

УДК 523.9

**А. А. Логинов¹, В. Н. Криводубский²,
Н. Н. Сальников¹, Ю. В. Пруцко¹**

¹ Институт космических исследований Национальной академии наук Украины
и Государственного космического агентства Украины
пр. Академика Глушкова 40, корп. 4/1, Киев 187, 03187
lesha.loginov@gmail.com

² Астрономическая обсерватория
Киевского национального университета имени Тараса Шевченко
ул. Обсерваторная 3, Киев, 04053
krivod2@ukr.net

Моделирование генерации тороидального магнитного поля Солнца дифференциальным вращением

В рамках теории кинематического динамо построена математическая модель эволюции тороидального магнитного поля Солнца, возбуждаемого дифференциальным вращением конвективной зоны при наличии полоидального поля реликтового происхождения. Использован профиль угловой скорости, полученный в результате расшифровки данных гелиосейсмологических экспериментов. Для модели идеальной магнитной гидродинамики рассчитаны широтные профили нарастающего во времени тороидального поля для разных глубин в солнечной конвективной зоне. Найдено, что в области дифференциального вращения возбуждаемому тороидальному полю присущи существенные флуктуации его величины по глубине. На основании полученных нами результатов моделирования мы предложили объяснение «неправильной полярности» магнитных биполярных групп пятен в солнечных циклах.

МОДЕЛЮВАННЯ ГЕНЕРАЦІЇ ТОРОЇДАЛЬНОГО МАГНІТНОГО ПОЛЯ СОНЦЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИМ ОБЕРТАННЯМ, Логінов О. О., Криводубський В. Н., Сальников М. М., Пруцко Ю. В. — В рамках теорії кінематичного динамо побудовано математичну модель еволюції тороїдального магнітного поля Сонця, що збуджується диференціальним обертанням конвективної зони при наявності полоїдального поля реліктового походження. Використано профіль кутової швидкості, отриманий в результаті розшифровки даних геліосейсмологічних ек-

спериментів. Для моделі ідеальної магнітної гідродинаміки розраховано широтні профілі наростаючого в часі тороїдального поля для різних глибин у сонячній конвективній зоні. Знайдено, що в області диференційного обертання для збудженого тороїдального поля притаманні суттєві флуктуації його величини за глибиною. На основі отриманих нами результатів моделювання ми запропонували пояснення «неправильної полярності» магнітних біполярних груп плям у сонячних циклах.

SIMULATION OF THE GENERATION OF THE TOROIDAL MAGNETIC FIELD OF THE SUN BY DIFFERENTIAL ROTATION, by Loginov A. A., Krivodubskij V. N., Salnikov N. N., Prutsko Yu. V. — Within the framework of the kinematic dynamo theory, we constructed a mathematical model for the evolution of the toroidal magnetic field of the Sun, excited by the differential rotation of the convective zone in the presence of the poloidal field of relic origin. We used the velocity profile obtained as a result of decoding the data of helioseismological experiments. For the model of ideal magnetic hydrodynamics, we calculated the latitudinal profiles of a toroidal field that increases in time for different depths in the solar convection zone. It is found that in the region of differential rotation, the exciting toroidal field is characterized by substantial fluctuations in its magnitude depend on the depth. On the basis of our simulations results, we proposed an explanation for the «incorrect polarity» of magnetic bipolar groups of spots in solar cycles.

ВВЕДЕНИЕ

В цикле наших работ, выполненных в последние годы [7—9, 44, 45], было проведено моделирование влияния пространственно-временных вариаций дифференциального вращения Солнца на возникновение, структуру и динамику глобальных гидродинамических течений в солнечной конвективной зоне (СКЗ). Численно-аналитические решения гидродинамической части предложенной модели при сравнении с наблюдательными данными о глобальных течениях на Солнце показали качественное совпадение с полоидальным течением, торсионными колебаниями и пространственно-временными вариациями полоидального течения. Таким образом, полученные результаты моделирования подтвердили нашу гипотезу о том, что глобальные течения появляются вследствие потери устойчивости дифференциального вращения. В настоящей работе мы делаем следующий шаг в моделировании и начинаем рассмотрение вопроса, как гидродинамические глобальные течения (рассчитанными нами ранее) и дифференциальное вращение (полученное в результате расшифровки данных гелиосейсмологических экспериментов) совместно влияют на эволюцию глобального тороидального магнитного поля Солнца.

СОСТОЯНИЕ ПРОБЛЕМЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ЭВОЛЮЦИИ ТОРОИДАЛЬНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ СОЛНЦА

Практически все проявления солнечной активности и космической погоды связаны с магнитными полями [1, 4, 19, 43, 52, 53]. Поэтому для понимания природы активности и прогнозирования космической погоды необходимо изучение магнитного поля Солнца. Нестационарные процессы на Солнце в основном связаны с локальными тонкоструктурными магнитными полями активных областей. Однако при усреднении по масштабам, превышающим размеры активных областей, можно выделить гладкое крупномасштабное магнитное поле, масштаб которого сравним с радиусом Солнца. В связи с этим в основе практически всех теорий возбуждения солнечного магнетизма лежит концепция глобального поля. Исследование этого поля позволяет, отвлекаясь от сложных локальных явлений, выявить свойственные Солнцу как целому основные процессы, вызывающие магнитную активность. Согласно современным представлениям, сформировавшимся на основе наблюдений и теоретических исследований [1, 3, 58], крупномасштабное магнитное поле состоит из двух глобальных компонентов. Первый компонент — глубинное сильное тороидальное (азимутальное) поле \mathbf{H}_T , которое при всплытии определяет интенсивность пятнообразования в фотосфере. В глубинных слоях величина магнитной индукции \mathbf{H}_T превышает 100 мТл. Второй компонент — слабое полоидальное (меридиональное) поле \mathbf{H}_P (с максимальным значением 0.1 — 0.2 мТл), силовые линии которого, выходя из глубин на солнечную поверхность, формируют фоновые магнитные поля. Наблюдения свидетельствуют, что несмотря на ясно выраженные случайные эффекты в эволюции солнечного магнитного поля, оба компонента осциллируют во времени по величине и знаку со средним периодом около 22 лет в противофазе (магнитный цикл Хэйла, который состоит из двух 11-летних циклов по числам Вольфа) [16, 24, 26, 33]. Поэтому очевидно, что глобальные магнитные компоненты связаны между собой и возбуждаются, наверное, одним процессом, который носит колебательный циклический характер.

Поскольку в условиях высокой газокинетической проводимости солнечной плазмы магнитные поля в большей части Солнца эффективно «заморожены» относительно омической диссипации, то должны происходить более быстрые процессы, способные уничтожать и возобновлять крупномасштабное поле с периодом цикла. Такие быстрые процессы могут протекать только в турбулизованной конвективной области Солнца, где турбулентная вязкость плазмы значительно превышает газокинетическую магнитную вязкость [5].

Наибольшее распространение среди исследователей получили убеждения, что задающим механизмом солнечного цикла служит процесс динамо с учетом новых турбулентных эффектов макроскопической магнитогидродинамики (МГД) [1, 2, 18, 33, 35, 36—42, 58]. Роль турбулентной «динамо-машины» на Солнце играет его конвективная

зона, где поле гидродинамических скоростей вещества естественно разделено на два существенно различных масштаба: крупномасштабную скорость V , отвечающую регулярному вращению, и мелкомасштабную турбулентную конвекцию v . Чрезвычайно важно, что движения разных масштабов не являются независимыми. В результате взаимодействия вращения с угловой скоростью и турбулентной конвекции v создается специфическая комбинация дифференциального вращения и спиральной турбулизованной конвекции. В условиях вмороженности магнитных полей в плазму дифференциальное вращение в глубинных слоях СКЗ вытягивает магнитные силовые линии полоидального (меридионального) поля H_p , ориентируя их в азимутальной плоскости, что приводит к возбуждению тороидального (азимутального) компонента поля H_T , который имеет противоположные направления в северной и южной полусферах (т. н. эффект «накручивания» магнитных силовых линий, или α -эффект). В то же время спиральные (зеркально-несимметричные) турбулентные пульсации превращают тороидальное поле H_T в новое полоидальное H_p , противоположного направления по отношению к его исходной ориентации (β -эффект), замыкая тем самым солнечный магнитный цикл.

Следует заметить, что β -эффект относится к более сенситивному и слабому эффекту по сравнению с мощным α -эффектом. Поэтому в нелинейном режиме, когда учитывается реакция растущих полей на процессы возбуждения магнетизма, необходимо в первую очередь учитывать подавление α -эффекта (т. н. альфа-квенчинг [51]), тогда как β -эффект подвержен нелинейному подавлению в меньшей мере. Механизм поддержания циклических колебаний глобального магнитного поля Солнца, основанный на упомянутых двух эффектах, принято называть α -динамо моделью цикла [1, 3, 35, 58]. Согласно этому механизму часть энергии вращения и энергии турбулизованных конвективных движений в ходе солнечного цикла переходит в энергию магнитного поля. Обычно в моделях динамо солнечного цикла особое внимание приделается дифференциальному вращению как мощному источнику энергии магнетизма.

Заметим, что динамо-механизмы не в состоянии объяснить, как возникли магнитные поля небесных тел с самого начала. Поэтому для осуществления динамо-процесса необходимо наличие по каким-то причинам хотя бы небольшого «затравочного» магнитного поля или слабого начального тока. Обычно в качестве «затравочного» в механизмах магнитного динамо Солнца принимают полоидальное поле реликтового происхождения.

Однако отмеченных выше двух эффектов недостаточно для построения реалистической модели солнечного магнитного цикла. В частности, распространение динамо-волн не в состоянии адекватно объяснить наблюдаемые флуктуации активности и миграцию солнечных пятен к экватору. Поэтому исследователи дополняют модель α -динамо еще двумя пространственно-временными глобальными течениями: меридиональной циркуляцией (полоидальными течения-

ми) [15, 16, 18, 20, 23, 25, 27, 47, 54, 57] и торсионными (крутильными) колебаниями [29, 30, 56]. Изучению природы меридиональной циркуляции и торсионных колебаний посвящено множество работ, однако до сих пор нет полной ясности о физических механизмах и структуре течений в глубинных слоях СКЗ. Поэтому исследователи в последние годы сосредоточили внимание на моделировании этих процессов.

Ранее нами был опубликован цикл работ [7—9, 44, 45], посвященных моделированию пространственно-временной структуры глобальных течений Солнца. В работе [45] предложена простая математическая модель для расчета пространственной структуры и эволюции во времени глобальных течений вещества, учитывающая гелиосейсмические данные о внутреннем вращении СКЗ. Модель базируется на гипотезе о гидродинамической природе возникновения глобальных течений. Согласно нашей концепции в основе этого явления лежит чисто гидродинамическая неустойчивость вращающейся жидкости. Мы провели аналогию между полоидальной циркуляцией на Солнце и вихрями Тейлора — вихревыми структурами, возникающими в сферическом течении Куэтта [21] при потере устойчивости дифференциально вращающемся слое жидкости. При этом мы руководствовались критерием Рэлея [50, 55] устойчивости вращательного движения. Нами была исследована устойчивость дифференциального вращения Солнца, пространственная структура которого определена гелиосейсмологическими методами [31]. В результате проведенного моделирования была обнаружена область, в которой тороидальное (широтное) течение теряет устойчивость. Вследствие развивающейся неустойчивости в СКЗ возбуждаются азимутальные колебания угловой скорости и меридиональная циркуляция, для которых присущи пространственно-временные вариации.

В рамках предложенной нами модели показано, что оба эти процессы являются тороидальной и полоидальной составляющими одного трехмерного гидродинамического течения [7—9, 44]. Рассчитанная нами гидродинамическая модель полоидального течения качественно совпадает с картиной циркуляции вещества в подфотосферных слоях, построенной на основе расшифровки данных гелиосейсмологических экспериментов [13]. Также были выявлены зоны быстрого и медленного вращения, чередующиеся по широте и мигрирующие от высоких широт к низким в течение периода колебаний. Обнаруженные изменения формы колебаний по радиусу вплоть до дна СКЗ (тахоклина) согласуются с гелиосейсмическими данными о распределении торсионных колебаний по глубине [30, 32, 34].

В настоящей работе мы переходим к моделированию нестационарных МГД-процессов в СКЗ. Здесь будет исследована пространственно-временная эволюция тороидального магнитного поля, возбуждаемого дифференциальным вращением. Как отмечено выше, в моделях солнечного гидромагнитного динамо важную роль играет энергетически мощное дифференциальное вращение, которое превращает слабое полоидальное магнитное поле в сильное тороидальное поле

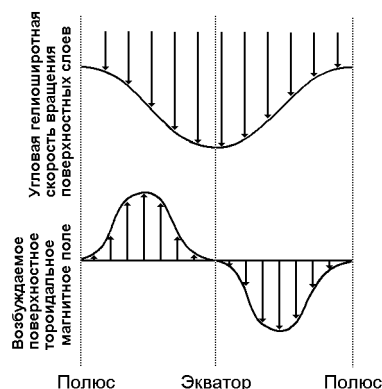


Рис. 1. Распределение по гелиошироте тороидального магнитного поля, возбуждаемого поверхностным широтным дифференциальным вращением (стрелками указаны направления поверхностной угловой скорости и магнитного поля, величины которых приведены в относительных единицах)

(-эффект). Поэтому фундаментальное значение для понимания этого процесса имеет знание, как пространственные изменения угловой скорости влияют на генерацию тороидального поля. В течение длительного времени для исследователей были доступны данные только о поверхностном вращении, полученные из наблюдений солнечных пятен (см., например, пионерскую работу [48]). Согласно этим данным угловая поверхностная скорость плавно и монотонно убывает в направлении от экватора до полюсов.

На рис. 1 показана упрощенная схема распределения по гелиошироте тороидального магнитного поля, возбуждаемого поверхностным дифференциальным вращением. Профиль величины тороидального поля в соответствии с законом изменения поверхностной угловой скорости также меняется плавно и монотонно. Направления возбуждаемых полей противоположны в северной и южной полусферах, а максимальные значения полей достигаются на полярных границах «королевской зоны» пятен — примерно на гелиоширотах 45.

Новый импульс в исследовании дифференциального вращения был получен в связи с быстрым развитием современной области наблюдательной гелиофизики — гелиосейсмологии, которая позволяет диагностировать внутреннюю структуру Солнца на основании данных о спектре колебаний его поверхностных слоев. Гелиосейсмологические эксперименты свидетельствуют, что внутренние слои Солнца вращаются сильно неоднородно. Поэтому при расчетах мы будем использовать распределения угловой скорости по радиусу и по широте во внутренних слоях Солнца, полученные в результате расшифровки гелиосейсмологических данных [31].

УРАВНЕНИЯ ГИДРОМАГНИТНОГО ДИНАМО

Для описания механизма генерации магнитного поля мы будем использовать следующие уравнения идеальной магнитной гидродинамики [6]:

$$\frac{\mathbf{V}}{t} = (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} - \nabla p - [\mathbf{H} \operatorname{rot} \mathbf{H}], \quad (1)$$

$$\frac{\mathbf{H}}{t} = \operatorname{rot}[\mathbf{V} \times \mathbf{H}], \quad (2)$$

$$\operatorname{div}(\mathbf{V}) = 0, \quad (3)$$

$$\nabla^2 G = 4\pi G \rho, \quad (4)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{H} = 0, \quad (5)$$

$$\mathbf{V}_n|_S = 0, \quad (6)$$

$$\mathbf{J}_n = \operatorname{rot}_n \mathbf{H}|_S = 0, \quad (7)$$

где \mathbf{H} — напряженность магнитного поля, \mathbf{V} — скорость течения жидкости, ρ и p — плотность и давление плазмы, G — гравитационный потенциал, G — гравитационная постоянная.

Система уравнений (1)—(5) нелинейная и в общем случае сложная для анализа [3]. Физический механизм генерации магнитного поля для движущейся плазменной среды описывается уравнением переноса магнитного поля (2) (уравнение индукции без учета омической диссипации электрических токов). Уравнение (3) — уравнение непрерывности для стратифицированных сред [22], когда плотность плазмы не изменяется по времени, но при этом существенно изменяется по пространству. Так, например, в СКЗ плотность по глубине от поверхности до дна зоны увеличивается на пять порядков величины. Уравнения (6) — граничное условие для нормальной составляющей скорости на поверхности Солнца и на дне СКЗ, (7) — граничное условие для нормального компонента тока на внешней границе Солнца. Чтобы обойти трудности анализа системы уравнений (1)—(5) мы рассмотрим начальный этап генерации магнитного поля, который можно описать кинематической моделью. Последняя основана на предположении, что в начальный момент времени кинетическая энергия глобального течения плазмы много больше энергии магнитного поля. Это предположение позволяет на начальном этапе исследования не учитывать в уравнении (1) реакцию магнитного поля на движение жидкости, которая описывается слагаемым $[\mathbf{H} \operatorname{rot} \mathbf{H}]$. Заметим, что в слагаемом $\operatorname{rot}[\mathbf{V} \times \mathbf{H}]$ уравнения индукции (2) скорость \mathbf{V} является в этом случае известной функцией, найденной из уравнения (1). В то же время даже в такой постановке имеются значительные математические трудности, которые требуют использования численного моделирования. Это позволило при численном исследовании гидродинамической части системы уравнений (1)—(5) получить решения, которые качественно описывают пространственно-временные структуры наблюдаемых глобальных течений на Солнце: меридиональные и торсионные колебания, а также пространственно-временные вариации меридионального течения (см. детали в наших работах [7—9, 44]).

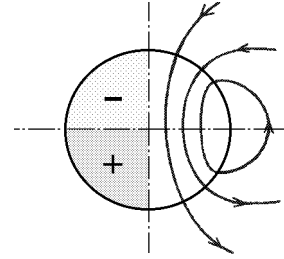
СТРУКТУРА КРУПНОМАСШТАБНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ И ГЛОБАЛЬНЫХ ТЕЧЕНИЙ В СКЗ

Введем сферическую систему координат (R, θ, φ) , начало которой находится в центре солнечной сферы с радиусом R_\odot , а полярная ось направлена вдоль оси вращения, совпадая с осью симметрии. Сферическим координатам радиусу R , полярному углу θ и азимуту φ отвечают единичные радиальный, широтный и азимутальный векторы $\mathbf{i}_R, \mathbf{i}_\theta$ и \mathbf{i}_φ . Тогда осесимметричное векторное глобальное гелиомагнитное поле \mathbf{H} можно записать в виде суммы тороидального \mathbf{H}_T и полоидального \mathbf{H}_P полей

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_T + \mathbf{H}_P, \quad \mathbf{H}_T = H_\varphi \mathbf{i}_\varphi, \quad \mathbf{H}_P = H_R \mathbf{i}_R + H_\theta \mathbf{i}_\theta, \quad (8)$$

где H_φ, H_R и H_θ — соответственно азимутальная, радиальная и широтная составляющие поля, не зависящие от азимута φ . Солнечный глобальный магнетизм порождается электрическими токами, сосредоточенными внутри высокопроводящей плазменной сферы $R = R_\odot$. Во внешнем пространстве $R > R_\odot$ с характеристиками вакуума электрические токи отсутствуют, поэтому там магнитное поле имеет потенциальный (бестоковый) характер. Заданные в сферической области векторные магнитные поля можно описать суперпозицией радиальных (шаровых) и поверхностных сферических функций. Это позволяет рассматривать наблюдаемые глобальные магнитные компоненты \mathbf{H}_P и \mathbf{H}_T как сумму отдельных полей (сферических гармоник), которым приписываются определенные степени мультипольности присоединенных полиномов Лежандра: диполь ($l = 1$), квадруполь ($l = 2$), октуполь ($l = 3$) и т. д. [35]. В нестационарном режиме гармоники с меньшими числами l затухают медленнее (быстрее растут), чем гармоники с более высокими числами l . Это объясняется тем, что геометрическая структура поля связана со степенью мультипольности. При увеличении l поле сильнее изменяется в пространстве (увеличивается неоднородность поля и соответственно уменьшается масштаб) и поэтому эффективнее происходит его омическая диссипация, которая приводит к затуханию поля. Вследствие этого при разложениях магнитного поля в математические ряды по сферическим функциям с течением некоторого времени в рядах будут преобладать гармоники с наименьшими индексами мультипольности. Действительно, анализ магнитографических наблюдений поверхностных, в частности полярных, магнитных структур Солнца свидетельствуют, что в минимуме активности структура полоидального поля близка к дипольной конфигурации [12]. В максимуме активности процессов пятнообразования происходит переплюсовка полоидального поля [46]. При этом в течение короткого времени (один-два года) конфигурация поля усложняется, что можно представить как появление мультипольных гармоник (квадруполь, октуполь и т. д.) [10, 28]. На спаде активности структура поля снова возвращается к дипольной, но с обратной полярностью поля [12].

Рис. 2. Первая антисимметричная сферическая гармоника полоидального поля. Правая полусфера — силовые линии дипольной гармоники ($l = 1$); левая полусфера — две широтные зоны с положительной и отрицательной полярностями наблюдаемого поверхностного (фонового) магнетизма, отвечающие глубинной структуре диполя



Таким образом, в течение большей части продолжительности цикла полоидальное поле \mathbf{H}_p можно описать диполем, антисимметричным по полярности (ориентации) относительно экваториальной плоскости (рис. 2).

Аналогично магнитному полю регулярное поле скоростей \mathbf{V} также можно представить в виде суммы аксиально-симметричной тороидальной скорости \mathbf{V}_T , которая описывает дифференциальное вращение, и полоидальной скорости \mathbf{V}_p (меридиональная циркуляция):

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_T + \mathbf{V}_p, \quad \mathbf{V}_T = V \mathbf{i}, \quad \mathbf{V}_p = V_R \mathbf{i}_R + V \mathbf{i}. \quad (9)$$

Здесь V , V_R и V — азимутальная, радиальная и широтная составляющие скорости.

МОДЕЛЬ ГЕНЕРАЦИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ СОЛНЦА ТОРОИДАЛЬНЫМИ ТЕЧЕНИЯМИ

Для изучения временного и пространственного поведения магнитного поля будем исходить из уравнения индукции (2) и закона Гаусса об отсутствии магнитного заряда (5). В качестве граничных условий для магнитного поля принимаем условие его непрерывности на границе фотосферы Солнца. Как и в работах [8, 9, 44, 45], мы будем задавать поле скоростей \mathbf{V} , найденное нами в рамках исследования глобальных течений Солнца, в следующем виде:

$$\mathbf{V}(R, \theta, \phi, t) = \mathbf{V}(R, \theta, t) + \mathbf{v}_i(R, \theta, \phi, t) \dots, \quad (10)$$

где $\mathbf{V}(R, \theta, t)$ — дифференциальное тороидальное вращение, профиль которого будем брать из данных гелиосейсмологических экспериментов [31], $\mathbf{v}_i(R, \theta, \phi, t)$ — глобальные течения Солнца, возникающие из-за потери гидродинамической устойчивости неравновесного тороидального течения \mathbf{V} , параметр ϵ — отношение максимального значения скорости глобальных течений к максимальному значению тороидальной скорости. Поскольку $|\mathbf{v}_i|/|\mathbf{V}| \ll 1$, и уравнение индукции (2) линейно, то магнитное поле также будем искать в виде

$$\mathbf{H}(R, \theta, \phi, t) = \mathbf{H}_0(R, \theta, t) + \epsilon \mathbf{H}_{rel}(R, \theta, \phi, t) + \epsilon^2 \mathbf{H}_{rel}^*(R, \theta, \phi, t) + \epsilon^2 \sum_i \mathbf{H}_i(R, \theta, \phi, t) \dots, \quad (11)$$

где $\mathbf{H}(R, \theta, t)$ — магнитные поля, порождаемые дифференциальным вращением Солнца и глобальными течениями конвективной зоны, \mathbf{H}_{rel} — реликтовое магнитное поле Солнца, захваченное при аккреции, \mathbf{H}_{rel}^* — магнитное поле, генерируемое при взаимодействии дифференциального вращения с реликтовым полем, \mathbf{H}_i — магнитное поле, возникающее при участии всех глобальных течений, включая дифференциальное вращение. Показатели степени малого параметра $\ll 1$ выбраны из соображений применимости модели кинематического динамо и предполагаемого значения магнитных полей, генерируемых различными глобальными течениями [7—9, 44]. В результате выражение, стоящее в уравнении (2) под знаком rot , примет вид:

$$\mathbf{V} \nabla \times \mathbf{H} + \mathbf{V} \nabla \times \mathbf{H}_0 + \frac{1}{2} \nabla^2 \mathbf{V} \times \mathbf{H}_{rel} + \frac{1}{2} \nabla^2 \mathbf{V} \times \mathbf{H}_{rel}^* + \frac{1}{2} \nabla^2 \mathbf{V} \times \mathbf{H}_i + \frac{1}{2} \mathbf{v}_i \nabla \times \mathbf{H}_0 + \dots, \quad (12)$$

В первом порядке по параметру ϵ из (2) получаем уравнение

$$\frac{1}{t} \text{rot}[\mathbf{V} \times \mathbf{H}_0] = 0, \quad (13)$$

где \mathbf{H}_0 — магнитное поле, порождаемое дифференциального вращения Солнца. Квадратичные по параметру ϵ уравнения индукции имеют вид

$$\frac{1}{t} \text{rot}[\mathbf{V} \times \mathbf{H}_{rel}^*] = \text{rot}[\mathbf{V} \times \mathbf{H}_{rel}], \quad (14)$$

$$\frac{1}{t} \text{rot}[\mathbf{V} \times \mathbf{H}_i] = \text{rot}[\mathbf{v}_i \times \mathbf{H}_0]. \quad (15)$$

Как уже отмечалось, в моделях солнечного гидромагнитного динамо важную роль играет энергетически мощное дифференциальное вращение, которое позволяет превращать слабое полоидальное магнитное поле в сильное тороидальное поле (α -эффект).

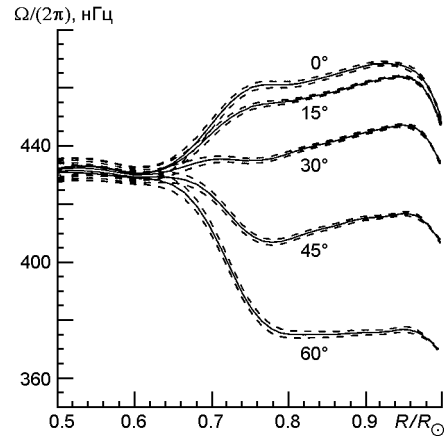
В данной работе мы остановимся только на исследовании уравнения (13), которое описывает α -эффект с учетом радиально-широтного профиля угловой скорости внутреннего вращения Солнца (рис. 3), полученного из гелиосейсмологических экспериментов [31]. В частности, видно, что под нижним основанием СКЗ в относительно тонком слое $R = (0.63 \dots 0.71)R_\odot$, который называется тахоклином, происходит монотонный резкий переход от дифференциального вращения СКЗ по гелиошироте к почти жесткому вращению лучистой зоны. Анализ уравнений (14) и (15) будет проведен в последующих работах.

В дальнейшем мы будем использовать уравнение (13), опуская в нем нижние индексы:

$$\frac{1}{t} \text{rot}[\mathbf{V} \times \mathbf{H}]. \quad (16)$$

В сферической системе координат это уравнение имеет вид

Рис. 3. Распределение по относительному радиусу усредненных по времени за 1995 — 1999 гг. угловых скоростей внутреннего вращения Солнца: результаты решения обратной задачи по данным гелиосейсмических наблюдений [31]. Пунктирными линиями обозначен коридор погрешностей. Цифры у кривых — значения гелиошироты * = 90 —



$$\frac{H_R}{t} - \frac{V}{R \sin} - \frac{H_R}{R} = 0,$$

$$\frac{H}{t} - \frac{V}{R \sin} - \frac{H}{R} = 0,$$

$$\frac{H}{t} - \frac{V}{R \sin} - \frac{H}{R} - H_R \frac{V}{R} - \frac{V}{R} - H \frac{V}{R} \text{ctg} - \frac{1}{R} \frac{V}{R} = 0. \quad (17)$$

Из выражения (17) видно, что при $H_R = H_R(R, t)$ и $H = H(R, t)$ возможно существование решения, которое линейно нарастает по времени $H = H(R, t) = \hat{H}(R, t)t$, $\hat{H}(R, t)$ — относительная амплитуда возбуждаемого тороидального поля. Указанную форму зависимостей $H_R = H_R(R, t)$ и $H = H(R, t)$ от пространственных координат и времени мы будем использовать в дальнейших исследованиях. Магнитные компоненты поля H_R, H и H должны удовлетворять уравнению Гаусса (5):

$$\text{div} \mathbf{H} = \frac{1}{R^2} \frac{\partial (R^2 H_R)}{\partial R} - \frac{1}{R \sin} \frac{\partial (\sin H)}{\partial \theta} - \frac{1}{R \sin} \frac{\partial H}{\partial \phi} = 0. \quad (18)$$

Выбранный вид решения удовлетворяет уравнению (18), что легко проверяется прямой подстановкой. Из третьего уравнения системы (17) получаем

$$H(R, t) = \hat{H}(R, t)t = H_R \frac{V}{R} - \frac{V}{R} - \frac{V}{R} \text{ctg} - \frac{1}{R} \frac{V}{R} t. \quad (19)$$

Поскольку $V(R, t) = R \sin \theta \hat{V}(R, t)$, то

$$\hat{H}(R, t) = H_R \sin \theta - \frac{\hat{V}(R, t)}{R} - H \cos \theta - \frac{\hat{V}(R, t) \sin \theta}{R}$$

$$H_R \sin \theta = H \cos \theta \frac{R}{R} \cos \theta \sin \theta - H_R R \sin \theta \frac{1}{R} H \sin \theta. \quad (20)$$

Из выражения (20) видно, что в области твердотельного вращения ($\theta = \text{const}$) — т. е. в области Солнца, лежащей ниже тахоклина, генерация тороидального магнитного поля не происходит. Этот результат хорошо согласуется с тем, что в магнитогидродинамическом приближении \mathbf{H} инвариантно по отношению перехода во вращающуюся систему координат [17].

Согласно правилу Гневывшева — Оля [2] наблюдаемую 22-летнюю модуляцию (вариацию) высот 11-летних циклов чисел Вольфа можно объяснить присутствием в недрах Солнца слабого реликтового квазипостоянного полоидального поля (см. также [14, 49]). Как отмечено выше, в течение большей части солнечного цикла в полоидальной магнитной компоненте преобладает дипольная гармоника. Поэтому в дальнейших преобразованиях мы принимаем для квазипостоянного по времени полоидального магнитного поля приближение диполя (рис. 2):

$$H_R(R, \theta) = H_0 \frac{2 \cos \theta}{R^3}, \quad H(R, \theta) = H_0 \frac{\sin \theta}{R^3}. \quad (21)$$

Здесь H_0 — нормировочная константа, которая соответствует величине магнитного поля на экваторе при относительном радиусе Солнца равном единице: $R = R/R_\odot = 1$.

Из подстановки выражения (21) в уравнение (20) получаем следующее выражение для относительной амплитуды возбуждаемого тороидального поля:

$$\hat{H}(R, \theta) = H_0 \frac{\sin 2\theta}{R^2} \frac{1}{R} \frac{(\sin \theta)^2}{R^3}. \quad (22)$$

ДИСКУССИЯ И ВЫВОДЫ

Результаты моделирования относительной амплитуды тороидального магнитного поля $\hat{H}(R, \theta)$ в СКЗ, возбуждаемого дифференциальным вращением, полученным из расшифровки гелиосейсмологических данных, представлены на рис. 4. Видно, что возбуждаемому тороидальному полю присущи существенные флуктуации его величины по полярному углу и глубине. Обращаем внимание на то, что моделирование -эффекта в данной работе велось в кинематической постановке задачи без учета в уравнении индукции (2) процессов джоулевой диссипации, турбулентной магнитной диффузии и магнитной плавучести.

чести, которые существенно ограничивают величину возбуждаемого магнитного поля. Как известно, скорость паркеровского магнитного всплывания поля U_B зависит от величины поля H и плотности плазмы: $U_B \propto H / (4\pi n)^{1/2}$. Вблизи солнечной поверхности, где плотность плазмы оказывается достаточно малой величиной, скорость всплывания U_B становится очень высокой, тогда как в глубоких плотных слоях эффективность плавучести в значительной степени уменьшается. Поэтому исследователи обычно полагают, что наиболее подходящее место локализации механизма возбуждения сильного тороидального поля дифференциальным вращением — глубинные слои СКЗ. В то же время тороидальные поля, возбуждаемые в неглубоких подфотосферных слоях, вследствие магнитной плавучести быстро выносятся на солнечную поверхность, не успев достигнуть значительной величины. Поскольку магнитные поля пятен определяются величиной напряженности всплывающего тороидального поля, то очевидно, что основной вклад в интенсивность пятнообразования дают сильные глубинные тороидальные поля.

Исходя из этого, проанализируем полученные нами профили распределения относительной величины тороидального поля по гелиошироте на разных глубинах (рис. 4): в области тахоклина ($R = 0.69$) и вблизи солнечной поверхности ($R = 1.00 \dots 0.985$). Видно, что в «королевской зоне» солнечных пятен ($\theta^* = 90^\circ - \theta = \pm 45^\circ$, $\theta = 0.8 \dots 2.4$ рад) направления рассчитанного тороидального поля возле дна СКЗ и в неглубоких приповерхностных слоях оказались противоположными. Как уже было отмечено выше, в рамках модели α -динамо наблюдаемые магнитные поля пятен рассматриваются в качестве трассеров всплывающего тороидального поля. Это значит, что, с учетом полученных нами результатов моделирования, биполярные магнитные группы пятен, порождаемые всплыванием магнитных силовых трубок из глубинных и приповерхностных слоев, должны иметь противоположные знаки головного и хвостового пятен. Без сомнения, сильные глубинные тороидальные поля в соответствии с классическими представлениями определяют наблюдаемое в цикле постоянное соотношение знаков биполярных групп пятен в каждой полусфере Солнца (закон магнитных полярностей Хейла [24]). Вместе с тем в работе [11] в результате обработки наблюдательных данных за 1988—2004 гг. из каталога Маунт-Вилсона обнаружено небольшое количество мигрирующих к экватору групп пятен, которые имели «неправильную полярность» биполярных групп. Авторы исследования [11] назвали их «нарушителями закона Хейла». Они рассматривают выявленный ими эффект первой основанной на наблюдениях оценкой важного соотношения регулярного и флуктуационного тороидальных полей в СКЗ, которая укладывается в представления современной теории динамо о возбуждении крупномасштабного (регулярного) магнитного поля Солнца при одновременном росте флуктуационного поля [58]. Мы полагаем, что полученные нами в результате моделирования неглубоко

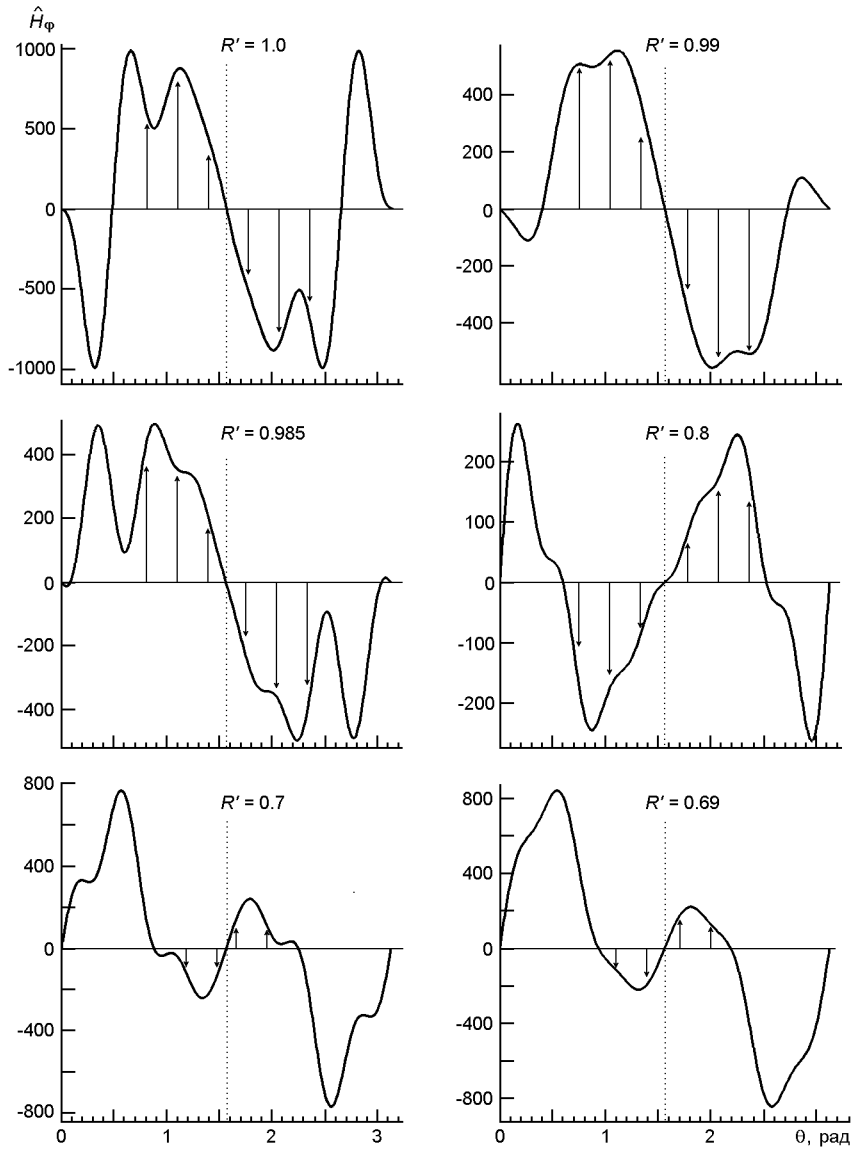


Рис. 4. Модельные зависимости относительной амплитуды азимутальной составляющей \hat{H}_ϕ (R') магнитного поля Солнца, возбуждаемой дифференциальным вращением от полярного угла (θ , значение $\theta = 1.57$ соответствует экватору) на различных глубинах ($R' = R/R_\odot = 1.0 \dots 0.69$). Стрелками указаны направления магнитного поля в «королевской зоне» пятен: $\theta = 0.8 \dots 2.4$ рад

залегающие флуктуационные тороидальные поля быстро всплывают на поверхность Солнца и тем самым обеспечивают «неправильную полярность» магнитных биполярных групп пятен, приводящую к нарушению закона Хейла.

Итог цикла наших работ последних лет, посвященных моделированию чисто гидродинамических процессов в СКЗ, состоит в следующем. Для возбуждения глобальных течений необходимо, чтобы пространственная структура дифференциального вращения в СКЗ удов-

летворяла критерию Рэля неустойчивости вращающейся жидкости (согласно которому величина радиального градиента угловой скорости должна быть больше некоторого критического значения).

Вместе с тем в настоящей работе в результате моделирования показано, что при наличии «затравочного магнетизма» генерация тороидальных магнитных полей в соответствии с классическими представлениями обеспечивается дифференциальным вращением без учета его неустойчивости. Однако, в отличие от классических результатов, мы обнаружили, что в приповерхностных слоях Солнца могут возбуждаться тороидальные поля с «неправильным» направлением, если принять во внимание гелиосейсмологические данные о широтно-радиальном распределении угловой скорости в СКЗ. Учет этих полей позволяет объяснить «неправильную полярность» магнитных биполярных групп пятен — отклонение от классического распределения Хейла полярностей головного и хвостового пятен в биполярных группах пятен.

1. Вайнштейн С. И., Зельдович Я. Б., Рузмайкин А. А. Турбулентное динамо в астрофизике. — М.: Наука, 1980.—352 с.
2. Гневнышев М. Н., Оль А. И. О 22-летнем цикле солнечной активности // Астрон. журн.—1948.—25, № 1. —С. 18—20.
3. Загородний А. Г., Черемных О. К. Введение в физику плазмы. — Киев: Наук. думка, 2014.—696 с.
4. Кременецкий І. О., Черемних О. К. Космічна погода: механізми і прояви. — Київ: Наук. думка, 2009.—144 с.
5. Криводубский В. Н. О турбулентной проводимости и магнитной проницаемости солнечной плазмы // Солн. данные.—1982.—№ 7.—С. 99—109.
6. Ладиков-Роев Ю. П., Черемных О. К. Математические модели сплошных сред. — Киев: Наук. думка, 2010.—552 с.
7. Логинов А. А., Криводубский В. Н., Черемных О. К., Сальников Н. Н. О пространственно-временной структуре глобальных течений на Солнце // Вісн. Київ. ун-ту. Астрономія.—2012.—48.—С. 54—57.
8. Логинов А. А., Сальников Н. Н., Черемных О. К., Криводубский В. Н., Маслова Н. В. Гидродинамическая модель генерации глобального полоидального течения на Солнце // Космічна наука і технологія.—2011.—17, № 1.—С. 29—35.
9. Логинов А. А., Черемных О. К., Криводубский В. Н., Сальников Н. Н. Гидродинамическая модель торсионных колебаний Солнца // Космічна наука і технологія.—2012.—18, № 1.—С. 74—81.
10. Макаров В. И., Кушнир М. В. О низких l -модах крупномасштабного магнитного поля Солнца // Солнеч. данные.—1987.—№ 7.—С. 64—69.
11. Хлыстова А. И., Соколов Д. Д. Тороидальное магнитное поле по данным о группах, нарушающих правило Хейла // Солнечная и солнечно-земная физика — 2008. — Санкт-Петербург: Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, 2008.—С. 373—374.
12. Altschuler M. D., Trotter D. F., Newkirk G., Howard R. The large-scale solar magnetic field // Solar Phys.—1974.—39.—P. 3—17.
13. Basu S., Antia H. M. Characteristics of solar meridional flows during solar cycle 23 // Astrophys. J.—2010.—717, N 1.—P. 488—495.
14. Boyer D. W., Levy E. H. Oscillating dynamo magnetic field in the presence of an external nondynamo field — The influence of a solar primordial field // Astrophys. J.—1984.—277.—P. 848—861.

15. *Braun D. C., Birc A. C.* Prospects for the detection of the deep solar meridional circulation // *Astrophys. J. Lett.*—2008.—**689**.—P. L161—L165.
16. *Brun A. S., Browning M. K., Dikpati M., Hotta H., Strugarek A.* Recent advances on solar global magnetism and variability // *Space Sci. Revs.*—2015.—**196**, N 1—4.—P. 101—136.
17. *Busse F. H.* Magnetohydrodynamics of the Earth's dynamo // *Annu. Rev. Fluid Mech.*—1978.—**10**.—P. 435—462.
18. *Charbonneau P.* Dynamo models of the solar cycle // *Living Rev. Solar Phys.*—2010.—**7**, N 3.—P. 1—91.
19. *Cheremnykh O. K., Yatsenko V. O., Semeniv O. V., Shatokhina Y. V.* Nonlinear dynamical model for space weather prediction // *Ukr. J. Phys.*—2008.—**53**, N 5.—P. 504—507.
20. *Choudhuri A. R., Schussler M., Dikpati M.* The solar dynamo with meridional circulation // *Astron. and Astrophys.*—1995.—**303**.—P. L29.
21. *Couette M.* Etudes sur le frottement des liquides // *Ann. Chem. Phys.*—1890.—**21**.—P. 433.
22. *Durrant Dale R.* Improving the anelastic approximation // *J. Atmos. Sci.*—1989.—**46**, N 11.—P. 1453—1461.
23. *Giles P. M., Duval T. L., Scherrer P. H., Bogart R. S. I.* A subphotospheric flow of material from the Sun's equator to its poles // *Nature*.—1997.—**390**.—P. 52—54.
24. *Hale G. E., Nicholson S. B.* The law of Sun-spot polarity // *Astrophys. J.*—1925.—**62**.—P. 270.
25. *Hathaway D. H.* Doppler measurements of the Sun's meridional flow // *Astrophys. J.*—1996.—**460**.—P. 1027—1033.
26. *Hathaway D. H.* The solar cycle // *Living Rev. Solar Phys.*—2015.—**12**, N 4.—P. 1—87.
27. *Hazra G., Karak B. B., Choudhuri A. R.* Is a deep one-cell meridional circulation essential for the flux transport solar dynamo? // *Astrophys. J.*—2014.—**782**, N 2.—P. 93 (12 p.).
28. *Howard R.* Studies of solar magnetic fields. I. The average field strengths // *Solar Phys.*—1974.—**38**.—P. 283—299.
29. *Howard R., LaBonte B. J.* The Sun is observed to be a torsional oscillator with a period of 11 years // *Astrophys. J.*—1980.—**239**.—P. L33—L36.
30. *Howe R., Christensen-Dalsgaard J., Hill F., Komm R. W., Larsen R. M., Schou J., Thompson M. J., Toomre J.* Deeply penetrating banded zonal flow in the solar convection zone // *Astrophys. J.*—2000.—**533**.—P. L163—166.
31. *Howe R., Christensen-Dalsgaard J., Hill F., Komm R. W., Larsen R. M., Schou J., Thompson M. J., Toomre J.* Dynamic variations at the base of the solar convection zone // *Science*.—2000.—**287**.—P. 2456—2460.
32. *Howe R., Christensen-Dalsgaard J., Hill F., Komm R., Schou J., Thompson M. J.* Solar convection-zone dynamics, 1995—2004 // *Astrophys. J.*—2005.—**634**.—P. 1405—1415.
33. *Kitchatinov L. L.* The solar dynamo: Inferences from observations and modelling // *Geomagn. and Aeronomy*.—2014.—**54**.—P. 867—876.
34. *Kosovichev A. G.* Probing solar and stellar interior dynamics and dynamo // *Adv Space Res.*—2008.—**41**.—P. 830—837.
35. *Krause F., Rädler K.-H.* Mean field magnetohydrodynamics and dynamo theory. —Oxford: Pergamon Press, Ltd., 1980.—271 p.
36. *Krivodubskij V. N.* Rotational anisotropy and magnetic quenching of gyrotropic turbulence in the solar convective zone // *Astron. Repts.*—**42**, N 1.—1998.—P. 122—126.
37. *Krivodubskij V. N.* The structure of the global solar magnetic field excited by the turbulent dynamo mechanism // *Astron. Repts.*—**45**, N 9.—2001.—P. 738—745.

38. *Krivodubskij V. N.* Turbulent dynamo near tachocline and reconstruction of azimuthal magnetic field in the solar convection zone // *Astron. Nachr.*—2005.—**326**, N 1.—P. 61—74.
39. *Kryvodubskij V. N.* Dynamo parameters of the solar convection zone // *Kinematics Phys. Celestial Bodies.*—2006.—**22**, N 1.—P. 1—20.
40. *Krivodubskij V. N.* Turbulent effects of sunspot magnetic field reconstruction // *Kinematics Phys. Celestial Bodies.*—2012.—**28**, N 5.—P. 232—238.
41. *Krivodubskij V. N.* Small scale alpha-squared effect in the solar convection zone // *Kinematics Phys. Celestial Bodies.*—2015.—**31**, N 2.—P. 55—64.
42. *Krivodubskij V. N.* Double maxima of 11-year solar cycles // *Kinematics Phys. Celestial Bodies.*—2017.—**33**, N 1.—P. 24—38.
43. *Ladikov-Roev Yu. P., Loginov A. A., Cheremnykh O. K.* Nonstationary model of solar spicule // *J. Automation and Inform. Sci.*—2014.—**46**, N 10.—P. 20—29.
44. *Loginov A. A., Cheremnykh O. K., Krivodubskij V. N., Salnikov N. N.* Hydrodynamic model of spatial and temporal variations of poloidal and toroidal components of three-dimensional solar flows // *Bull. Crim. Astrophys. Observ.*—2012.—**108**, N 1.—P. 58—63.
45. *Loginov A. A., Salnikov N. N., Cheremnykh O. K., Zyelyk Ya. I., Maslova N. V.* On the hydrodynamic mechanism of the generation of the global poloidal flux on the Sun // *Kinematics Phys. Celestial Bodies.*—2011.—**27**, N 5.—P. 217—223.
46. *Makarov V. I., Sivaraman K. R.* On the epochs of polarity reversals of the polar magnetic field of the Sun during 1870—1982 // *Bull. Astron. Soc. India.*—1986.—**14**.—P. 163—167.
47. *Nandy D., Choudhuri A. R.* Explaining the latitudinal distribution of sunspots with deep meridional flow // *Science.*—2002.—**296**.—P. 1671—1674.
48. *Newton H. W., Nunn M. J.* The Sun's rotation derived from sunspots 1934—1944 and additional results // *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*—1951.—**111**.—P. 413.
49. *Pudovkin M. I., Benevolenskaya E. E.* The quasisteady primordial magnetic field of the Sun and the intensity variations of the solar cycle // *Sov. Astron. Lett.*—1982.—**8**, N 8.—P. 273—274.
50. *Rayleigh J. W.* On the dynamics of revolving fluids // *Sci. Pap.*—1916.—**6**.—P. 447—453.—(Proc. Roy. Soc. London A.—1916.—**93**.—P. 148).
51. *Rüdiger G., Kitchatinov L. L.* Alpha-effect and alpha-quenching // *Astron. and Astrophys.*—1993.—**269**.—P. 581—588.
52. *Schwenn R.* Space weather: The solar perspective // *Living Rev. Solar Phys.*—2006.—**3**, N 2.—P. 1—72.
53. *Semeniv O. V., Sidorenko V. I., Shatokhina Y. V., Cheremnykh O. K., Yatsenko V. A.* Optimization approach to space weather prediction // *J. Automation and Inform. Sci.*—2008.—**40**, N 8.—P. 41—56.
54. *Snodgrass H. B., Dailey S. B.* Meridional motions of magnetic features in the solar photosphere // *Solar Phys.*—1996.—**163**.—P. 21—42.
55. *Taylor G. I.* Stability of a viscous liquid contained between two rotating cylinders // *Trans. Roy. Soc. London A.*—1923.—**223**.—P. 289.
56. *Vorontsov S. V., Christensen-Dalsgaard J., Schou J., Strakhov V. N., Thompson M. J.* Helioseismic measurement of solar torsional oscillations // *Science.*—2002.—**296**.—P. 101—103.
57. *Wang Y.-M., Sheeley N. R., Jr., Nash A. G.* A new solar cycle model including meridional circulation // *Astrophys. J.*—1991.—**383**.—P. 431—442.
58. *Zeldovich Ya. B., Ruzmaikin A. A., Sokoloff D. D.* Magnetic fields in astrophysics. — New York: Gordon and Breach, 1983.