільшого значення у 1965 р. до найменшого у 2010 та 2015 рр., що пов’язано зі зменшенням складової індукції геомагнітного поля. Періодичні зміни  $R_{st}$ ,  $R_{ef}$  і  $R_m$  викликані змінами інтенсивності геоліосферного магнітного поля  $B$ , пов’язаними з циклами сонячної активності.

Ширина півтінювої зони, яка вміщує сім’ю дозволених і заборонених траєкторій, варіює від епохи до епохи. Найбільша ширина спостерігалась у 2000 р., найменша ширина — у 2015 р. З табл. 4 можна також бачити, що космічні частинки з магнітною жорсткістю від  $R_{st}$  до  $R_m$  (наприклад, для вертикальної складової 2015 р.) надходять до аеропорту Демблін з напрямку асимптотичних широт у діапазоні від



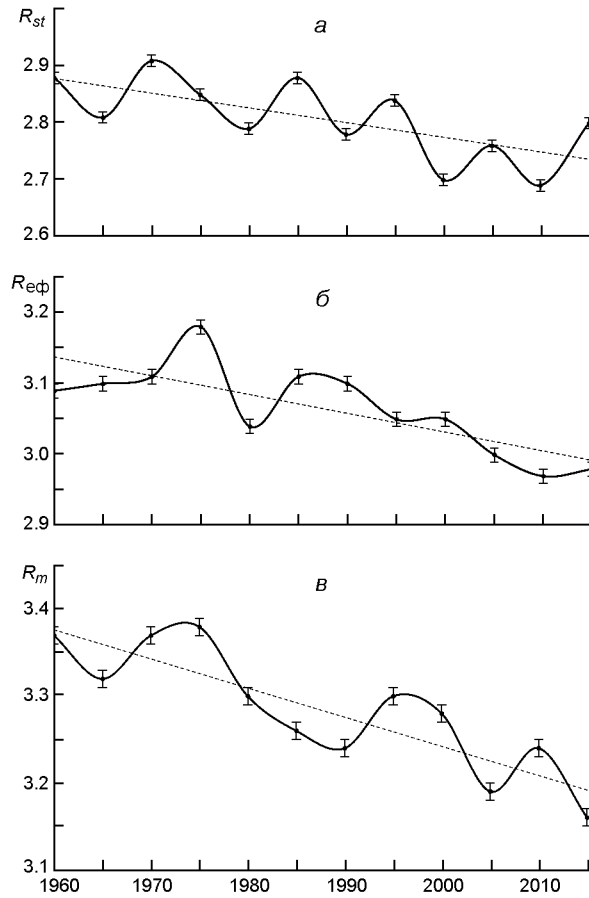


Рис. 2. Часові зміни жорсткостей обрізання  $R_{st}$  (а),  $R_{сф}$  (б) і  $R_m$  (в) у період 1960—2015 для вертикального компонента

Таблиця 2. Значення жорсткостей обрізання  $R_{st}$ ,  $R_{сф}$  і  $R_m$  вертикального компонента ГКП у рамках різних моделей IGRF. Нормовані сферичні гармонічні коефіцієнти Шмідта були прийняті на різні епохи з 1965 по 2015 рр.

Епоха IGRF	$R_{st}$ , ГВ	$R_{сф}$ , ГВ	$R_m$ , ГВ	Ширина зони північі, ГВ	Епоха IGRF	$R_{st}$ , ГВ	$R_{сф}$ , ГВ	$R_m$ , ГВ	Ширина зони північі, ГВ
1960	2.88	3.09	3.37	0.49	1990	2.78	3.10	3.24	0.46
1965	2.81	3.10	3.32	0.51	1995	2.84	3.05	3.30	0.46
1970	2.91	3.11	3.37	0.46	2000	2.70	3.05	3.28	0.58
1975	2.85	3.18	3.38	0.53	2005	2.76	3.00	3.19	0.43
1980	2.79	3.04	3.30	0.51	2010	2.69	2.97	3.24	0.55
1985	2.88	3.11	3.26	0.38	2015	2.80	2.98	3.16	0.36

Таблиця 3. Те ж для похилих компонентів у моделі IGRF на епоху 2015 р.

A	$R_{st}$ , ГВ	$R_{сф}$ , ГВ	$R_m$ , ГВ	Ширина зони північі, ГВ	A	$R_{st}$ , ГВ	$R_{сф}$ , ГВ	$R_m$ , ГВ	Ширина зони північі, ГВ
$Z = 16$					$Z = 32$				
72	2.94	3.23	3.46	0.52	72	3.06	3.33	3.60	0.54
162	2.86	3.14	3.38	0.52	162	2.89	3.17	3.46	0.57
252	2.65	2.91	3.06	0.41	252	2.62	2.82	2.97	0.35
342	2.72	3.05	3.29	0.57	342	2.69	3.04	3.37	0.68

**Таблиця 4.** Асимптотичний конус прийому (асимптотична широта  $\delta$  і асимптотична довгота  $\lambda$ ) і жорсткість магнітного обрізання частинок космічних променів, що приходять у аеропорт Демблін для вертикальної і похилих складових ( $Z = 16$  і  $A = 72, 162, 252, 342$ ) у рамках моделі IGRF. Нормовані сферичні гармонічні коефіцієнти Шмідта взято для епохи 1965 р.

R, ГВ	Вертикальна складова		Похилі складові ( $Z = 16$ )							
			$A = 72$		$A = 162$		$A = 252$		$A = 342$	
			$\delta$	$\lambda$	$\delta$	$\lambda$	$\delta$	$\lambda$	$\delta$	$\lambda$
2.64	r	r	r	r	r	r	f	f	r	r
2.65	r	r	r	r	r	r	-4.55	993.53	f	f
2.66	r	r	r	r	f	f	f	f	r	r
2.67	f	f	r	r	r	r	14.27	1171.89	r	r
2.68	r	r	f	f	f	f	f	f	f	f
2.69	r	r	f	f	r	r	r	r	f	f
2.70	r	r	r	r	f	f	f	f	f	f
2.71	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r
2.72	r	r	r	r	f	f	r	r	0.03	938.02
2.73	r	r	r	r	r	r	-18.20	1004.28	r	r
2.74	r	r	r	r	r	r	r	r	-11.28	1019.70
2.75	r	r	r	r	r	r	-9.64	988.23	r	r
2.76	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r
2.77	f	f	r	r	r	r	r	r	-7.28	1677.67
2.78	r	r	f	f	r	r	2.38	588.4	r	r
2.79	r	r	r	r	r	r	r	r	1.00	900.16
2.80	r	r	r	r	r	r	r	r	11.95	1949.40
2.81	f	f	r	r	f	f	r	r	r	r
2.82	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r
2.83	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r
2.84	-6.63	964.96	r	r	r	r	4.08	487.36	r	r
2.85	-1.4	951.38	f	f	r	r	r	r	r	r
2.86	-18.48	1412.7	f	f	-13.15	956.48	4.81	599.97	r	r
2.87	r	r	r	r	f	f	9.85	400.81	-1.89	541.18
2.88	r	r	r	r	8.45	1205.48	r	r	r	r
2.89	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r
2.90	r	r	r	r	2.38	885.19	r	r	r	r
2.91	r	r	f	f	r	r	-3.97	383.78	r	r
2.92	-13.24	672.39	r	r	r	r	f	f	r	r
2.93	-4.72	523.17	f	f	r	r	10.23	409.22	r	r
2.94	r	r	1.4	869.41	r	r	r	r	2.38	564.42
2.95	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r
2.96	-13.03	637.78	1.10	555.12	-6.60	652.41	6.32	465.4	r	r
2.97	0.41	536.51	r	r	r	r	-0.3	767.26	-8.44	583.63
2.98	r	r	r	r	2.60	578.83	-4.92	614.02	r	r
2.99	18.43	761.05	r	r	f	f	2.86	552.36	-9.37	574.15
3.00	r	r	r	r	r	r	11.45	408.95	-3.53	358.10
3.01	-8.85	950.10	-4.90	562.19	r	r	r	r	r	r
3.02	-6.07	521.49	r	r	3.43	573.73	r	r	6.96	429.11
3.03	-2.64	500.05	r	r	r	r	r	r	-16.27	649.08
3.04	-4.74	368.06	r	r	r	r	r	r	r	r
3.05	-14.36	607.06	2.27	552.16	6.30	421.27	r	r	-5.68	310.45
3.06	r	r	r	r	1.36	490.62	19.59	437.05	-1.68	332.33
3.07	15.46	834.57	-7.84	721.84	r	r	4.69	472.93	9.45	391.43
3.08	r	r	r	r	-7.35	1032.17	18.6	409.78	r	r
3.09	10.71	473	r	r	-11.49	1035.37	1.83	353.2	r	r
3.10	17.82	432.9	r	r	r	r	0.95	638.87	r	r
3.11	r	r	r	r	r	r	-9.87	315.52	8.55	460.56
3.12	r	r	r	r	-5.05	1299.83	8.05	387.44	4.15	539.61
3.13	-3.46	380.35	2.07	557.46	18.19	795.12	-1.29	531.38	r	r
3.14	r	r	-4.92	753.13	14.95	803.73	7.99	459.55	22.55	439.09
3.15	r	r	r	r	14.02	408.63	-22.82	330.2	5.74	571.64
3.16	r	r	-4.35	601.67	5.62	424.32	-22.85	293.19	r	r
3.17	r	r	-2.89	613.64	5.80	507.91	-15.21	275.07	r	r
3.18	r	r	-1.75	678.71	13.48	413.85	-8.37	263.75	r	r
3.19	r	r	r	r	r	r	-2.93	255.37	r	r
3.20	r	r	r	r	r	r	1.32	248.56	r	r
3.21	11.45	456.77	-5.66	323.56	r	r	4.62	242.77	r	r
3.22	4.51	405.88	-5.33	680.63	r	r	7.21	237.64	6.32	490.84
3.23	-0.03	412.15	-17.05	705.45	r	r	9.25	233.01	r	r
3.24	17.73	454.88	1.2	904.36	r	r	10.82	228.83	6.35	354.77
3.25	r	r	4.51	373.35	r	r	12.06	224.96	15.09	553.38
3.26	-6.04	318.00	11.96	451.69	r	r	13.01	221.4	-12.49	310.65
3.27	-1.70	380.20	r	r	r	r	13.73	218.11	0.31	392.29

R, ГВ	Вертикальна складова		Похилі складові (Z = 16 )							
			A = 72		A = 162		A = 252		A = 342	
3.28	-3.43	419.81	15.01	821.64	-2.74	375.85	14.27	215.03	r	r
3.29	11.63	422.58	-3.7	370.57	1.91	392.95	14.67	212.16	9.81	380.46
3.30	-20.35	337.51	r	r	-0.85	331.53	14.93	209.49	-25.95	306.75
3.31	-24.15	298.36	r	r	-4.67	407.76	15.11	206.97	-16.98	280.40
3.32	-17.20	279.07	r	r	-6.32	937.31	15.2	204.61	-8.06	266.32
3.33	-10.41	267.25	r	r	-6.74	313.06	15.23	202.38	-1.32	256.51
3.34	-4.85	258.68	r	r	10.38	395.09	15.21	200.26	3.64	248.65
3.35	-0.43	251.81	r	r	r	r	15.14	198.28	7.24	241.95
3.36	3.08	245.99	r	r	r	r	15.05	196.38	9.85	236.01
3.37	5.85	240.87	r	r	r	r	14.91	194.61	11.71	230.69
3.38	8.06	236.27	r	r	-22.01	332.10	14.76	192.91	12.99	225.85
3.39	9.81	232.07	r	r	-25.24	298.94	14.58	191.29	13.84	221.44
3.40	11.19	228.22	5.85	401.9	-19.57	280.91	14.4	189.75	14.36	217.38
3.41	12.28	224.66	6.92	463.9	-13.39	269.53	14.2	188.27	14.63	213.65
3.42	13.12	221.37	3.38	842.54	-7.98	261.27	13.99	186.86	14.71	210.19
3.43	13.78	218.26	-8.46	315.09	-3.46	254.71	13.77	185.54	14.64	206.97
3.44	14.27	215.38	-14.53	736.28	0.28	249.17	13.55	184.24	14.46	204.00
3.45	14.64	212.67	r	r	3.37	244.30	13.32	183	14.19	201.25
3.46	14.89	210.13	-8.16	597.77	5.92	239.93	13.09	181.82	13.87	198.65

-18.48 пд. ш. до 17.73 пн. ш. і асимптотичних довгот у діапазоні від 318 до 964.96°, тобто частинка повинна облетіти Землю від одного до трьох разів, щоб досягти точки спостереження. Частинки з високою магнітною жорсткістю слабо відхиляються в геомагнітному полі, і асимптотична широта і довгота мало відрізняються від географічної широти і довготи. Знання асимптотичних напрямків і жорсткості магнітного обрізання важливі для досліджень різних класів варіації інтенсивності і анізотропії космічних променів.

#### ФІНАНСУВАННЯ РОБОТИ

Ці дослідження проводились в рамках проекту “Analysis of nanoscopic systems coupled with superconductors in the context of quantum information processing” № GB/5/2018/209/2018/DA, що фінансуються у період 2018—2021 рр. Міністерством національної оборони Республіки Польща.

#### ПОДЯКИ

Ми дуже вдячні М. А. Шей, Ф. Д. Смарт, К. Р. Мак-Кракен за Фортран-код, який використовується в даній роботі. Ми використовували дані та інформацію з сайтів:

<http://www.nmdb.eu>, <http://omniweb.gsfc.nasa.gov/index.html>,  
<http://spidr.ngdc.noaa.gov/spidr/>, <https://www.ngdc.noaa.gov/IAGA/vmod/igrf12coeffs.txt>,  
<http://ccmc.gsfc.nasa.gov/modelweb/sun/cutoff.html>

#### REFERENCES

1. Shea M. A., Smart D. F., McCracken K. G. (1965) A study of vertical cut-off rigidities using sixth, degree simulations of the geomagnetic field. *J. Geophys. Res.* 70. 4117—4130.
2. Rao U. R., McCracken K. G., Venkatesan D. (1963) Asymptotic cones of acceptance and their use in the daily variation of cosmic radiation. *J. Geophys. Res.* 68. 345.
3. Tsyganenko N. A., Andreeva V. A. (2015) A forecasting model of the magnetosphere driven by an optimal solar wind coupling function. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 120. 8401—8425.
4. Vargas B., Valdés-Galicia J. F. (2011) Calculation of the magnetic rigidity cutoff and the asymptotic cone of acceptance for the site of the Pierre Auger Observatory in Malargüe, Argentina, in *Proc. 32nd Int. Cosmic Ray Conf.*, Beijing, China, Aug. 11—18, 2011 (Inst. of High Energy Physics, Beijing).
5. Shea M. A., Smart D. F., McCracken K. G., Rao U. R. (1967) *Supplement to IQSY instruction manual No. 10 cosmic ray tables, asymptotic directions, variational coefficients and cutoff rigidities* (Office of Aerospace Research of U. S. Air Force).

6. Shea M. A., Smart D. F., Mc Cracken K. G. (1965) Study of vertically incident cosmic ray trajectories using sixth-degree simulation of the geomagnetic field, *Environmental Research Papers*. 141 (Office of Aerospace Research of U. S. Air Force, September 1965).
7. Dorman L. I., Smirnov V. S., Tyasto M. I. (1973) *Cosmic Rays in the Earth's Magnetic Field*. М.: Nauka. 1971.
8. Janowski B. M. (1958) *Magnetyzm Ziemi* (PWN, Warsaw).
9. URL: <https://www.ngdc.noaa.gov/AGA/vmod/igrf12coeffs.txt>.
10. URL: <http://ccmc.gsfc.nasa.gov/modelweb/sun/cutoff.html>.

W. Wozniak<sup>1</sup>, K. Iskra<sup>2</sup>, M. Siluszyk<sup>3</sup>, R. Modzelewska<sup>3</sup>, P. Wolinski<sup>4</sup>, T. Seredyn<sup>2</sup>, T. Zienkiewicz<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Polish Gas Company, Warsaw, Poland

<sup>2</sup>Polish Air Force University, Deblin, Poland

<sup>3</sup>Siedlce University of Natural Sciences and Humanities, Siedlce, Poland

<sup>4</sup>Collegium Mazovia Innovative University, Siedlce, Poland

#### THE CONE OF ACCEPTANCE AND MAGNETIC RIGIDITY CUTOFF OF GALACTIC COSMIC RAY PARTICLES FOR DIFFERENT MODELS OF THE INTERNATIONAL GEOMAGNETIC REFERENCE FIELD FROM 1965-2015 IN THE DEBLIN AIRPORT, POLAND

We present the results of computations of the trajectories (the asymptotic latitude and asymptotic longitude) and the magnetic cutoff rigidity of galactic cosmic ray (GCR) particles for the airport Deblin, Poland (geographical latitude 51°33'32" N, geographical longitude 21°50'53" E) based on the numerical integration of equations of motion of charged particles of cosmic rays in the Earth's magnetic field. The set of allowed trajectories at a given site on the surface of the Earth is called the asymptotic cone of acceptance. The initial distance from the center of the Earth was taken to be 20 km above the Earth's surface. At about this altitude, most cosmic rays undergo nuclear collisions. Calculations were made for different models of the International Geomagnetic Reference Field (IGRF) from 1965-2015. The IGRF is an internationally agreed and widely used mathematical model of the Earth's magnetic field of internal origin. Each constituent model of the IGRF is a set of spherical harmonics of degree  $n$  and order  $m$ , representing a solution to Laplace's equation for the magnetic potential arising from sources inside the Earth at a given epoch. In all asymptotic direction calculations, we used sixth-degree expansion of geomagnetic field model. Schmidt normalized spherical harmonic coefficients were taken for the epochs from 1965 to 2015. Knowledge of asymptotic directions and the magnetic rigidity cutoff is important from the point of view of study different classes of cosmic rays variations intensity and anisotropy.

**Keywords:** cosmic ray, IGRF, cone of acceptance, magnetic rigidity cutoff.

В. Возняк<sup>1</sup>, К. Искра<sup>2</sup>, М. Силушик<sup>3</sup>, Г. Модзелевская<sup>3</sup>, П. Волинский<sup>4</sup>, Т. Середин<sup>2</sup>, Т. Зенкевич<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Польская газовая компания, Варшава, Польша

<sup>2</sup>Польский университет Воздушных Сил, Демблин, Польша

<sup>3</sup>Университет естественных и гуманитарных наук в Седльце, Польша

<sup>4</sup>Коллегиум Мазовецкого инновационного университета, Седльце, Польша

#### КОНУС ПРИЕМА И ЖЕСТКОСТЬ ГЕОМАГНИТНОГО ОБРЕЗАНИЯ ЧАСТИЦ ГАЛАКТИЧЕСКИХ КОСМИЧЕСКИХ ЛУЧЕЙ В РАМКАХ РАЗЛИЧНЫХ МОДЕЛЕЙ МЕЖДУНАРОДНОГО ГЕОМАГНИТНОГО АНАЛИТИЧЕСКОГО ПОЛЯ НА ЭПОХИ 1965—2015 НАД АЭРОПОРТОМ ДЕМБЛИН, ПОЛЬША

Представлены результаты расчетов траекторий (асимптотической широты и асимптотической долготы) и жесткости геомагнитного обрезания частиц галактических космических лучей (ГКЛ) в аэропорту Демблин, Польша (географические координаты 51°33'32" с. ш., 21°50'53" в. д.), выполненные на основе численного интегрирования уравнений движения заряженных частиц космических лучей в земном магнитном поле. Набор разрешенных траекторий в данной точке на поверхности Земли называется асимптотическим конусом приема. В качестве начального расстояния от центра Земли был принят уровень 20 км над поверхностью Земли. Примерно на этой высоте большинство космических лучей испытывают ядерные столкновения. Расчеты были сделаны для различных моделей Международного геомагнитного аналитического поля (IGRF) на эпохи 1965—2015 гг. Модель IGRF — это согласованная на международном уровне и широко используемая математическая модель магнитного поля Земли, которое имеет внутреннее происхождение. Каждая составляющая модели IGRF — это ряд сферических гармоник степени  $n$  и порядка  $m$ , которые являются решением уравнения Лапласа для магнитного потенциала, порожденного источниками внутри Земли в данную эпоху. Во всех расчетах асимптотических направлений использовалась шестая степень разложения модели геомагнитного поля. Нормированные сферические гармонические коэффициенты Шмидта были взяты для эпох с 1965 по 2015 год. Знание асимптотических направлений и жесткости геомагнитного обрезания имеет важное значение с точки зрения исследований различных классов вариаций интенсивности и анизотропии космических лучей.

**Ключевые слова:** космические лучи, IGRF, конус приема, жесткость геомагнитного обрезания.

Стаття надійшла до редакції 29.08.2019

Після доопрацювання 29.08.2019

Прийнята до друку 30.08.2019