

УДК 523. 9-72

Ю. И. Федоров

Главная астрономическая обсерватория Национальной академии наук Украины
03143, Киев, ул. Заболотного 27, Киев, Украина
fedorov@mao.kiev.ua

Функция распределения космических лучей при анизотропном рассеянии частиц на флуктуациях магнитного поля

Ускорение заряженных частиц высоких энергий и их распространение в магнитных полях солнечного ветра и Галактики — одна из актуальных проблем астрофизики. Космические лучи влияют на связь, на работу электроники космических кораблей, возмущают магнитосферу и ионосферу Земли. Основным механизмом, который контролирует распространение космических лучей в межпланетной среде, является рассеяние частиц на неоднородностях магнитного поля. Если рассеяние частиц высокой энергии в межпланетной среде относительно неэффективно, так что транспортный пробег сравним с гелиоцентрическим расстоянием, то для описания распространения космических лучей необходимо использовать кинетическое уравнение. На основе кинетического уравнения Фоккера — Планка рассмотрено распространение заряженных частиц высокой энергии в магнитном поле, представляющем собой суперпозицию однородного среднего магнитного поля и магнитных неоднородностей различных масштабов. Кинетическое уравнение Фоккера — Планка соответствует многократному рассеянию частиц на малые углы, а интеграл столкновений этого уравнения описывает диффузию частиц в импульсном пространстве. На основе кинетического уравнения получена система дифференциальных уравнений для сферических гармоник функции распределения космических лучей. Получены уравнения переноса космических лучей и приведены решения этих уравнений. Исследована эволюция функции распределения космических лучей при анизотропном рассеянии частиц на флуктуациях межпланетного магнитного поля. Показано, что функция углового распределения частиц существенным образом зависит от степени анизотропии их рассеяния. Проанализирована зависимость функции распределения кос-

мических лучей от времени и получена оценка параметра, определяющего анизотропию процесса рассеяния частиц.

Ключевые слова: космические лучи, кинетическое уравнение, диффузия, телеграфное уравнение.

ВВЕДЕНИЕ

Ускорение и распространение заряженных частиц высоких энергий в Солнечной системе — одна из актуальных проблем гелиосферной физики. Космические лучи (КЛ) содержат важную информацию о свойствах плазмы солнечного ветра и электромагнитных условиях вблизи Солнца и межпланетной среде. Они представляют опасность для электроники и экипажей космических кораблей, а также, при вторжении в полярные области атмосферы Земли, — для авиалайнеров. Космические лучи являются фактором космической погоды, которая влияет на космическую связь, на работу оборудования спутников, возмущает магнитосферу и ионосферу Земли [25, 28, 31].

Основной механизм, который контролирует распространение солнечных космических лучей (СКЛ) в межпланетной среде, — рассеяние на неоднородностях магнитного поля. Если рассеяние КЛ в межпланетной среде достаточно эффективно, так что транспортный пробег частиц мал по сравнению с гелиоцентрическим расстоянием, то для описания распространения КЛ можно использовать уравнение диффузии. Диффузионное приближение справедливо, когда пространственные и временные масштабы изменения функции распределения КЛ значительно превышают транспортный пробег частицы и характерное время рассеяния соответственно [4, 12, 20, 22]]. В противоположном случае слабого рассеяния КЛ для описания распространения заряженных частиц высокой энергии необходимо использовать кинетическое уравнение [1, 4, 11, 15, 16, 22, 24]. В работах [15, 16, 22, 24] распространение СКЛ рассматривалось на основе кинетического уравнения Больцмана, соответствующего рассеянию частиц на произвольные углы. Кинетическое уравнение Фоккера — Планка соответствует многократному рассеянию частиц на малые углы, а интеграл столкновений этого уравнения описывает диффузию частиц в импульсном пространстве. Исследование распространения СКЛ в межпланетном пространстве на основе уравнения Фоккера — Планка выполнено в работах [1, 3, 5, 11, 23, 30].

Если частицы успевают испытать несколько столкновений с неоднородностями магнитного поля, а их функция распределения становится близкой к изотропной, то для описания распространения КЛ применяется телеграфное уравнение [6, 7, 12, 18]. Полученное в этих работах телеграфное уравнение характеризуется скоростью распространения возмущений, равной $v/\sqrt{3}$, где v — скорость частицы. В работе [19] было получено модифицированное телеграфное уравне-

ние, которое корректно учитывает разложение функции распределения КЛ по малым параметрам. Оказывается, что модифицированному телеграфному уравнению соответствует иная скорость «сигнала», которая зависит от характера рассеяния частиц [17, 19, 29]. В последнее время описание распространения СКЛ осуществляется как на основе телеграфного уравнения, так и на основе уравнения гипердиффузии [14, 26, 27]. Уравнение гипердиффузии, в отличие от уравнения диффузии, характеризуется наличием высших производных концентрации частиц по пространственной переменной. Например, наличием в уравнении переноса КЛ четвертой производной по координате [14, 26, 27].

Функция распределения СКЛ содержит информацию о рассеивательных свойствах межпланетной среды [8—10, 33]. Известно, что угловое распределение заряженных частиц высокой энергии непосредственно связано с характеристиками процесса рассеяния КЛ в межпланетной среде [8, 10, 33]. Полученные в этих работах аналитические выражения для анизотропной составляющей функции распределения СКЛ применялись при анализе ряда протонных событий. В частности, были проанализированы угловые распределения СКЛ, полученные на гелиоцентрическом расстоянии 0.5 а. е. космическими аппаратами «Гелиос-1» и «Гелиос-2» и определены параметры рассеяния солнечных частиц высокой энергии [8, 33].

В настоящей работе рассмотрено распространение заряженных частиц высокой энергии в магнитном поле, которое представляет собой суперпозицию среднего однородного поля и магнитных неоднородностей различных масштабов. На основе кинетического уравнения Фоккера — Планка получены уравнения переноса КЛ (уравнение диффузии, гипердиффузии, модифицированное телеграфное уравнение) и приведены решения этих уравнений. Проанализирована эволюция функции распределения СКЛ при изотропном и анизотропном рассеянии частиц на флуктуациях межпланетного магнитного поля.

КИНЕТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ

Будем исходить из кинетического уравнения, описывающего распространение КЛ в межпланетных магнитных полях [1, 4, 11, 13]:

$$\frac{f}{t} + v \frac{f}{z} - \tilde{D} \frac{f}{z^2} = \frac{1}{2} (z) (t), \quad (1)$$

где $f(z, t)$ — функция распределения КЛ, v — скорость частицы, z — координата вдоль однородного регулярного магнитного поля, $\tilde{D} = \cos^2(\theta)$ (— питч-угол). Предполагаем, что функция распределения КЛ зависит от единственной пространственной координаты z . В правую часть кинетического уравнения входит мгновенный, точечный источник частиц, расположенный в начале координат. Последнее слагаемое

в левой части кинетического уравнения (1) описывает процесс рассеяния частиц на неоднородностях магнитного поля. Диффузия частиц по питч-углам характеризуется коэффициентом диффузии

$$\tilde{D} = \frac{1}{2} \tilde{D}_0 (1 - \mu^2). \quad (2)$$

При изотропном рассеянии частиц величина \tilde{D}_0 не зависит от μ и может быть представлена в виде

$$\tilde{D}_0 = \frac{v}{\lambda}, \quad (3)$$

где λ — транспортный пробег КЛ. Отметим, что транспортный пробег связан с коэффициентом диффузии \tilde{D} соотношением [20, 21, 22]

$$\frac{3v}{8} \lambda^2 = \frac{(1 - \mu^2)^2}{\tilde{D}}. \quad (4)$$

Перейдем к безразмерным переменным

$$y = \frac{z}{\lambda}, \quad \tau = \frac{vt}{\lambda}, \quad (5)$$

где расстояние y измеряется в длинах пробега КЛ λ , а время τ — в характерных временах рассеяния λ/v . Тогда кинетическое уравнение (1) приобретет следующий вид:

$$\frac{df}{d\tau} = \frac{f}{y} - D \frac{df}{dy} - \frac{1}{2} (y) (f), \quad (6)$$

где безразмерный коэффициент диффузии D определяется соотношением

$$D = \frac{\tilde{D}}{v}. \quad (7)$$

СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ГАРМОНИК ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КОСМИЧЕСКИХ ЛУЧЕЙ

Рассмотрим изотропное рассеяние частиц на магнитных неоднородностях. В этом случае коэффициент диффузии КЛ D имеет вид

$$D = \frac{1}{2} (1 - \mu^2). \quad (8)$$

Функцию распределения КЛ можно представить в виде разложения по полиномам Лежандра, которые зависят от величины μ . Если время, прошедшее после инъекции частиц, значительно превышает обратную частоту столкновений ($t \gg \lambda/v$), то функция распределения частиц становится близкой к изотропной, и основной вклад в разложение функции распределения будут давать гармоники низших порядков.

Исходя из кинетического уравнения, можно получить бесконечную систему дифференциальных уравнений для гармоник функции распределения КЛ [13, 17, 32]. Представим функцию распределения КЛ $f(y, \mu, \lambda)$ в следующем виде:

$$f(y, \mu, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{2} f_n(y, \mu) P_n(\mu), \quad (9)$$

где

$$f_n(y, \mu) = \frac{d}{d\mu} P_n(\mu) f(y, \mu), \quad (10)$$

а $P_n(\mu)$ — полином Лежандра. Последовательно умножая кинетическое уравнение (6), (8) на $1, P_1(\mu)$ и $P_2(\mu)$, и интегрируя полученные соотношения по μ , получим следующую систему уравнений:

$$\frac{f_0}{y} - \frac{f_1}{y} = 0, \quad (11)$$

$$\frac{f_1}{y} - f_1 = \frac{1}{3} \frac{f_0}{y} - \frac{2}{3} \frac{f_2}{y} = 0, \quad (12)$$

$$\frac{f_2}{y} - 3f_2 = \frac{2}{5} \frac{f_1}{y} - \frac{3}{5} \frac{f_3}{y} = 0, \quad (13)$$

где

$$f_n(y, \mu) = \frac{d^n f(y, \mu)}{d\mu^n}. \quad (14)$$

Предположим, что функция распределения КЛ изменяется достаточно медленно, так что $\frac{f_1}{y} \ll f_1$, и пренебрежем второй гармоникой f_2 по сравнению с величиной f_0 . При сделанных приближениях уравнение (12) принимает вид

$$f_1 = \frac{1}{3} \frac{f_0}{y}. \quad (15)$$

Подставив соотношение (15) в уравнение (11), получим уравнение диффузии для величины f_0 :

$$\frac{f_0}{y} - \frac{1}{3} \frac{d^2 f_0}{dy^2} = 0. \quad (16)$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$f_0(y, \mu) = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{1}{\sqrt{y}} \exp\left(-\frac{3y^2}{4}\right). \quad (17)$$

Пренебрежем в уравнении (13) третьей гармоникой по сравнению с первой и величиной $\frac{f_2}{y}$ по сравнению с f_2 . Получим

$$3f_2 - \frac{2}{5} \frac{f_1}{y} = 0. \quad (18)$$

Из системы уравнений (11), (12), (18) можно получить следующее уравнение переноса КЛ [17]:

$$\frac{f_0}{(y, \tau)} = \frac{1}{3} \frac{\partial^2 f_0}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 f_0}{\partial \tau^2} - \frac{4}{45} \frac{\partial^3 f_0}{\partial y^2 \partial \tau}.$$

Отметим, что данное уравнение содержит вторую производную величины f_0 по времени, а также смешанную производную по y и τ . Решение уравнения (19) можно получить, применив преобразование Фурье по координате и преобразование Лапласа по времени. Решение уравнения переноса (19) имеет следующий вид [17]:

$$f_0(y, \tau) = \int_0^\infty \frac{\exp(-k^2 \tau / 2)}{k} dk \cos ky \exp \left[-\frac{2}{45} k^2 \operatorname{ch} \frac{2}{45} \sqrt{k^2 - 45/4} \tau \operatorname{sh} \frac{2}{15} \sqrt{k^2 - 45/4} \tau \right], \quad (20)$$

где

$$(k) = k^4 - \frac{585}{4} k^2 + \frac{2025}{16}, \quad (21)$$

а $\operatorname{ch} x$ и $\operatorname{sh} x$ — гиперболический косинус и синус соответственно.

При выполнении условия $\tau \gg 1$ из формулы (20) следует приближенное выражение для величины f_0 :

$$f_0(y, \tau) = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\exp(-3y^2/4)}{\sqrt{\tau}} \left(1 - \frac{1}{20} \frac{9y^2}{10\tau} \right). \quad (22)$$

При больших значениях безразмерного времени τ выражение для f_0 (22) совпадает с решением уравнения диффузии (17).

Исходя из уравнения диффузии КЛ (16), можно выразить два последних слагаемых уравнения (19), используя четвертую производную функции f_0 по пространственной координате y . В результате получим уравнение гипердиффузии КЛ [26, 27]:

$$\frac{f_0}{(y, \tau)} = \frac{1}{3} \frac{\partial^2 f_0}{\partial y^2} - \frac{11}{135} \frac{\partial^4 f_0}{\partial y^4} - \frac{\partial^2 f_0}{\partial \tau^2} - \frac{1}{3} \frac{\partial^2 (y, \tau)}{\partial y^2 \partial \tau}. \quad (23)$$

Решение уравнения гипердиффузии имеет вид

$$f_0(y, \tau) = \int_0^\infty \frac{1}{k} dk \left(1 - \frac{k^2}{3} \right) \cos ky \exp \left[-\frac{k^2}{3} \tau - \frac{11}{135} k^4 \tau \right], \quad (24)$$

Отметим, что при условии $\tau \gg 1$ из формулы (24) следует соотношение (22).

ТЕЛЕГРАФНОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ КОНЦЕНТРАЦИИ КОСМИЧЕСКИХ ЛУЧЕЙ

В работах [6, 7, 12, 18] показано, что для описания распространения КЛ в межпланетной среде можно использовать телеграфное уравнение. При таком подходе учитывается как диффузионный характер переноса КЛ, так и характерные черты волнового распространения частиц. В отличие от уравнения диффузии, которому соответствует бесконечная скорость распространения возмущений, телеграфное уравнение характеризуется конечной скоростью распространения «сигнала», которая пропорциональна скорости частицы. Полученное в работах [6, 7, 12, 18] телеграфное уравнение для концентрации КЛ соответствует скорости распространения возмущений, равной $v/\sqrt{3}$ (где v — скорость частицы). Если в начальный момент времени частицы были инжектированы в точке $z = 0$, то согласно решению телеграфного уравнения в момент времени t частицы будут распределены в пространственной области $-vt/\sqrt{3} < z < vt/\sqrt{3}$. Вне этой области концентрация КЛ будет равна нулю. Наличие скорости распространения «сигнала», которая отличается от скорости частицы, является следствием приближений, сделанных при выводе телеграфного уравнения.

В работе [19] получено модифицированное телеграфное уравнение, которое корректно учитывает разложение функции распределения КЛ по малым параметрам. Функция распределения частиц предполагалась близкой к изотропной и медленно изменяющейся во времени и пространстве, так что характерные масштабы ее изменения оказываются большими по сравнению с характерным временем рассеяния и транспортным пробегом частиц. В этом случае величины $\frac{1}{f_0} \frac{df_0}{dy}$ и $\frac{1}{f_0} \frac{df_0}{dz}$ являются малыми параметрами [19, 29]. Таким образом, модифицированное телеграфное уравнение корректно описывает распространение КЛ для интервалов времени, значительно превышающих характерное время рассеяния [19, 29].

Оказывается, что различные модели рассеяния КЛ приводят к разным значениям коэффициентов модифицированного телеграфного уравнения [17, 19, 29]. Следовательно, и скорость распространения «сигнала» зависит от модели рассеяния частиц. Например, в случае рассеяния частиц на произвольные углы, которое описывается интегралом столкновений Больцмана, модифицированное телеграфное уравнение характеризуется скоростью распространения возмущений $v\sqrt{5}/3$, которая превосходит скорость частицы [17, 19, 29]. При многократном изотропном рассеянии частиц на малые углы (кинетическое уравнение Фоккера — Планка) для модифицированного телеграфного уравнения характерна скорость «сигнала» $v\sqrt{5}/11$, которая оказывается меньше скорости частицы [17, 19, 29]. Отметим, что при условии $\gg 1$ решение телеграфного уравнения совпадает с решением уравнения диффузии КЛ [6, 7, 12, 18, 19].

Смешанную производную в уравнении переноса (19) можно заменить второй производной величины f_0 по времени, используя уравнение диффузии (16). Получаем следующее модифицированное телеграфное уравнение:

$$\frac{f_0}{3} - \frac{1}{y^2} \frac{d^2 f_0}{dt^2} = \frac{11}{15} \frac{d^2 f_0}{dy^2} \quad (y, t) = \frac{11}{15} \frac{d^2 f_0}{dy^2} - \frac{4}{45} \frac{d^2 f_0}{dy^2} \quad (y, t). \quad (25)$$

Данное телеграфное уравнение характеризуется скоростью распространения возмущений $v\sqrt{5/11}$ [17, 19, 29]. Решение уравнения (25) имеет вид [17]

$$f_0(y, t) = \frac{2}{5} \sqrt{\frac{5}{11}} \exp\left[-\frac{15}{22} \sqrt{\frac{11}{5}} |y| \sqrt{\frac{11}{5}}\right] \left[\frac{15}{22} - \frac{11}{15} \frac{d^2 f_0}{dy^2} - \frac{4}{11} \frac{d^2 f_0}{dy^2} - \frac{135}{88} \right] \quad (26)$$

где

$$\sqrt{\frac{11}{5}} |y| \sqrt{\frac{11}{5}} = \frac{11}{5} y^2, \quad (27)$$

(x) — единичная функция Хевисайда, а $I_0(x)$ — модифицированная функция Бесселя. Отметим, что согласно формуле (26) в момент времени $t = y\sqrt{5/11}$ частицы распределены в области пространства $0 < y < y\sqrt{5/11}$, а вне этой области их концентрация равна нулю.

Выполнив дифференцирование в соотношении (26), получим выражение для величины f_0 в виде суммы регулярной части f_0 и сингулярной части f_0^s :

$$f_0(y, t) = f_0^r(y, t) + f_0^s(y, t). \quad (28)$$

Величина f_0^r определена соотношением

$$f_0^r(y, t) = \frac{3}{4} \sqrt{\frac{5}{11}} \exp\left[-\frac{15}{22} \sqrt{\frac{11}{5}} |y| \sqrt{\frac{11}{5}}\right] \left[\frac{13}{11} I_0\left(\frac{15}{22} \sqrt{\frac{11}{5}} |y| \sqrt{\frac{11}{5}}\right) - \frac{4}{15} \left(1 - \frac{t^2}{y^2}\right) I_1\left(\frac{15}{22} \sqrt{\frac{11}{5}} |y| \sqrt{\frac{11}{5}}\right) - \frac{t^2}{11 y^2} I_0\left(\frac{15}{22} \sqrt{\frac{11}{5}} |y| \sqrt{\frac{11}{5}}\right) - I_2\left(\frac{15}{22} \sqrt{\frac{11}{5}} |y| \sqrt{\frac{11}{5}}\right) \right]. \quad (29)$$

Сингулярная часть нулевой гармоники функции распределения частиц, которая определяется дельта-функцией и ее производной, отлична от нуля только в точках $y = \pm y\sqrt{5/11}$:

$$f_0^s(y, t) = \frac{2}{\sqrt{55}} \exp\left[-\frac{15}{22} \sqrt{\frac{11}{5}} |y| \sqrt{\frac{11}{5}}\right] \left[\frac{11}{4} \frac{15}{88} \delta\left(y - y\sqrt{\frac{11}{5}}\right) + \frac{11}{15} \delta\left(y - y\sqrt{\frac{11}{5}}\right) + \frac{11}{15} \delta\left(y + y\sqrt{\frac{11}{5}}\right) \right]. \quad (30)$$

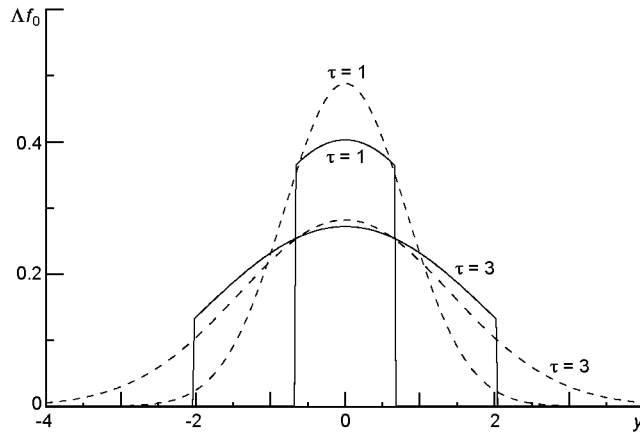


Рис. 1. Пространственное распределение концентрации частиц в разные моменты времени. Штриховые кривые — решение диффузионного приближения (17), сплошные — решение телеграфного уравнения (29)

Если время, прошедшее после инжекции частиц, значительно превышает обратную частоту столкновений ($\tau \gg 1$), из формулы (29) следует соотношение (22). Таким образом, при выполнении условия $\tau \gg 1$ из формулы (20), описывающей решение уравнения переноса КЛ (19), из решения уравнения гипердиффузии (23) и модифицированного телеграфного уравнения (25) следует одно и то же выражение для величины f_0 (22). Отметим, что соотношение (22) отличается от решения диффузионного уравнения (17) наличием множителя в скобках, который стремится к единице при увеличении безразмерного времени τ .

На рис. 1 представлено пространственное распределение частиц в различные моменты времени. По оси абсцисс приведена безразмерная координата y , а по оси ординат — безразмерная величина f_0 , пропорциональная концентрации частиц. Значения безразмерного времени представлены у соответствующих кривых. Штриховые кривые иллюстрируют решение диффузионного уравнения (17), а сплошные — решения телеграфного уравнения (29). Согласно уравнению диффузии в любой момент времени частицы занимают неограниченную область пространства. Сплошная кривая на рис. 1 показывает, что в момент времени $\tau = 1$ частицы занимают область пространства $|y| \leq \sqrt{5/11}$. Со временем граница области, занятой частицами, расширяется с характерной скоростью $v\sqrt{5/11}$ (рис. 1).

На рис. 2 представлена зависимость от времени величины f_0 в различных точках пространства. Значения безразмерной координаты приведены у соответствующих кривых. Штриховые кривые иллюстрируют решение уравнения диффузии (17), а сплошные — решения телеграфного уравнения (29). При диффузионном распространении частицы появляются в данной точке пространства в момент инжекции частиц в точке $y = 0$, в соответствии с бесконечной скоростью распро-

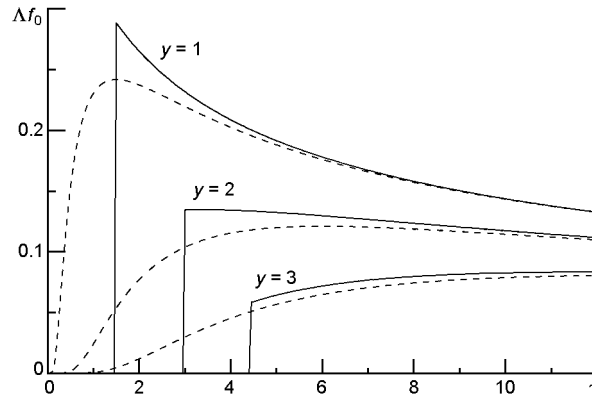


Рис. 2. Зависимость концентрации частиц от времени для разных значений безразмерной координаты y . Штриховые кривые — решение уравнения диффузии (17), сплошные — решение телеграфного уравнения (29)

странения возмущений, характерной для уравнения диффузии. В приближении телеграфного уравнения первые частицы появляются в точке y в момент времени $y\sqrt{11/5}$ (рис. 2). При больших значениях решение телеграфного уравнения мало отличается от решения уравнения диффузии, так что сплошные кривые при увеличении времени приближаются к пунктирным кривым (рис. 2).

УГЛОВОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ КОСМИЧЕСКИХ ЛУЧЕЙ ПРИ ИЗОТРОПНОМ РАССЕЯНИИ ЧАСТИЦ НА МАГНИТНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЯХ

Рассмотрим интервал времени после инъекции частиц, который значительно превышает характерное время их рассеяния. В этом случае функция распределения КЛ близка к изотропной и может быть представлена в виде [8, 20, 21, 33]

$$f(y, \theta) = \frac{1}{2} f_0(y, \theta) + f(y, \theta). \quad (31)$$

Первое слагаемое формулы (31) не зависит отpitch-угла частицы, а величина f представляет собой малую анизотропную составляющую функции распределения КЛ. Если выполняется условие

$$\frac{d}{d\theta} f(y, \theta) = 0, \quad (32)$$

то среднее значение функции распределения КЛ равно

$$\langle f \rangle = \frac{1}{2} \frac{d f}{d \theta} = \frac{1}{2} f_0. \quad (33)$$

Перепишем кинетическое уравнение (6) в следующем виде:

$$\frac{1}{2} \frac{f_0}{y} - \frac{f}{2} \frac{f_0}{y} - \frac{f}{y} \frac{1}{2} (1 - \mu^2) - \frac{f}{2} \frac{1}{y} (y) (). \quad (34)$$

Отметим, что при изотропном рассеянии частиц коэффициент диффузии КЛ по питч-углам D определен формулой (8).

Усреднив уравнение (34) по μ , получим соотношение

$$\frac{f_0}{y} - \frac{1}{y} d \frac{f}{y} \frac{1}{2} (y) (). \quad (35)$$

Вычтем уравнение (35) из кинетического уравнения (34) и получим следующее уравнение:

$$\frac{f}{2} \frac{f_0}{y} - \frac{f}{y} \frac{1}{2} \frac{1}{y} d \frac{f}{y} \frac{1}{2} (1 - \mu^2) - \frac{f}{2} = 0. \quad (36)$$

Если время, прошедшее после инъекции частиц, значительно превышает обратную частоту столкновений, то анизотропная составляющая функции распределения КЛ оказывается малой по сравнению с f_0 , а концентрация частиц медленно изменяется со временем и в пространстве [8, 21, 33]. Если в уравнении (36) пренебречь первым, третьим и четвертым членами, получим уравнение для определения анизотропной составляющей функции распределения КЛ:

$$-(1 - \mu^2) \frac{f^{(1)}}{y} = \frac{f_0}{y}. \quad (37)$$

В первом приближении выражение для анизотропной части функции распределения будет иметь вид

$$f^{(1)}(\mu) = \frac{f_0}{2} \frac{f_0}{y}. \quad (38)$$

Оказывается, что при изотропном рассеянии частиц величина $f^{(1)}$ пропорциональна градиенту концентрации КЛ и косинусу питч-угла частицы [8, 21, 33].

Подставив формулу (38) в уравнение (36), получим приближение для анизотропной составляющей функции распределения КЛ:

$$f(\mu) = \frac{f_0}{2} \frac{f_0}{y} \frac{1}{6} \mu^2 - \frac{1}{3} \frac{f_0^2}{y^2} - \frac{f_0^2}{2} \frac{f_0}{y} \frac{1}{36} (\mu^3 - \mu) - \frac{f_0^3}{y^3}. \quad (39)$$

Второе слагаемое в правой части соотношения (39) является четной функцией μ , а остальные слагаемые — нечетными функциями μ .

Для того чтобы получить уравнение переноса КЛ, необходимо вычислить первую гармонику функции распределения частиц

$$f_1(y, \mu) = \frac{1}{y} d \frac{f(y, \mu)}{y} = \frac{1}{y} d \frac{f(y, \mu)}{y}. \quad (40)$$

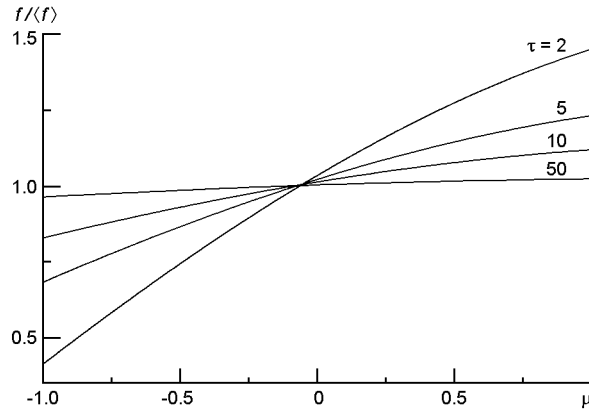


Рис. 3. Зависимость функции распределения частиц от μ в точке $y = 1$ для разных моментов безразмерного времени τ (числа у кривых)

Проинтегрировав величину $f_1(y, \mu)$ (39) по μ , получим

$$f_1(y, \mu) = \frac{1}{3} \frac{f_0}{y} + \frac{1}{3} \frac{\tau^2 f_0}{y} + \frac{4}{135} \frac{\tau^3 f_0}{y^3}. \quad (41)$$

Подставив величину f_1 (41) в уравнение непрерывности (11), получим

$$\frac{f_0}{3} - \frac{1}{3} \frac{\tau^2 f_0}{y^2} - \frac{1}{3} \frac{\tau^3 f_0}{y^2} - \frac{4}{135} \frac{\tau^4 f_0}{y^4} = 0 \quad (y, \mu). \quad (42)$$

Два последних слагаемых в формуле (42) можно выразить через вторую производную величины f_0 по времени, воспользовавшись соотношением (16). В результате получим модифицированное телеграфное уравнение (25). Используем решение этого уравнения при вычислении функции распределения КЛ (31), (39). Функция распределения КЛ, нормированная на ее среднее значение (33), имеет вид

$$\frac{f(y, \mu)}{\langle f \rangle} = 1 - \frac{f_0}{f_0} \frac{1}{y} + \frac{1}{3} \frac{\tau^2}{3} \frac{1}{f_0} \frac{1}{y^2} \frac{f_0}{y^2} - \frac{2}{f_0} \frac{f_0}{y} + \frac{1}{18} \left(\frac{\tau^3}{3} \right) \frac{1}{f_0} \frac{f_0}{y^3}. \quad (43)$$

Зависимость функции распределения КЛ (43) от величины μ представлена на рис. 3. Значение безразмерной координаты y равно единице, а значения μ приведены у соответствующих кривых. Отметим, что изотропное распределение частиц изображается горизонтальной прямой $f / \langle f \rangle = 1$. Видно, что со временем угловое распределение КЛ приближается к изотропному. Распределение частиц сильно анизотропно в момент времени $\tau = 2$ и почти изотропно в момент $\tau = 50$ (рис. 3). При расчете функции распределения (43) было использовано выражение величины f_0 (29), которое является решением модифицированного телеграфного уравнения.

**УГЛОВОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСТИЦ
ПРИ ИХ АНИЗОТРОПНОМ РАССЕЯНИИ**

Известно, что рассеяние КЛ в межпланетной среде анизотропно, причем рассеяние частиц, движущихся перпендикулярно к среднему магнитному полю, ослаблено [20, 22]. Представим коэффициент диффузии КЛ по углам в следующем виде:

$$D = \frac{1}{2} D_0(\mu) (1 - \mu^2). \quad (44)$$

При изотропном рассеянии частиц величина $D_0(\mu)$ равна единице, а коэффициент диффузии D определяется соотношением (8). В случае анизотропного рассеяния частиц будем предполагать, что функция $D_0(\mu)$ имеет минимум в точке $\mu = 0$. Запишем кинетическое уравнение, соответствующее анизотропному рассеянию частиц:

$$-\frac{f}{2} \frac{f_0}{y} - \frac{f}{y} \frac{1}{2} \frac{d}{y} + f \frac{1}{2} - D_0(\mu) (1 - \mu^2) \frac{f}{y} = 0. \quad (45)$$

Данное уравнение отличается от уравнения (36), соответствующего изотропному рассеянию, только последним слагаемым.

Запишем величину $D_0(\mu)$ в следующем виде [8, 12, 20, 22]

$$D_0(\mu) = \frac{3}{(4 - q)(2 - q)} |\mu|^q, \quad (46)$$

где q — показатель степени спектра случайного магнитного поля, причем $1 < q < 2$. При изотропном рассеянии частиц $q = 1$. При увеличении параметра q анизотропия процесса рассеяния увеличивается.

На рис. 4 приведена зависимость коэффициента диффузии КЛ по углам D (44), (46) от косинусаpitch-угла частицы при различных значениях параметра q . Случай $q = 1$ соответствует изотропному рассеянию частиц, для $q > 1$ коэффициент диффузии КЛ равен нулю при

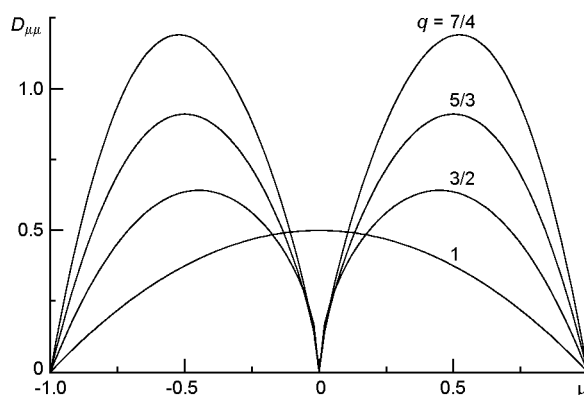


Рис. 4. Зависимость коэффициента диффузии КЛ D (44), (46) от косинуса pitch-угла частицы для разных значений параметра q (числа у кривых)

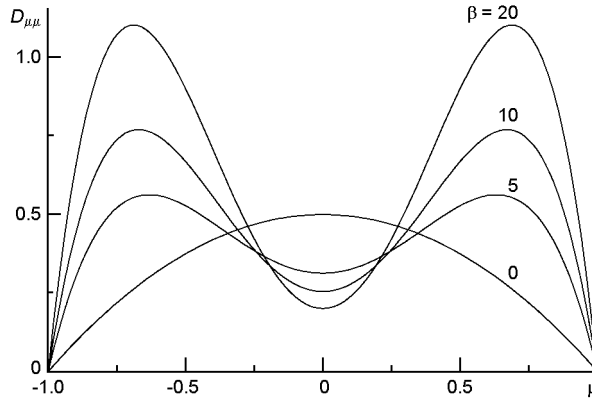


Рис. 5. Зависимость от коэффициента диффузии D (44), (48) для разных значений параметра анизотропии рассеяния (числа у кривых)

$= 0$ (рис. 4). Интенсивность рассеяния КЛ в межпланетной среде определяется величиной транспортного пробега λ , а анизотропия рассеяния зависит от единственного параметра q . В работах [8, 23, 33] коэффициент диффузии КЛ D зависит от двух параметров, один из которых определяет значение D при $\mu = 0$.

В настоящей работе для величины $D_0(\mu)$, кроме соотношения (46), будем использовать также формулу

$$D_0(\mu) = (1 - \mu^2)^2, \quad (47)$$

где

$$\frac{3}{2} - \frac{1}{\sqrt{1-\mu^2}} \operatorname{arctg} \sqrt{1-\mu^2} = 1. \quad (48)$$

Коэффициент диффузии КЛ по углам (44), (48) отличен от нуля в точке $\mu = 0$, а анизотропия рассеяния определяется единственным параметром β ($\beta = 0$). Изотропному рассеянию соответствует значение параметра $\beta = 0$.

На рис. 5 приведена зависимость от величины D (44), (48) для различных значений параметра β . Видно, что с увеличением параметра β рассеяние становится все более анизотропным, а минимальное значение коэффициента диффузии КЛ монотонно уменьшается (рис. 5).

На основе уравнения (45) получаем следующее выражение для анизотропной составляющей функции распределения КЛ:

$$f(\mu) = f_0 \left(1 - \frac{3}{2} \mu^2 + \frac{3}{2} \mu^4 - \mu^6 \right). \quad (49)$$

Функция распределения КЛ $f(\mu, \lambda, \beta)$ представляет собой сумму изотропной части f_0 и анизотропной части f , причем $f \ll f_0$. Приведем выражения для величин $f_n(\mu)$, соответствующих соотношению (46) для $D_0(\mu)$:

$$f_1(\mu) = \frac{4}{6} q \operatorname{sign} |\mu|^{2q}, \quad (50)$$

$$f_2(\mu) = \frac{(4-q)(2-q)}{9} d \int_0^{|\mu|} d^{-2q} \frac{1-t^{3q}}{1-t^2} d^{-2q} \frac{1-t^{3q}}{1-t^2}, \quad (51)$$

$$f_3(\mu) = \frac{(2-q)(4-q)^2}{27} \operatorname{sign} |\mu| d \int_0^{|\mu|} d^{-2q} \frac{(1-t^{3q})(1-t^{2q}|\mu|^{2q})}{1-t^2} \frac{(2-q)}{2(3-q)} d \int_0^{|\mu|} d^{-1q} \frac{(1-t^{3q})^2}{1-t^2} |\mu|^{2q} d^{-2q} \frac{1-t^{3q}}{1-t^2}, \quad (52)$$

$$f_4(\mu) = \frac{(4-q)(2-q)}{9(3-q)} \operatorname{sign} |\mu| d \int_0^{|\mu|} d^{-1q} \frac{1-t^{3q}}{1-t^2}. \quad (53)$$

Отметим, что при значении параметра $q = 1$ соотношения (49) — (53) совпадают с выражением для анизотропной части функции распределения КЛ (39), которая соответствует изотропному рассеянию частиц. Функции $f_1(\mu)$, $f_3(\mu)$, $f_4(\mu)$ изменяют знак при изменении знака μ , а величина $f_2(\mu)$ является четной функцией μ . Если использовать для определения величины $D_0(\mu)$ формулу (47), то функции $f_n(\mu)$ оказываются довольно громоздкими, и мы их не приводим.

Первая гармоника функции распределения КЛ (40) имеет вид

$$f_1(y, \mu) = \frac{1}{3} \frac{f_0}{y} - \frac{3}{3} \frac{f_0}{y^3} + \frac{2}{4} \frac{f_0}{y}, \quad (54)$$

где

$$f_3 = \frac{2}{27} (2-q)(4-q) d \int_0^{|\mu|} d^{-2q} \frac{(1-t^{4q})(1-t^{2q})}{1-t^2} \frac{1}{3-q} F(1, 3-q; 4-q; 1) - \frac{1}{2} F(1, 6-2q; 7-2q; 1), \quad (55)$$

$$f_4 = \frac{(4-q)^2}{9(5-2q)}, \quad (56)$$

а $F(a, b; c; x)$ — гипергеометрическая функция. Соотношения (54) — (56) получены интегрированием по μ анизотропной составляющей функции распределения КЛ (49) — (53).

При вычислении величины f_3 (55) использовано следующее значение интеграла [2]:

$$d \int_0^1 \frac{1-t^{2q}}{1-t^2} = \frac{1}{1} F(1, 1; 2; 1). \quad (57)$$

Подставив величину f_1 (54)—(56) в уравнение непрерывности (11), получим следующее уравнение переноса КЛ:

$$\frac{f_0}{3} - \frac{1}{3} \frac{\partial^2 f_0}{\partial y^2} - \frac{\partial^3 f_0}{\partial y^4} - \frac{\partial^4 f_0}{\partial y^2} = 0 \quad (y, t). \quad (58)$$

При помощи уравнения диффузии КЛ (16) выразим смешанную производную величины f_0 через четвертую производную f_0 по координате y . Получим уравнение гипердиффузии

$$\frac{f_0}{3} - \frac{1}{3} \frac{\partial^2 f_0}{\partial y^2} - \frac{\partial^3 f_0}{\partial y^4} - \frac{\partial^4 f_0}{\partial y^4} = 0 \quad (y, t). \quad (59)$$

Из уравнений (59), (16) получим телеграфное уравнение

$$\frac{f_0}{3} - \frac{1}{3} \frac{\partial^2 f_0}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 f_0}{\partial t^2} = 0 \quad (y, t) \quad (60)$$

где

$$3 = \frac{v}{\sqrt{3}}, \quad \frac{\partial^2}{\partial t^2} = \frac{\partial^2}{\partial \tau^2}. \quad (61)$$

Телеграфное уравнение (60) характеризуется скоростью распространения возмущений $v/\sqrt{3}$. Расчеты показывают, что при увеличении анизотропии рассеяния скорость распространения «сигнала», соответствующая данному телеграфному уравнению, уменьшается. Так, например, если для изотропного рассеяния скорость распространения возмущений составляет величину $0.67v$, то в случае резко анизотропного рассеяния эта характерная скорость равна $0.55v$.

Решение телеграфного уравнения (60) имеет вид

$$f_0(y, t) = \frac{3}{2\sqrt{3}} \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) - \frac{1}{2} \frac{3}{4} I_0\left(\frac{|y|\sqrt{3}}{2}\right) \quad (62)$$

где

$$\sqrt{\frac{y^2}{2} - \frac{3}{4} y^2}. \quad (63)$$

В результате дифференцирования получим выражение в виде суммы (28), где

$$f_0(y, t) = \frac{3}{4\sqrt{3}} \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) - \frac{1}{2} \frac{3}{4} I_0\left(\frac{|y|\sqrt{3}}{2}\right) - \frac{3}{4} \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} I_1\left(\frac{|y|\sqrt{3}}{2}\right) - \frac{3}{4} \frac{\partial^2}{\partial t^2} I_0\left(\frac{|y|\sqrt{3}}{2}\right) - \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} I_2\left(\frac{|y|\sqrt{3}}{2}\right), \quad (64)$$

$$f_0(y, \tau) = \frac{3}{2\sqrt{3}} \exp\left(-\frac{\tau}{2}\right) \left(\frac{3}{4} - (|y|\sqrt{3})\right)^3 \left(\frac{3}{4} + (|y|\sqrt{3})\right). \quad (65)$$

При условии $\tau \gg 1$ из формулы (65) следует соотношение

$$f_0(y, \tau) \approx \frac{\sqrt{3}}{2} \exp\left(-\frac{3y^2}{4}\tau\right) \left(1 - \frac{6}{4} \frac{3}{4} (2 - 3) \frac{y^2}{2}\right). \quad (66)$$

При значении параметра $q = 1$ формула (66) совпадает с выражением (22), соответствующим изотропному рассеянию.

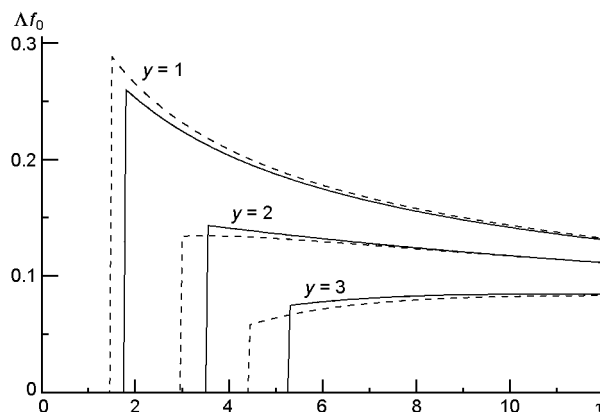


Рис. 6. Зависимость концентрации частиц от времени для разных значений безразмерной координаты y . Сплошные кривые — при анизотропном рассеянии частиц ($q = 5/3$), штриховые — при изотропном

Зависимость безразмерной величины f_0 от времени представлена на рис. 6. Значения безразмерной координаты приведены у соответствующих кривых. Сплошные кривые соответствуют анизотропному рассеянию ($q = 5/3$), а штриховые — изотропному. Величина f_0 удовлетворяет соотношению (64). При анизотропном рассеянии скорость распространения «сигнала» оказывается меньше, чем при изотропном, поэтому начало увеличения концентрации частиц в данной точке пространства происходит позднее (рис. 6). Для изотропного рассеяния скорость распространения возмущения равна $0.67v$, а при значении параметра $q = 5/3$ скорость «сигнала» составляет величину, равную 0.57 скорости частицы. С течением времени сплошные и штриховые кривые сливаются, следовательно, концентрация частиц в данной точке пространства перестает зависеть от анизотропии процесса рассеяния (рис. 6).

При анизотропном рассеянии функция распределения КЛ (31), (49) имеет следующий вид:

$$\frac{f(y, \mu)}{\langle f \rangle} = 1 + 2 \frac{1}{f_0} \frac{f_0}{y} + 2 \frac{1}{f_0} \frac{f_0^2}{y^2} + 2 \frac{1}{f_0} \frac{f_0^3}{y^3} + 2 \frac{1}{f_0} \frac{f_0^4}{y^4} \quad (67)$$

Функции $f(y, \mu)$ (50) — (53) зависят от анизотропии рассеяния частиц.

На рис. 7 представлена зависимость нормированной функции распределения частиц (67) от μ в точке $y = 1$ в случае анизотропного рассеяния частиц ($q = 5/3$). Значения безразмерного времени указаны у соответствующих кривых. Видно, что со временем угловое распределение КЛ постепенно приближается к изотропному. Анизотропному рассеянию соответствует иная (по сравнению с изотропным рассеянием частиц) зависимость функции распределения от косинуса питч-угла. Кривые угловой зависимости функции распределения КЛ для анизотропного рассеяния характеризуются большей кривизной, чем кривые, соответствующие изотропному рассеянию частиц (рис. 7 и рис. 3).

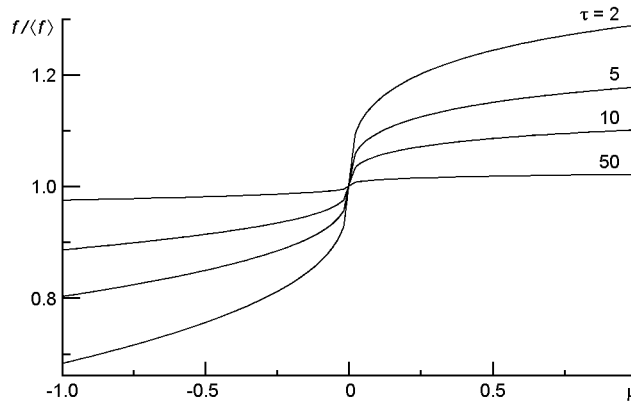


Рис. 7. Зависимость функции распределения частиц (67) от величины μ в разные моменты времени τ при анизотропном рассеянии ($q = 5/3$). Значение безразмерной координаты $y = 1$

На рис. 8 приведены зависимости функции распределения от величины μ при изотропном рассеянии (штриховые кривые) и при анизотропном рассеянии (сплошные кривые). Значение безразмерной координаты $y = 1$. Коэффициент диффузии КЛ D определен формулой (47), изотропному рассеянию соответствует значение параметра $\alpha = 0$, а анизотропному — $\alpha = 10$. При вычислении функции $f_0(y, \mu)$ использовано решение телеграфного уравнения (64). Видны различия формы соответствующих кривых в зависимости от анизотропии рассеяния частиц. При изотропном рассеянии зависимость функции распределения КЛ от μ оказывается близкой к линейной, а в случае анизотропного рассеяния — соответствующие кривые существенно искривлены.

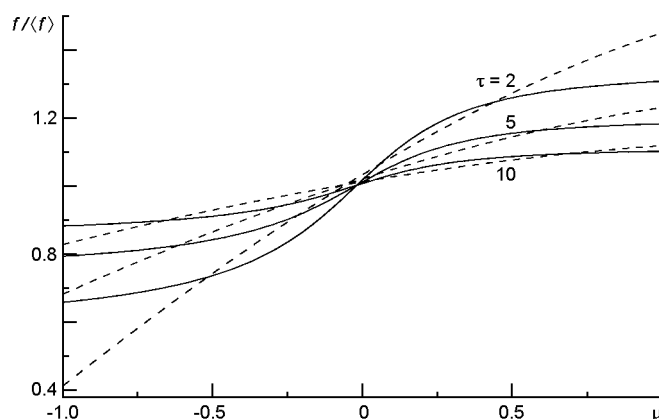


Рис. 8. Зависимость функции распределения частиц от величины μ в точке $y = 1$ для разных моментов времени τ . Сплошные кривые соответствуют анизотропному рассеянию ($\tau = 10$), штриховые — изотропному ($\tau = 0$)

АНИЗОТРОПИЯ УГЛОВОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КОСМИЧЕСКИХ ЛУЧЕЙ

Рассмотрим, как изменяется со временем анизотропия углового распределения частиц. Анизотропия функции распределения КЛ определяется соотношением

$$A_1(y, \tau) = 3 \frac{f_1(y, \tau)}{f_0(y, \tau)}. \quad (68)$$

При изотропном рассеянии первая гармоника функции распределения частиц имеет вид (41). Следовательно

$$\frac{1}{f_0} \frac{f_1}{y} = \frac{1}{f_0} \frac{2 f_0}{y} = \frac{4}{45} \frac{1}{f_0} \frac{3 f_0}{y^3}. \quad (69)$$

В диффузионном приближении величина f_0 удовлетворяет соотношению (17), а анизотропия КЛ (68) изменяется обратно пропорционально времени, прошедшему после инъекции частиц.

Анизотропия второго порядка выражается формулой

$$A_2(y, \tau) = 5 \frac{f_2(y, \tau)}{f_0(y, \tau)}, \quad (70)$$

где

$$f_2(y, \tau) = \int_{-1}^1 d\mu P_2(\mu) f(y, \mu, \tau). \quad (71)$$

В случае изотропного рассеяния

$$A_2 = \frac{2}{9} \frac{1}{f_0} \frac{2 f_0}{y^2}. \quad (72)$$

Анизотропия третьего порядка

$$\xi_3(y, \tau) = 7 \frac{f_3(y, \tau)}{f_0(y, \tau)} \quad (73)$$

пропорциональна третьей гармонике функции распределения КЛ:

$$f_3(y, \tau) = \int_0^1 d P_3(\mu) f(y, \mu, \tau). \quad (74)$$

При изотропном рассеянии частиц

$$\xi_3 = \frac{1}{45} \frac{1}{f_0} \frac{d^3 f_0}{d\mu^3}. \quad (75)$$

На рис. 9 представлены зависимости от времени величин ξ_n в точке $y = 1$. Штриховые кривые соответствуют изотропному рассеянию частиц. Видно, что все величины ξ_n , характеризующие анизотропию углового распределения КЛ, монотонно уменьшаются со временем (по абсолютной величине). Величина $|\xi_3|$ оказывается малой при любых значениях τ . В точке $y = 1$ вторая гармоника функции распределения КЛ отрицательна, а ее абсолютная величина оказывается значительно меньше, чем первая гармоника. При расчете анизотропии функции распределения КЛ было использовано решение телеграфного уравнения (29) и выражение для функции распределения частиц (39).

При анизотропном рассеянии частиц получим следующее выражение для анизотропии КЛ:

$$\xi_3 = \frac{1}{f_0} \frac{d f_0}{d\mu} - 3 \xi_3 = \frac{1}{f_0} \frac{d^3 f_0}{d\mu^3} - 3 \xi_4 = \frac{1}{f_0} \frac{d^2 f_0}{d\mu^2}, \quad (76)$$

где функции ξ_3, ξ_4 определены формулами (55), (56).

Выражение для анизотропии второго порядка, обусловленной наличием второй гармоники в угловом распределении частиц, имеет вид

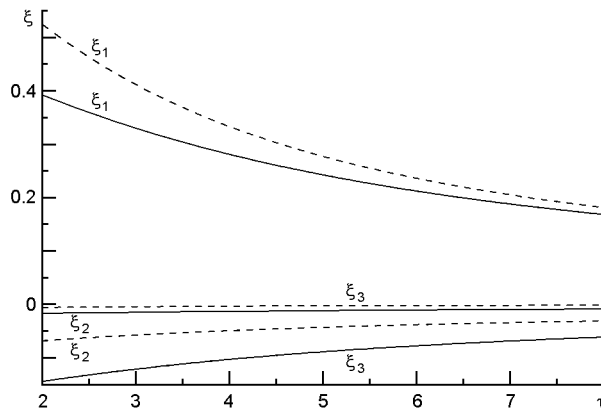


Рис. 9. Зависимость анизотропии ξ_n углового распределения частиц в точке $y = 1$ от времени τ . Сплошные кривые — анизотропное рассеяние ($q = 5/3$), штриховые — изотропное ($q = 1$)

$$f_2 = 5 \frac{1}{f_0} \frac{f_0^2}{y^2} d(3^2 - 1) f_2(\cdot), \quad (77)$$

где функция $f_2(\cdot)$ удовлетворяет соотношению (51).

Если рассеяние частиц анизотропно, то для величины f_3 получаем выражение

$$f_3 = 7 \frac{1}{f_0} \frac{f_0^3}{y^3} d(5^3 - 3) f_1(\cdot) - 7 \frac{1}{f_0} \frac{f_0^3}{y^3} d(5^3 - 3) f_3(\cdot) - 7 \frac{1}{f_0} \frac{f_0^2}{y^2} d(5^3 - 3) f_4(\cdot), \quad (78)$$

где функции $f_n(\cdot)$ определены соотношениями (50)—(53).

При вычислении анизотропии КЛ (76)—(78) воспользуемся решением телеграфного уравнения (64). На рис. 9 сплошными кривыми представлены зависимости от времени величин f_n , которые характеризуют угловое распределение КЛ при анизотропном рассеянии частиц. Параметр q , характеризующий анизотропию рассеяния, равен $5/3$. Видно, что все величины f_n уменьшаются по абсолютной величине с течением времени в соответствии с тем, что функция распределения КЛ становится все более изотропной (рис. 9). Величина $|f_2|$ при анизотропном рассеянии частиц оказывается малой, в отличие от ее значений для изотропного рассеяния. Напротив, величина $|f_3|$ приобретает при анизотропном рассеянии частиц относительно большое значение.

Если $\tau \gg 1$, то в формулах (76), (78) можно пренебречь всеми слагаемыми, кроме первых, которые пропорциональны градиенту концентрации КЛ. В этом приближении данные формулы существенно упрощаются:

$$\frac{1}{f_0} \frac{f_0}{y}, \quad (79)$$

$$f_3 = \frac{7}{3} \frac{q}{6} \frac{1}{q} \frac{1}{f_0} \frac{f_0}{y}. \quad (80)$$

Если рассеяние частиц близко к изотропному (параметр q близок к единице), то величина f_3 (80) близка к нулю. Таким образом, отношение величин f_3 / f_1 характеризует анизотропию рассеяния частиц. Используя формулы (79), (80), можно определить параметр q :

$$q = \frac{7}{7} \frac{18}{3} \frac{f_3}{f_1}. \quad (81)$$

Отметим, что формула (81) применима при условии однородности регулярного магнитного поля. Влияние магнитной фокусировки на распространение частиц в межпланетном магнитном поле в данной работе не учитывалось [4, 8—10, 20, 33].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе кинетического уравнения Фоккера — Планка, описывающего распространение заряженных частиц высокой энергии в однородном среднем магнитном поле, получена система уравнений для сферических гармоник функции распределения частиц. На основе данной системы уравнений выведены уравнения переноса КЛ: уравнение гипердиффузии, модифицированное телеграфное уравнение и уравнение, учитывающее наличие второй гармоники углового распределения частиц. Получены решения уравнений переноса КЛ, соответствующие мгновенной инжекции частиц. Показано, что если время, прошедшее после инжекции частиц, значительно превышает обратную частоту столкновений, решения этих уравнений переноса совпадают. В предельном случае $\gg 1$ пространственно-временное распределение КЛ описывается уравнением диффузии.

Получено аналитическое выражение для функции распределения КЛ в случае их многократного рассеяния на неоднородностях магнитного поля. Показано, что функция углового распределения частиц существенным образом зависит от степени анизотропии их рассеяния. Проанализирована зависимость функции распределения КЛ от времени и получена оценка параметра, определяющего анизотропию процесса рассеяния частиц.

1. Гальперин Б. А., Топтыгин И. Н., Фрадкин А. А. Рассеяние частиц магнитными неоднородностями в сильном магнитном поле. *Журн. эксперим. и теорет. физ.* 1971. 60, № 3. С. 972.
2. Прудников А. П., Брычков Ю. А., Маричев О. И. Интегралы и ряды. М., Наука, 1981. 800 с.
3. Топтыгин И. Н. О временной зависимости интенсивности космических лучей на анизотропной стадии солнечных вспышек. *Геомагнетизм и аэрономия.* 1972. 12. С. 989.
4. Топтыгин И. Н. Космические лучи в межпланетных магнитных полях. М. Наука, 1983. 304 с.
5. Федоров Ю. И. Интенсивность космических лучей на начальной стадии солнечной вспышки. *Кинематика и физика небес. тел.* 2018. 34, № 1. С. 3.
6. Шишов В. И. О распространении высокоэнергичных солнечных протонов в межпланетном магнитном поле. *Геомагнетизм и аэрономия.* 1966. 6. С. 223.
7. Axford W. I. Anisotropic diffusion of solar cosmic rays. *Planet. Space Sci.* 1965. 13, N 12. P. 1301.
8. Beeck J., Wibberenz G. Pitch angle distributions of solar energetic particles and the local scattering properties of the interplanetary medium. *Astrophys. J.* 1986. 311. P. 437.
9. Bieber J. W., Earl J. A., Green G., et al. Interplanetary pitch-angle scattering and coronal transport of solar energetic particles: New information from Helios. *J. Geophys. Res.* 1980. 85, N A5. P. 213.
10. Bieber J. W., Evenson P. A., Pomerantz M. A. Focusing anisotropy of solar cosmic rays. *J. Geophys. Res.* 1986. 91, NA8. P. 8713.
11. Dorman L. I., Katz M. E. Cosmic ray kinetics in space. *Space Sci. Rev.* 1977. 70. P. 529—575.

12. Earl J. A. Diffusion of charged particles in a random magnetic field. *Astrophys. J.* 1973. 180. P. 227.
13. Earl J. A. New description of charged particle propagation in random magnetic field. *Astrophys. J.* 1994. 425. P. 331.
14. Effenberger F., Litvinenko Y. The diffusion approximation versus the telegraph equation for modeling solar energetic particle transport with adiabatic focusing. 1. Isotropic pitch angle scattering. *Astrophys. J.* 2014. 783. P. 15.
15. Fedorov Yu. I., Shakhov B. A., Stehlik M. Non-diffusive transport of cosmic rays in homogeneous regular magnetic fields. *Astron. and Astrophys.* 1995. 302, N 2. P. 623—634.
16. Fedorov Yu. I., Stehlik M., Kudela K., Kassavicova J. Non-diffusive particle pulse transport: Application to an anisotropic solar GLE. *Solar Phys.* 2002. 208, N 2. P. 325—334.
17. Fedorov Yu. I., Shakhov B. A. Description of non-diffusive cosmic ray propagation in a homogeneous regular magnetic field. *Astron. and Astrophys.* 2003. 402. P. 805.
18. Fisk L. A., Axford W. I. Anisotropies of solar cosmic rays. *Solar Phys.* 1969. 7. P. 486.
19. Gombosi T. J., Jokipii J. R., Kota J., et al. The telegraph equation in charged particle transport. *Astrophys. J.* 1993. 403. P. 377.
20. Hasselmann K., Wibberenz G. Scattering charged particles by random electromagnetic fields. *Z. Geophys.* 1968. 34. P. 353.
21. Hasselmann K., Wibberenz G. A note of the parallel diffusion coefficient. *Astrophys. J.* 1970. 162. P. 1049.
22. Jokipii J. R. Cosmic ray propagation. 1. Charged particle in a random magnetic field. *Astrophys. J.* 1966. 146. P. 480.
23. Kagashvili E. Kh., Zank G. P., Lu J. Y., Droge W. Transport of energetic charged particles. 2. Small-angle scattering. *J. Plasma Phys.* 2004. 70, part 5. P. 505—532.
24. Kota J. Coherent pulses in the diffusive transport of charged particles. *Astrophys. J.* 1994. 427, N2. P. 1035—1080.
25. Li G., Moore R., Mewaldt R. A., et al. A twin-CME scenario for ground level enhancement events. *Space Sci. Rev.* 2012. 171. P. 141.
26. Litvinenko Yu. E., Noble P. L. Comparison of the telegraph and hyperdiffusion approximations in cosmic ray transport. *Phys. Plasmas.* 2016. 23. 062901 (8 p.).
27. Malkov M. A., Sagdeev R. Z. Cosmic ray transport with magnetic focusing and the “telegraph” model. *Astrophys. J.* 2015. 808. P. 157.
28. Miroshnichenko L. I., Perez-Peraza J. A. Astrophysical aspects in the studies of solar cosmic rays. *Int. J. Modern Phys. A.* 2008. 23, N 1. P. 1.
29. Schwadron N. A., Gombosi T. I. A unifying comparison of nearly scatter free transport models. *J. Geophys. Res.* 1994. 99, NA10. P. 19301.
30. Shakhov B. A., Stehlik M. The Fokker-Planck equation in the second order pitch angle approximation and its exact solution. *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer.* 2003. 78. P. 31—39.
31. Shea M. A., Smart D. F. Space weather and the ground-level solar proton events of the 23rd solar cycle. *Space Sci. Rev.* 2012. 71. P. 161.
32. Webb G. M., Pantazopoulou M., Zank G. P. Multiple scattering and the BGK Boltzmann equation. *J. Phys. A Math. Gen.* 2000. 33. P. 3137—3160.
33. Wibberenz G., Green G. New methods and results in the field of interplanetary propagation. Proc. 11-th Europ. Cosmic Ray Symp. Balatonfured. 1988, Invited Talks. P. 51.

Ю. І. Федоров

Головна астрономічна обсерваторія Національної академії наук України,
Київ, Україна

ФУНКЦІЯ РОЗПОДІЛУ КОСМІЧНИХ ПРОМЕНІВ ПРИ АНІЗОТРОПНОМУ РОЗСІЯННІ ЧАСТИНОК НА ФЛУКТУАЦІЯХ МАГНІТНОГО ПОЛЯ

Прискорення заряджених частинок високої енергії та їхнє поширення у магнітних полях сонячного вітру і Галактики є однією з актуальних проблем астрофізики. Космічні промені впливають на зв'язок, на роботу електроніки космічних кораблів, збурюють магнітосферу та іоносферу Землі. Основним механізмом, який контролює поширення космічних променів у міжпланетному середовищі, є розсіяння частинок на неоднорідностях магнітного поля. На основі кінетичного рівняння Фоккера — Планка розглянуто поширення заряджених частинок високої енергії у магнітному полі, яке є суперпозицією однорідного середнього магнітного поля і магнітних неоднорідностей різних масштабів. Кінетичне рівняння Фоккера — Планка відповідає багатократному розсіянню частинок на малі кути, а інтеграл зіткнень цього рівняння описує дифузію частинок у імпульсному просторі. На основі кінетичного рівняння одержано систему диференціальних рівнянь для сферичних гармонік функції розподілу космічних променів. Одержано рівняння переносу космічних променів і наведено розв'язки цих рівнянь. Досліджено еволюцію функції розподілу космічних променів за анізотропного розсіяння частинок на флуктуаціях міжпланетного магнітного поля. Показано, що функція кутового розподілу частинок суттєвим чином залежить від ступеня анізотропії їхнього розсіяння. Проаналізовано залежність функції розподілу космічних променів від часу і одержано оцінку параметра, який визначає анізотропію процесу розсіяння частинок.

Ключові слова: космічні промені, кінетичне рівняння, дифузія, телеграфне рівняння.

Yu. I. Fedorov

Main Astronomical Observatory of the National Academy of Sciences of Ukraine,
Kyiv, Ukraine

COSMIC RAY DISTRIBUTION FUNCTION UNDER ANISOTROPIC PARTICLE SCATTERING ON MAGNETIC FIELD FLUCTUATIONS

The acceleration of energetic particles and their propagation in magnetic fields of the solar wind and the Galactic is one of the actual astrophysical problems. Cosmic rays affect communication, spacecraft electronics, disturb magnetosphere and ionosphere of the Earth. The particle scattering on the magnetic field irregularities appears as the basic mechanism, which control cosmic ray propagation in the interplanetary medium. If energetic particle scattering in the interplanetary medium is relatively weak, thus the particle mean free path is comparable to the heliocentric distance; it is necessary to use kinetic equation description of cosmic ray propagation. The energetic charged particle propagation in magnetic field, which is a superposition of the mean homogeneous magnetic field and magnetic inhomogeneities of various scales, is considered based on the kinetic equation. Fokker-Planck kinetic equation corresponds to the multiple small angle scattering and the scattering integral of this equation describes particle diffusion in the momentum space. Based on kinetic equation the set of differential equations for the spherical harmonics of cosmic ray distribution function is obtained. The cosmic ray transport equations are derived and solutions of these equations are obtained. The evolution of cosmic ray distribution function under anisotropic particle scattering on magnetic field fluctuations is studied. It is shown that the particle angular distribution depends sufficiently on the level of their scattering anisotropy. The temporal dependence of the cosmic ray distribution function is analyzed and the estimate of the parameter, which characterized the particle scattering anisotropy, is obtained.

Key words: cosmic rays, kinetic equation, diffusion, telegraph equation.