

УДК 524.8+539

Р. Неоменко, Б. Новосядлий

Львівський національний університет імені Івана Франка,
вул. Кирила і Мефодія 8, м. Львів, 79005
bnovos@gmail.com, oz.rik@hotmail.com

Динаміка розширення Всесвіту у моделях з немінімально зв'язаною темною енергією

Розглянуто модель темної енергії з баротропним рівнянням стану, яка взаємодіє з темною матерією гравітаційно та іншою силою, що зумовлює обмін енергією-імпульсом між ними. Обидва компоненти описуються наближенням ідеальної рідини, параметрами якої є параметр густини, параметр рівняння стану та ефективна швидкість звуку. Розглянуто три види взаємодій між ними: взаємодію, незалежну від густин прихованих компонентів, взаємодію, пропорційну до густини енергії темної енергії і взаємодію, пропорційну до густини енергії темної матерії. На основі загальноковаріантних рівнянь збереження та рівнянь Айнштайна отримано рівняння, які описують динаміку розширення однорідного ізотропного Всесвіту та еволюцію густин обох компонентів для різних значень параметра взаємодії. Показано, що для цих трьох видів взаємодій є області значень параметрів темної енергії та сили взаємодії, для яких густини темної енергії, темної матерії та їхня сума можуть набувати від'ємних значень. Знайдено умови додатності густин енергії темної енергії і темної матерії. З цих умов встановлено обмеження на значення параметра взаємодії. Проаналізовано динаміку розширення Всесвіту з цими взаємодіями.

ДИНАМИКА РАСШИРЕНИЯ ВСЕЛЕННОЙ В МОДЕЛЯХ НЕМИНИМАЛЬНО СВЯЗАННОЙ ТЕМНОЙ ЭНЕРГИЕЙ, Неоменко Р., Новосядлий Б. — Рассмотрена модель темной энергии с баротропным уравнением состояния, которая взаимодействует с темной материей гравитационно и другой силой, что приводит к обмену энергией-импульсом между ними. Оба компонента описываются приближением идеальной жидкости, параметрами которой являются параметр плотности, параметр уравнения состояния и эффективная

скорость звука. Рассмотрены три вида взаимодействий между ними: взаимодействие, независимое от плотностей скрытых компонентов, взаимодействие, пропорциональное плотности энергии темной энергии и взаимодействие, пропорциональное плотности энергии темной материи. На основании общековариантных уравнений сохранения и уравнений Эйнштейна получены уравнения, описывающие динамику расширения однородной изотропной Вселенной и эволюцию плотностей обоих компонентов для различных значений параметра взаимодействия. Показано, что для этих трех видов взаимодействий есть области значений параметров темной энергии и силы взаимодействия, для которых плотности темной энергии, темной материи и их сумма могут приобретать отрицательные значения. Получены условия положительности плотностей энергии темной энергии и темной материи. Из этих условий установлено ограничение на значение параметра взаимодействия. Проанализирована динамика расширения Вселенной с этими взаимодействиями.

DYNAMICS OF EXPANSION OF THE UNIVERSE IN THE MODELS WITH NON-MINIMALLY COUPLED DARK ENERGY, by Neomenko R., Novosyadlyj B. — The dark energy model with barotropic equation of state, which interacts with dark matter by gravitation and by other force, which causes the energy-momentum exchange between them is considered. Both components are described by approximation of ideal fluid, parameters of which are parameter of density, parameter of equation of state, effective sound speed. The three types of interactions between them are considered: interaction independent from densities of dark components, interaction proportional to energy density of dark energy and interaction proportional to energy density of dark matter. Based on the general covariant conservation equations and Einstein's equations the equations which describe the dynamics of expansion of the homogeneous isotropic Universe and evolution of densities of both components for different values of interaction parameter are obtained. For these three kinds of interactions was shown that exist regions in values of parameters of dark energy and force of interaction for which the densities of dark energy, dark matter and their total density can take negative values. The conditions of positivity of energy density of dark energy and dark matter were found. From these conditions the constraints on value of parameter of interaction were derived. The dynamics of expansion of the Universe with these interactions was analyzed.

ВСТУП

Одним з найбільш популярних пояснень прискореного розширення Всесвіту є те, що воно спричинене деяким скалярним полем, для якого не виконується сильна умова енергодомінантності: ${}_{de} 3p_{de} < 0$. Розглядають різні моделі скалярного поля: квінтесенційне, фантомне,

квінтомне, тахіонне та інші більш екзотичні моделі скалярного поля [5, 8, 15]. Дуже часто для опису його впливу на розширення Всесвіту чи інші компоненти використовують гідродинамічне наближення — вони зображають поле деякою ідеальною рідиною з рівнянням стану $P_{de} = w_{de} \rho_{de}$, де w_{de} називається параметром рівняння стану. У найпростішому випадку величина $w_{de} < -1/3$ є сталою, але є більш загальні моделі, де параметр рівняння стану змінюється з часом. Крім того, є моделі, в яких скалярне поле взаємодіє негравітаційно з іншими полями [2, 3, 5, 7, 9, 12, 13, 23, 24]. У повному лагранжіані скалярного поля і полів, з якими воно взаємодіє, з'являється додатковий член, який містить як поле темної енергії, так і поля інших видів матерії. У загальному випадку цей лагранжіан можна записати у вигляді $L = L(X, \phi) + L_{int} = L(\dot{\phi}^2, \phi) + L(\phi, \psi_n)$, де $X = (1/2)g^{ik} \dot{\phi}_i \dot{\phi}_k$ — кінетичний член поля, ϕ — змінна скалярного поля, яке є темною енергією, ψ_n — поля інших видів матерії. Загалом невідомо, в якому вигляді брати L_{int} . Поки що немає жодного фізичного принципу чи якихось експериментальних даних, з яких можна було б вивести лагранжіан взаємодії скалярного поля темної енергії з іншими полями. Зараз робляться спроби побудувати єдину теорію поля, і скалярне поле повинно бути якимось зв'язане з іншими полями. Про можливість виявлення такої взаємодії та дані спостережень, які вказують на неї, див. у роботах [1, 3, 4, 7, 10, 11, 13, 14, 19, 20, 23].

Нижче ми аналізуємо вплив негравітаційної взаємодії між темною енергією і темною матерією на динаміку розширення Всесвіту і на еволюцію густин цих компонентів. Оскільки ми не знаємо вигляду лагранжіана скалярного поля, то описувати його поведінку будемо феноменологічно. Еволюцію однорідного ізотропного Всесвіту і його компонентів опишемо системою рівнянь Айнштайна і рівнянь, що виражають закони збереження енергії та імпульсу з врахуванням додаткової взаємодії між компонентами. Вважатимемо, що темна енергія негравітаційно взаємодіє лише з темною матерією, а з баріонною чи релятивістською матерією — тільки гравітаційно. Усі компоненти зобразимо у наближенні ідеальної рідини. За основу ми взяли модель темної енергії [15—18], яка була досліджена як мінімально зв'язана, що дає можливість виділити вплив взаємодії між темними складовими на динаміку розширення Всесвіту та еволюцію їхніх густин.

РІВНЯННЯ АЙНШТАЙНА І ЗАКОНИ ЗБЕРЕЖЕННЯ ДЛЯ НЕМІНІМАЛЬНО ЗВ'ЯЗАНИХ СКЛАДОВИХ ВСЕСВІТУ

Уже загально визнаними є такі властивості спостережуваного Всесвіту: однорідність, ізотропність, евклідовість 3-простору та прискорене розширення у великих масштабах. Метрика 4-простору такого світу — це метрика Фрідмана — Леметра — Робертсона — Вокера (ФЛРВ), яка у супутніх сферичних координатах в конформному зо-

браженні має вигляд

$$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k = a^2(t) [dt^2 - dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)], \quad (1)$$

де g_{ik} — діагональний метричний тензор з єдиною невідомою функцією $a(t)$, яка є масштабним множником, що описує розширення Всесвіту. Тут і далі індекси i, k, \dots набувають значень 0, 1, 2, 3, де x^0 -компонент завжди буде часовою змінною. У моделі Всесвіту з нульовою кривиною 3-простору (простір Евкліда) його зручно нормувати на одиницю в сучасну епоху: $a(t_0) = 1$. Перша і друга похідна цього множника по часу описують швидкість і прискорення розширення Всесвіту, тобто динаміку такого розширення. Змінна t — це конформний час, який пов'язаний із фізичним космологічним часом t простим диференціальним співвідношенням $cdt = a(t) dt$, c — швидкість світла. Велика сукупність незалежних спостережних даних (див. главу 1 у книзі [15]) вказує на те, що $da/dt > 0$ і $d^2a/dt^2 > 0$, або в конформному часі $\dot{a}/a > 0$ і $\ddot{a}/a - (\dot{a}/a)^2 > 0$, де тут і далі точкою позначено похідну d/dt . Традиційно в космології темп розширення Всесвіту описують відносною величиною H , яку називають параметром Габбла, а прискорення — безрозмірною величиною q , яку називають параметром сповільнення:

$$H = \frac{1}{a} \frac{da}{dt} = \frac{\dot{a}}{a}, \quad q = \frac{1}{aH^2} \frac{d^2a}{dt^2} = \frac{\ddot{a}}{a^3 H^2} - 1.$$

Рівняння Айнштайна 1915 р., які в загальному випадку мають вигляд

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = \frac{8G}{c^4} T_{ik}, \quad (2)$$

де R_{ik} — коваріантний тензор кривини Річчі, R — його згортка, скаляр кривини 4-простору, T_{ik} — сумарний коваріантний тензор енергії-імпульсу складових Всесвіту, дають рівняння для них. Тензор енергії-імпульсу задамо таким чином: вважатимемо, що Всесвіт однорідно заповнений нерелятивістською матерією — баріонною речовиною (b) та темною матерією (dm), релятивістською (r) — тепловим реліктовим випромінюванням та реліктовими нейтрино, а також темною енергією (de). Кожну будемо описувати тензором енергії-імпульсу ідеальної рідини:

$$T_{i(N)}^k = (c^2 \rho_{(N)} + p_{(N)}) u_i u^k - p_{(N)} \delta_i^k, \quad (3)$$

де $\rho_{(N)}$ — густина N -компонента, $p_{(N)}$ — його тиск, u_i — 4-вектор швидкості. Тоді рівняння Айнштайна дають рівняння для H і q :

$$H^2 = \frac{8G}{3} \rho_{(N)}, \quad (4)$$

$$qH^2 = \frac{4G}{3} (\rho_{(N)} - 3p_{(N)}), \quad (5)$$

які називають рівняннями Фрідмана. Тут і далі використано змінні, в яких $c = 1$. Для розв'язку цих рівнянь необхідно ще задати рівняння стану кожного компонента та негравітаційну взаємодію між ними, якщо така є. Задамо рівняння стану у вигляді $p_{(N)} = w_{(N)}$ із заданими відомими параметрами рівняння стану для нерелятивістського та релятивістського компонентів ($w_{dm} = w_b = 0, w_r = 1/3$) та невідомим — для темної енергії $w_{de} = w(a)$. Його ми знайдемо для скалярно-польової темної енергії з умови сталості величини відношення зміни тиску до густини енергії та конкретного виду негравітаційної взаємодії з темною матерією.

Для знаходження залежності густин від часу (чи від масштабного множника a) рівняння (4) і (5) необхідно доповнити рівняннями збереження для кожного компонента. У загальному випадку, якщо між компонентами, крім гравітаційної взаємодії, є інші види взаємодій, рівняння збереження енергії та імпульсу запишуться в такому вигляді:

$$T_{i;k}^{k(N)} = J_i^{(N)}, \quad J_i^{(N)} = 0, \quad (6)$$

де $J_i^{(N)}$ — 4-вектор зміни густини потоку енергії-імпульсу до/від компонента N внаслідок взаємодії з іншими компонентами, а «;» позначає коваріантну похідну по координаті x^k . Для мінімально зв'язаних компонентів $J_i^{(N)} = 0$. Друге рівняння в (6) є наслідком тотожностей Б'янкі. Далі вважатимемо, що негравітаційна взаємодія є тільки між темною енергією і темною матерією, тому ненульовими є тільки $J_i^{(de)}$ — для темної енергії і $J_i^{(dm)}$ — для темної матерії. З другого рівняння в (6) випливає, що

$$J_i^{(de)} = J_i^{(dm)} = J_i. \quad (7)$$

Тоді закони збереження для темної енергії і темної матерії запишуться в такому вигляді:

$$T_{i;k}^{k(de)} = J_i, \quad T_{i;k}^{k(dm)} = J_i. \quad (8)$$

Для баріонної матерії і релятивістської матерії закони збереження будуть з нульовим потоком енергії-імпульсу, зумовленим взаємодією, оскільки аналізуватимемо динаміку розширення Всесвіту у післярекомбінаційну епоху, коли вони рухаються вільно і взаємодіють тільки гравітаційно:

$$T_{i;k}^{k(b)} = 0, \quad T_{i;k}^{k(r)} = 0. \quad (9)$$

Рівняння збереження (8) і (9) для однорідного ізотропного Всесвіту містять тільки рівняння нерозривності, які у метриці (1) мають вигляд

$$\dot{\rho}_{de} + 3 \frac{\dot{a}}{a} \rho_{de} (1 - w) = J_0, \quad (10)$$

$$\dot{\rho}_{dm} + 3 \frac{\dot{a}}{a} \rho_{dm} = J_0. \quad (11)$$

Оскільки у великих масштабах Всесвіт однорідний та ізотропний, і не містить збурень, то 4-вектор потоку енергії-імпульсу J_i має тільки

один ненульовий компонент J_0 — зміну густини енергії за одиницю часу.

Аналогічні до (10) і (11) рівняння для баріонного та релятивістського компонентів з нульовими правими частинами дають добре відомі залежності: $\rho_b(a) = \rho_b^{(0)} a^{-3}$, $\rho_r(a) = \rho_r^{(0)} a^{-4}$, де верхній або нижній індекс (0) тут і надалі позначатиме величину в сучасну епоху.

Тепер розглянемо залежність параметра рівняння стану w від масштабного фактора a . Для цього введемо новий параметр — адіабатичну швидкість звуку $c_a^2 = \dot{p}_{de} / \dot{\rho}_{de}$. Тоді, використовуючи рівняння (10), отримаємо таке диференціальне рівняння для $w(a)$:

$$\frac{dw}{da} = \frac{3}{a} (1 - w)(w - c_a^2) - \frac{J_0}{a^2 H} (w - c_a^2). \quad (12)$$

В загальному випадку величина c_a^2 може залежати від часу, яку слід задати або отримати з відомих чи заданих інших фізичних властивостей темної енергії. В цій роботі ми покладаємо її сталою: $c_a^2 = \text{const} = 0$ [17]. Це рівняння необхідно розв'язувати спільно з рівняннями (10), (11) але для цього ще потрібно задати J_0 або вивести її з якихось міркувань (див. огляди [5, 6, 8]). Оскільки ми нічого не знаємо про таку взаємодію, то природньо припустити, що вона є функцією енергій цих двох компонентів:

$$J_0 = aHf(\rho_{de}, \rho_{dm}). \quad (13)$$

Для малих густин енергії вона може бути зображена як

$$J_0 = 3aH(\alpha_{de} \rho_{de} + \alpha_{dm} \rho_{dm}), \quad (14)$$

де α_{de} , α_{dm} — константи, що задають силу та знак взаємодії. Вважаємо, що взаємодія між темною енергією і темною матерією не повинна явно залежати від швидкості розширення Всесвіту і конформного часу τ . Тому вираз для взаємодії J_0 ми взяли у вигляді (13) і (14) з наявним у ньому множником aH , який і знімає явну залежність взаємодії між прихованими компонентами від параметра Габбла H і конформного часу τ , оскільки такий множник є у правій частині рівнянь (10), (11). Це добре видно, якщо в цих рівняннях перейти від диференціювання по τ до диференціювання по a :

$$\frac{\dot{a}}{a} = aH, \quad \left(\frac{d}{d\tau} = a^2 H \frac{d}{da} \right)$$

Зміна густин енергії темних компонентів в цьому випадку описується інтегрально-диференціальним рівнянням, яке можна розв'язати числовим методом. Тут розглянемо лише деякі часткові випадки такої взаємодії, для яких є аналітичні розв'язки:

$$\alpha_{de} = 0, \quad \alpha_{dm} = 0: \quad J_0 = 3 aH \rho_{cr}, \quad (15)$$

$$\alpha_{de} = 0, \quad \alpha_{dm} = 0: \quad J_0 = 3 aH \rho_{de}(a), \quad (16)$$

$$\alpha_{de} = 0, \quad \alpha_{dm} = 0: \quad J_0 = 3 aH \rho_{dm}(a), \quad (17)$$

де $\rho_{cr} = 3H_0^2 / 8 G$ — критична густина в сучасну епоху. Густини ком-

понентів у сучасну епоху зручно подавати в одиницях критичної через безрозмірний параметр густини $N : \frac{(0)}{N} \frac{c_a^2}{w_{cr}}$.

В літературних джерелах розглядаються також і інші види взаємодій, зокрема $J_0 \propto Q_{dm}$, де Q — скалярне поле, яке є темною енергією [2, 19, 21]. Її можна переписати у вигляді $J_0 = 3(a) a H_{dm}$, де залежить від a . Моделі з такою взаємодією та з взаємодією (17) розглянуто в роботах [3, 5].

Далі ми розглянемо три випадки (15)—(17) взаємодії між темною енергією і темною матерією (далі ТЕ-ТМ-взаємодія), які зводяться до аналітичних розв'язків рівнянь збережень (10) і (11) для густин енергії ТЕ і ТМ та рівняння (12) для параметра рівняння стану темної енергії.

Надалі ми будемо називати темну енергію квінтесенційною, якщо її густина зменшується у процесі розширення Всесвіту, а темну енергію, густина якої збільшується у процесі розширення Всесвіту — фантомною.

ТЕ-ТМ-ВЗАЄМОДІЯ, НЕЗАЛЕЖНА ВІД ГУСТИНИ ПРИХОВАНИХ КОМПОНЕНТІВ

Розглянемо взаємодію (15), яка не залежить від густин прихованих компонентів. В цьому випадку з рівнянь (10) і (12) для довільного J_0 випливає

$$de \frac{(0)}{de} \frac{w_0}{w} \frac{c_a^2}{c_a^2}, \quad (18)$$

і в результаті отримаємо таке рівняння для w :

$$\frac{dw}{da} = \frac{3}{a} (w - c_a^2) \left(1 - w \frac{cr}{(0)de} \frac{w}{w_0} \frac{c_a^2}{c_a^2} \right). \quad (19)$$

Це рівняння Ріккати, яке має частинний розв'язок $w = c_a^2$. За його допомогою знаходимо загальний розв'язок:

$$w(a) = \frac{(1 - c_a^2)[(1 - w_0)_{de} (1 - a^{3(1 - c_a^2)})]}{(1 - w_0)_{de} (w_0 - c_a^2)_{de} a^{3(1 - c_a^2)} (1 - a^{3(1 - c_a^2)})} - 1. \quad (20)$$

Видно, що характер еволюції параметра рівняння стану залежить від значень усіх параметрів темної енергії та параметра взаємодії. Причому, якщо $cr = 0$, то w прямує до $w^{(mc)}$ — параметра рівняння стану мінімально зв'язаної темної енергії [17]:

$$w^{(mc)}(a) = \frac{(1 - c_a^2)(1 - w_0)}{1 - w_0 - (w_0 - c_a^2)a^{3(1 - c_a^2)}} - 1.$$

Як бачимо, введення уже найпростішої взаємодії суттєво змінює характер еволюції параметра рівняння стану, що видно із порівняння рис. 1 із рис. 1 з роботи [17] та рис. 1 з роботи [18]. Зокрема, квінтесен-

ційна темна енергія може набувати у майбутньому властивостей, при яких $w < -1$, залишаючись при цьому квінтесенційною, тобто такою, густина якої зменшується у процесі розширення Всесвіту. І навпаки для фантомної. З урахуванням (18) і (20) рівняння збереження (10) і (11) мають точні аналітичні розв'язки:

$$\frac{d_{de}}{de}(a) = \frac{(mc)}{cr} \frac{1}{1 - c_a^2} a^{3(1 - c_a^2)}, \quad (21)$$

$$\frac{d_{dm}}{dm}(a) = \frac{(0)}{cr} a^3 (1 - a^3), \quad (22)$$

де $\frac{(mc)}{de}$ — відомий розв'язок для мінімально зв'язаної темної енергії (:

$$\frac{(mc)}{de}(a) = \frac{(0)}{de} \frac{(1 - w_0)a^{3(1 - c_a^2)} w_0 c_a^2}{1 - c_a^2}, \quad (23)$$

який є гладкою функцією a для довільних параметрів w_0 і c_a^2 [17]. Розв'язки (21) і (22) теж є гладкими функціями для $0 < a < \infty$ та довільних параметрів темної енергії. Вони допускають від'ємні значення густин енергії прихованих складових при певних значеннях параметрів темної енергії та параметра взаємодії. Умовою додатності густини енергії темної матерії для всіх a є умова того, що $0 < \frac{d_{dm}}{dm}$. Умовою додатності густини енергії квінтесенційної темної енергії для всіх a є умова $w_0 < c_a^2$, $\frac{d_{de}}{de}(c_a^2 - w_0) > 0$, а фантомної — $w_0 < -1$, $\frac{d_{de}}{de}(c_a^2 - w_0) < 0$ ($1 - w_0 > 0$). Таким чином, взаємодія (15) забезпечує додатні значення густин енергії прихованих компонентів тільки у діапазоні значень параметра взаємодії

$$0 < \min\left(\frac{d_{dm}}{dm}, \frac{d_{de}}{de}(c_a^2 - w_0)\right), \quad w_0 < c_a^2, \quad (24)$$

$$\max(0, \frac{d_{de}}{de}(c_a^2 - w_0)) < \min\left(\frac{d_{dm}}{dm}, \frac{d_{de}}{de}(1 - w_0)\right), \quad w_0 < -1, \quad (25)$$

у моделях з квінтесенційною та фантомною темною енергією відповідно. Цікаво, що у випадку квінтесенційної темної енергії розширення Всесвіту прямує до експоненціального та сталих густин енергії обох прихованих компонентів, а у випадку фантомної — до сингулярності Великий розрив при сталому значенні густини енергії темної матерії.

Проаналізуємо поведінку величин w і $\frac{d_{de}}{de}$ при розширенні Всесвіту з урахуванням умов (24) і (25). Для квінтесенційної темної енергії ($1 - c_a^2 > 0$) при $a \rightarrow 0$ маємо $w \rightarrow c_a^2$, $\frac{d_{de}}{de} \rightarrow 0$, а при $a \rightarrow \infty$ маємо

$$w = \frac{c_a^2 (w_0 - c_a^2) \frac{d_{de}}{de}}{(w_0 - c_a^2) \frac{d_{de}}{de}},$$

$$\frac{d_{de}}{de} = \frac{(c_a^2 - w_0) \frac{d_{de}}{de}}{1 - c_a^2} \cdot cr.$$

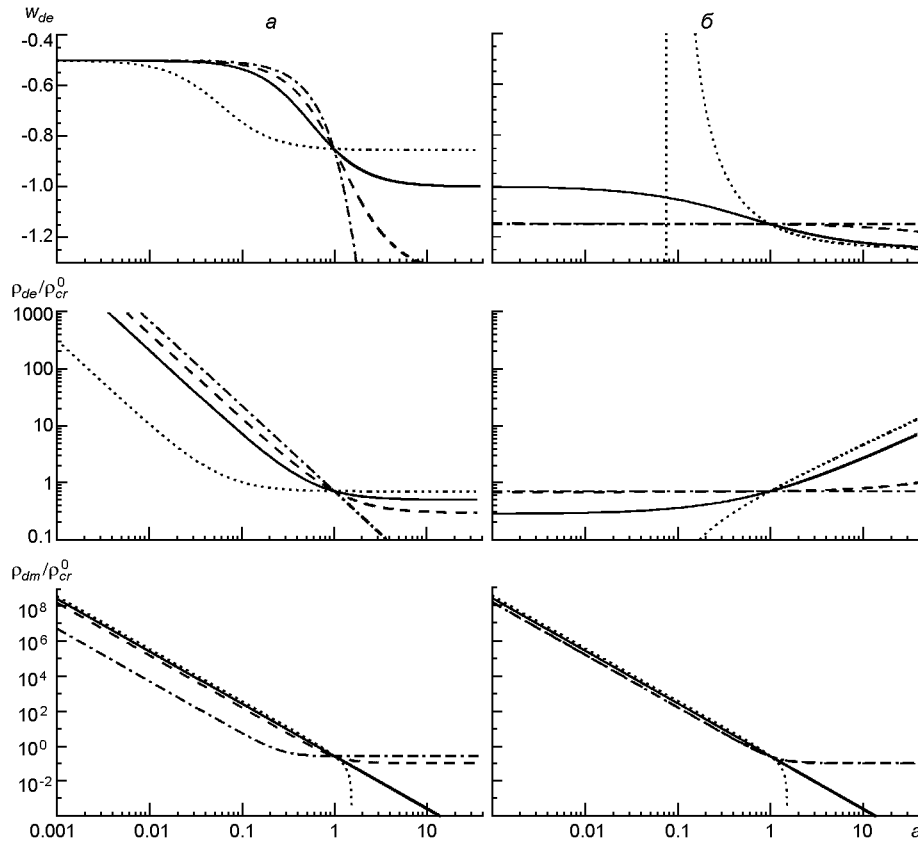


Рис. 1. Еволюція параметра рівняння стану темної енергії w , густини темної енергії ρ_{de} та густини енергії темної матерії ρ_{dm} при різних значеннях параметра взаємодії u (пунктир — $u = -0.1$, суцільна лінія — $u = 0$, штрихи — $u = 0.1$, штрих-пунктир — $u = 0.5$): a — квінтесенційна темна енергія ($w_0 = 0.85, c_a^2 = 0.5$), b — фантомна ($w_0 = 1.15, c_a^2 = 1.25$). Тут ρ_{cr}^0 — критична густина в сучасну епоху ($a = 1$), $\rho_{de} = 0.7, \rho_{dm} = 0.25$

Для фантомної темної енергії ($1 < c_a^2 < 0$) при $a \rightarrow 0$ маємо

$$w = \frac{c_a^2 (w_0 - c_a^2) \rho_{de}}{(w_0 - c_a^2) \rho_{de}},$$

$$\rho_{de} = \frac{(c_a^2 - w_0) \rho_{de}}{1 - c_a^2} \rho_{cr},$$

а при $a \rightarrow 0$ $w = c_a^2, \rho_{de} = \text{const}$. На рис. 1 приведено залежності величин w, ρ_{de} і ρ_{dm} від a в діапазоні його значень $[10^{-3}, 40]$. Видно, що при значенні параметра u на верхній межі для моделі з квінтесенційною темною енергією ($u = \rho_{de}(c_a^2 - w_0)$) при $a \rightarrow 0$ маємо $w = -1$. Для темної енергії з параметрами фантомної для верхньої межі ($u = \rho_{de}(1 - w_0)$) при $a \rightarrow 0$ маємо $w = \text{const}, \rho_{de} = \text{const}$, тобто темна енергія в цьому випадку подібна до космологічної сталої. Бачимо

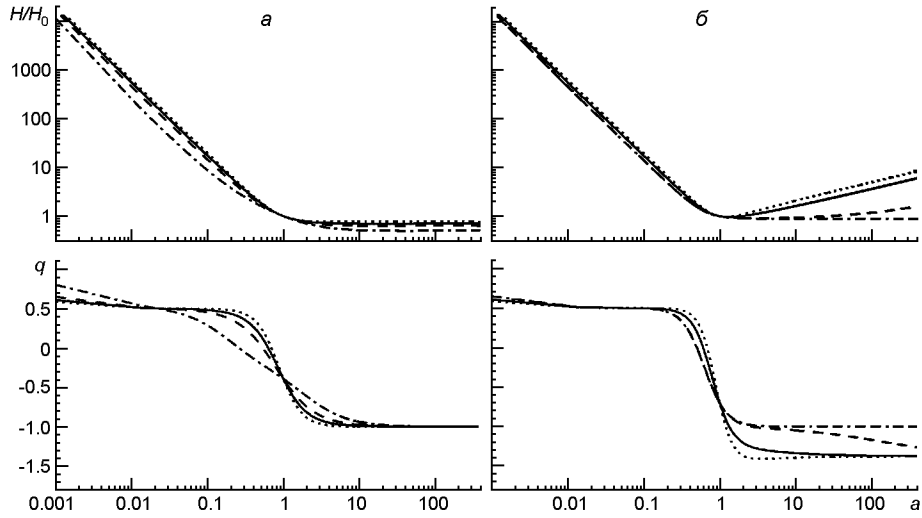


Рис. 2. Еволюція параметра Габбла H та параметра сповільнення q при різних значеннях параметра взаємодії u (пунктир — $u = -0.1$, суцільна лінія — $u = 0$, штрихи — $u = 0.1$, штрих-пунктир — $u = u_0$): a — модель з квінтесенційною темною енергією, b — з фантомною. Параметри моделей ті ж, що і на рис. 1

також, що при від’ємних u густина енергії темної матерії ρ_{dm} у процесі розширення Всесвіту спочатку є додатною, а потім стає від’ємною.

Розглянемо тепер вплив взаємодії (15) на динаміку розширення Всесвіту. Для цього підставимо у рівняння Фрідмана (4) і (5) знайдені вирази для густини енергії темної енергії (21) і темної матерії (22), а також вирази для густини енергії баріонної матерії $\rho_b^{(0)} a^{-3}$ і релятивістської матерії $\rho_r^{(0)} a^{-4}$. Розрахуємо величини H/H_0 і q для стандартної космологічної моделі з $w_{de} = 0.7$, $w_{dm} = 0.25$, $w_b = 0.05$, $\rho_r = 4.17 \cdot 10^{-5} / h^2$ та $h = H_0 / (100 \text{ км с}^{-1} \text{ Мпк}^{-1})$. Результати показано на рис. 2. Залежності величин H/H_0 , q від a приведено для діапазону його значень $[10^{-3}, 400]$. Тут при $u = -0.1, 0.0, +0.1$ для квінтесенційної темної енергії, коли $a \rightarrow 0$, то $H/H_0 \rightarrow 1$, $q \rightarrow 1$, а коли $a \rightarrow \infty$, то

$$H/H_0 = \frac{(c_a^2 - w_0)_{de}}{1 - c_a^2} c_a^{2-1/2}, \quad q = 1.$$

Для фантомної темної енергії, коли $a \rightarrow 0$, то $H/H_0 \rightarrow 1$, $q \rightarrow 1$, а коли $a \rightarrow \infty$, то $H/H_0 \rightarrow 1/2 (3/2)c_a^2$. Для верхніх меж параметра взаємодії u_0 для квінтесенційної темної енергії маємо $H/H_0 \rightarrow 1$, $q \rightarrow 1$ при $a \rightarrow 0$ і $H/H_0 \rightarrow (c_a^2 - w_0)^{1/2}$, $q \rightarrow 1$ при $a \rightarrow \infty$. Для темної енергії з верхньою межею u_0 з параметрами для фантомної ми маємо темну енергію зі сталими $w_i = w_{de}$. Для неї $H/H_0 \rightarrow 1$, $q \rightarrow 1$ при $a \rightarrow 0$ і $H/H_0 \rightarrow (w_0 - w_{de})^{1/2}$, $q \rightarrow 1$ при $a \rightarrow \infty$.

ТЕ-ТМ-ВЗАЄМОДІЯ, ПРОПОРЦІЙНА ДО ГУСТИНИ ТЕМНОЇ ЕНЕРГІЇ

Нехай вираз для густини потоку енергії J_0 є таким, як у (16). Тоді, підставляючи його в рівняння (12) для w , отримуємо

$$\frac{dw}{da} = \frac{3}{a}(1-w)(w-c_a^2) - \frac{3}{a}(w-c_a^2). \quad (26)$$

Це рівняння має точний аналітичний розв'язок

$$w_{de}(a) = \frac{(1-c_a^2)(1-w_0)}{1-w_0 + (w_0-c_a^2)a^{3(1-c_a^2)}} - 1, \quad (27)$$

де $w_0 = w(1)$ — початкова умова. Тепер, підставивши вираз (27) для w у вираз (18) для густини енергії ρ_{de} , отримуємо точний аналітичний розв'язок рівняння (10) для $\rho_{de}(a)$:

$$\rho_{de}(a) = \rho_{de}^{(0)} \frac{(1-w_0)a^{3(1-c_a^2)} - w_0 - c_a^2}{1-c_a^2}. \quad (28)$$

Як бачимо, залежності $w(a)$ і $\rho_{de}(a)$ мають три параметри $w_0, c_a^2, \rho_{de}^{(0)}$, які задають загальні властивості і тип темної енергії. Подивимося на поведінку w і ρ_{de} , коли $a \rightarrow 0$ і $a \rightarrow \infty$. Якщо $1-c_a^2 > 0$, то при $a \rightarrow 0$ маємо $w \rightarrow c_a^2$, $\rho_{de} \rightarrow \rho_{de}^{(0)}(c_a^2 - w_0)/(1-c_a^2)$, а при $a \rightarrow \infty$ маємо $w \rightarrow 1$, $\rho_{de} \rightarrow \rho_{de}^{(0)}(c_a^2 - w_0)/(1-c_a^2)$. Якщо ж $1-c_a^2 < 0$, то при $a \rightarrow 0$ маємо $w \rightarrow 1$, $\rho_{de} \rightarrow \rho_{de}^{(0)}(c_a^2 - w_0)/(1-c_a^2)$, а при $a \rightarrow \infty$ маємо $w \rightarrow c_a^2$, $\rho_{de} \rightarrow \rho_{de}^{(0)}(c_a^2 - w_0)/(1-c_a^2)$. При значеннях параметрів w_0, c_a^2 і $\rho_{de}^{(0)}$, для яких справедливі нерівності $w_0 - c_a^2 > (1-w_0)$, або $w_0 - c_a^2 < (1-w_0)$, залежність параметра рівняння стану темної енергії w від a має розрив 2-го роду. З означення w зрозуміло, що в цей час завжди гладка залежність $\rho_{de}(a)$ змінює знак у процесі розширення Всесвіту, тобто $\rho_{de}(a_0) = 0$ в точці

$$a_0 = \frac{1-w_0}{w_0 - c_a^2}^{1/[3(1-c_a^2)]}.$$

Тобто, розв'язок (28) допускає також $\rho_{de} < 0$. Ми вважатимемо, що густини енергії прихованих складових Всесвіту можуть бути тільки додатними як протягом його всього минулого і в сучасну епоху, так і завжди у майбутньому.

Для параметра рівняння стану і густини темної енергії бачимо тут нову поведінку, відмінну від випадку $w = 0$, детально вивченого в роботах [17, 18]. Межа значень w , яка розділяє квінтесенційну і фантомну моделі темної енергії, зміщається на величину параметра взаємодії і стає рівною $w_{phd} = 1$, якщо квінтесенційну темну енергію означити як таку, густина якої зменшується ($1-c_a^2 < 0$), а фантомну темну енергію як таку, густина якої збільшується ($1-c_a^2 > 0$) у процесі розширення Всесвіту.

Умова того, що $\frac{dm}{da} = 0$ при довільному $a > 0$, для квінтесенційної темної енергії є такою:

$$c_a^2 = w_0, \quad 1 = w_0, \quad (29)$$

а для фантомної темної енергії —

$$c_a^2 = w_0, \quad 1 = w_0. \quad (30)$$

Тепер знайдемо залежність густини енергії темної матерії ρ_{dm} від a . Підставивши вираз (28) у рівняння (11), отримаємо

$$\frac{d \rho_{dm}}{da} = \frac{3}{a} \rho_{dm} - \frac{3}{a} \rho_{de}^{(0)} (A a^{3(1-c_a^2)} - B), \quad (31)$$

де

$$A = \frac{1-w_0}{1-c_a^2}, \quad B = \frac{w_0 c_a^2}{1-c_a^2}. \quad (32)$$

Зауважимо, що права частина рівняння (31) є регулярною функцією для довільного скінченного значення $0 < a < \infty$ та довільних значень параметрів w_0, c_a^2 і $\rho_{de}^{(0)}$. У випадку $1 - c_a^2 = 0$, коли $\frac{dm}{da} = \text{const}$ і $w = w_0 = \text{const}$, розв'язком (31) є

$$\rho_{dm}(a) = \left(\frac{\rho_{dm}^{(0)}}{a^3} - \frac{\rho_{de}^{(0)}}{a^3} \right) a^3. \quad (33)$$

Умовою того, що $\frac{dm}{da} = 0$ для будь-якого $0 < a < \infty$, є обмеження області значень параметра взаємодії:

$$0 = \frac{dm}{da}. \quad (34)$$

Отже, в цьому окремому випадку $\frac{dm}{da} = \text{const}$ взаємодія між темною матерією і темною енергією виду (16) відбувається таким чином, що енергія перетікає від темної енергії до темної матерії. Темп перетікання спадає у процесі розширення Всесвіту і переходить на асимптотичний режим $J_0 = a H_0 \frac{\rho_{dm}^{(0)}}{\rho_{de}^{(0)}}$, так що $\frac{dm}{da} = \frac{\rho_{dm}^{(0)}}{\rho_{de}^{(0)}}$ при $a \rightarrow \infty$.

Загальним розв'язком рівняння (31) є

$$\rho_{dm}(a) = \left(\frac{\rho_{dm}^{(0)}}{a^3} - \frac{\rho_{de}^{(0)}}{a^3} \right) \frac{A}{c_a^2} - B a^3 + \frac{A}{c_a^2} a^{3(1-c_a^2)} - B. \quad (35)$$

Легко переконатися, що розв'язок є регулярним у всьому інтервалі $0 < a < \infty$ для довільних значень параметрів w_0, c_a^2 і $\rho_{de}^{(0)}$. Якщо $w_0 = c_a^2$, то $w = \text{const}$, і вирази для густин енергії темних компонентів (28) і (35) збігаються з відповідними виразами у роботі [1]. У частковому випадку $c_a^2 = 0$, який має місце для квінтесенційної темної енергії,

$$\rho_{de}(a) = (1 - w_0) \rho_{de}^{(0)} a^3 - (w_0) \rho_{de}^{(0)},$$

вираз (35) спрощується:

$$\rho_{dm}(a) = \left(\frac{\rho_{dm}^{(0)}}{a^3} - (1 - w_0) \rho_{de}^{(0)} \right) a^3 - (w_0) \rho_{de}^{(0)}. \quad (36)$$

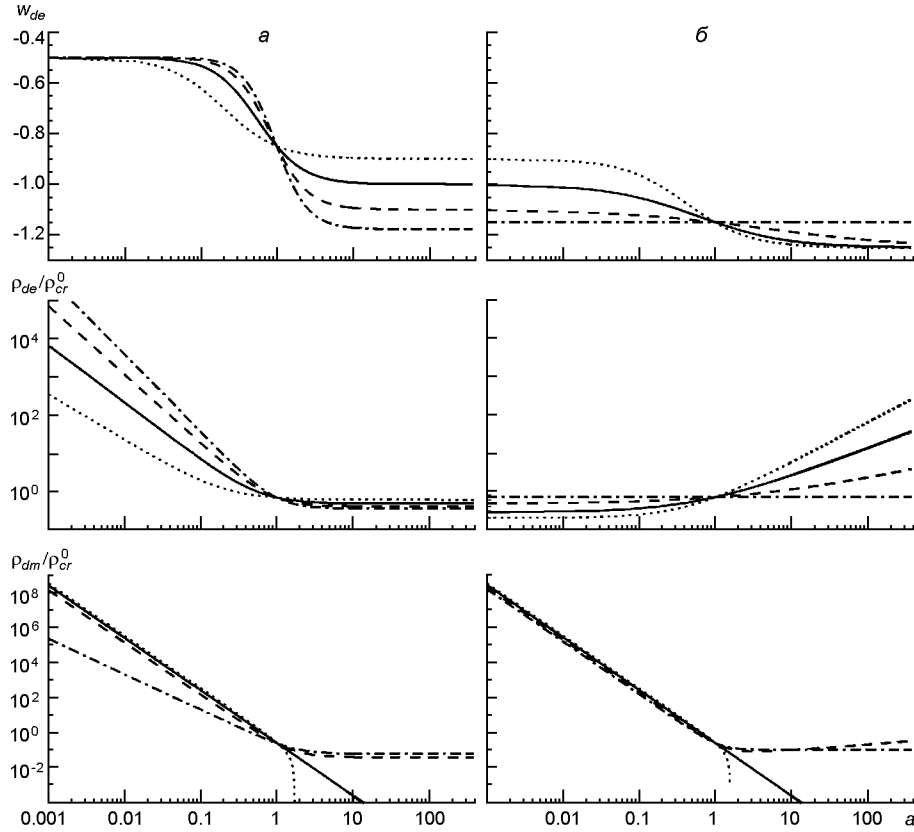


Рис. 3. Еволюція параметра рівняння стану темної енергії w , густини темної енергії ρ_{de} та густини енергії темної матерії ρ_{dm} при різних значеннях параметра взаємодії u (пунктир — $u = -0.1$, суцільна лінія — $u = 0$, штрихи — $u = 0.1$, штрих-пунктир — $u = 0$): a — квінтесенційна темна енергія ($w_0 = 0.85, c_a^2 = 0.5$), b — фантомна ($w_0 = 1.15, c_a^2 = 1.25$). Тут ρ_{cr}^0 — критична густина в сучасну епоху ($a = 1$), $\rho_{de}^0 = 0.7, \rho_{dm}^0 = 0.25$

Легко бачити, що в цьому випадку умова $\rho_{dm} > 0$ для довільного $0 < a < \infty$ разом з умовою $\rho_{de} > 0$ (29) виконується при

$$\max(0, 1 - w_0) < w_0. \quad (37)$$

та реалістичних значень параметра рівняння стану $w_0^2 < 4 \rho_{dm} / \rho_{de}$ [22].

Знайдемо область значення w_0 , при яких $\rho_{dm} > 0$ для довільного $0 < a < \infty$ та довільних параметрів темної енергії. У випадку квінтесенційної темної енергії з $\rho_{de} > 0$ значення густини енергії темної матерії ρ_{dm} завжди буде додатним за умови

$$\max(0, 1 - w_0) < \frac{c_a^2 \rho_{dm} / \rho_{de}}{1 - w_0 c_a^2 \rho_{dm} / \rho_{de}}, \quad 1 - w_0, \quad (38)$$

а у випадку фантомної — за умови

$$0 < \min(1 - w_0, \frac{c_a^2 \rho_{dm} / \rho_{de}}{1 - w_0 c_a^2 \rho_{dm} / \rho_{de}}), \quad 1 - w_0. \quad (39)$$

Тут враховано умови додатності густини енергії темної енергії (29) і (30). Верхню межу значення w з нерівностей (38) і (39) позначатимемо надалі w_u .

На рис. 3 показано залежності $w(a)$, $w_{de}(a)$ і $w_{dm}(a)$ для моделі Всесвіту з квінтесенційною (зліва) та фантомною (справа) темною енергією та трьома значеннями параметра взаємодії $\alpha = -0.1, 0.0, +0.1$, та його верхнього значення w_u . Параметри вибрані ті ж самі, що і на рис. 1. Вплив значення параметра взаємодії α на еволюцію параметра рівняння стану еквівалентний зміщенню лінії фантомного поділу ($w = -1$) на величину Δw . У випадку $\alpha > 0$, коли енергія перетікає від темної енергії до темної матерії, густина енергії квінтесенційної темної енергії зменшується швидше, а фантомної збільшується повільніше, ніж у випадку без взаємодії ($\alpha = 0$). У випадку квінтесенційної темної енергії густина енергії темної матерії прямує до сталого значення, а у випадку фантомної — повільно прямує до безмежності. Також бачимо, що для верхнього значення параметра взаємодії $\alpha_u = 1 - w_0$ для темної енергії з параметрами фантомної маємо випадок, який ми розглядали раніше, в якому величини w і w_{de} є сталими. У випадку $\alpha < 0$, коли енергія перетікає від темної матерії до темної енергії, густина енергії квінтесенційної темної енергії зменшується повільніше, а фантомної збільшується швидше, ніж у випадку без взаємодії. Густина енергії темної матерії в цьому випадку швидко зменшується, прямуючи до нуля та до від'ємних значень у майбутньому, що ми вважаємо нефізичним. Це означає, що взаємодія типу (16) може мати місце тільки при $\alpha > 0$.

Розглянемо тепер вплив взаємодії (16) на динаміку розширення Всесвіту. Підставивши вирази для густини енергії всіх компонентів у рівняння Фрідмана (4) і (5), отримаємо залежність величин H/H_0 і q від a . Результати представлено на рис. 4 для тих самих параметрів, що і на рис. 2: зліва — модель з квінтесенційною темною енергією, справа — з фантомною. На всіх панелях обох рисунків є також криві, що відповідають верхнім межам значень w з нерівностей (38) і (39). Тут ми бачимо, що для квінтесенційної темної енергії ($1 - c_a^2 > 0$) H/H_0

$\sim a^{-1}$, $q = 1$ при $a \rightarrow 0$ і $H/H_0 \sim a^{-1} B(1 - \alpha)$, $q = 1$ при $a \rightarrow 0$. Для фантомної ($1 - c_a^2 < 0$) H/H_0 $\sim a^{-1}$, $q = 1$ при $a \rightarrow 0$ і H/H_0 $\sim a^{-1}$,

$q = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}(c_a^2)$ при $a \rightarrow 0$. Для верхньої межі параметра взаємодії

($\alpha_u = 1 - w_0$), для темної енергії зі сталими w і w_{de} з параметрами фантомної $H/H_0 \sim a^{-1}$, $q = 1$ при $a \rightarrow 0$ і $H/H_0 \sim (w_0 - w_{de})^{1/2}$, $q = -1$

при $a \rightarrow 0$. Як бачимо, така взаємодія зі значеннями параметра α у встановлених вище межах впливає на динаміку розширення Всесвіту в минулі і сучасну епохи (на рисунку $a = 1$), але такий вплив не є великим. Це означає, що для встановлення спостережних обмежень величини α необхідні дані високої точності.

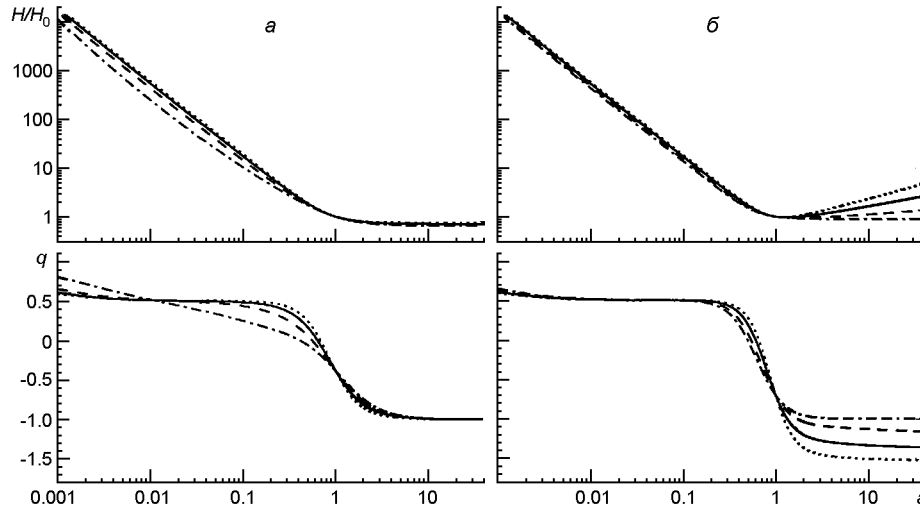


Рис. 4. Еволюція параметра Габбла H та параметра сповільнення q при різних значеннях параметра взаємодії w (пунктир — $w = -0.1$, суцільна лінія — $w = 0$, штрихи — $w = 0.1$, штрих-пунктир — $w = w_{\text{int}}$): a — квінтесенційна темна енергія, b — фантомна. Параметри моделей ті ж, що і на рис. 1

ТЕ-ТМ-ВЗАЄМОДІЯ, ПРОПОРЦІЙНА ДО ГУСТИНИ ТЕМНОЇ МАТЕРІЇ

Нехай тепер вираз для густини потоку енергії J_0 є таким, як у (17). Підставивши його у рівняння (11) для ρ_{dm} , отримаємо

$$\frac{d\rho_{dm}}{da} = \frac{3}{a} \rho_{dm} + \frac{3}{a} \rho_{dm} w. \quad (40)$$

Загальним розв'язком цього рівняння є вираз

$$\rho_{dm}(a) = \rho_{dm}^{(0)} a^{3(1+w)}. \quad (41)$$

Таким чином, густина енергії темної матерії завжди є гладкою функцією, що приймає тільки додатні значення для довільних $0 < a < \infty$ та w . У випадку $w > 0$ (перетікання енергії від темної енергії до темної матерії) густина енергії темної матерії зменшується повільніше для $w < 1$, ніж у випадку невзаємодіючих компонентів. Очевидно, що спостережувана великомасштабна структура Всесвіту та анізотропія реліктового випромінювання вказують на те, що $|w| \ll 1$.

Використовуючи формулу (18), отримуємо таке звичайне диференціальне рівняння для w :

$$\frac{dw}{da} = \frac{3}{a} (w - c_a^2) + w \frac{d \ln a^{3(1+w)}}{d \ln a} = \frac{3}{a} (w - c_a^2) + w \frac{c_a^2}{c_a^2}. \quad (42)$$

Як і у попередніх випадках, маємо рівняння Ріккати із частковим

розв'язком $w = c_a^2$, за допомогою якого можна легко знайти загальний розв'язок:

$$w(a) = \frac{1 - w_0 - (1 - c_a^2) \frac{dm}{de} \frac{1}{c_a^2} a^{3(c_a^2 - 1)}}{1 - w_0 - (1 - c_a^2) \frac{dm}{de} \frac{1}{c_a^2} a^{3(c_a^2 - 1)} - (w_0 - c_a^2) a^{3(1 - c_a^2)}} \quad (43)$$

Підставляємо його у вираз для ρ_{de} (18) і отримуємо

$$\rho_{de}(a) = \frac{(1 - w_0) a^{-3(1 - c_a^2)} c_a^2 - w_0}{1 - c_a^2} - \frac{dm}{de} \frac{1}{c_a^2} a^{3(c_a^2 - 1)} a^{-3(1 - c_a^2)} \quad (44)$$

Перш за все зауважимо, що отримані розв'язки для густини енергії темної матерії $\rho_{dm}(a)$ та темної енергії $\rho_{de}(a)$ є регулярними функціями у всьому діапазоні значень масштабного множника $0 < a < \infty$ для довільних значень параметрів темної енергії ρ_{de} , w_0 , c_a^2 та параметра взаємодії q . Справді, вираз (44) є скінченним як при $1 - c_a^2 = 0$, так і при $c_a^2 = 0$. У частковому випадку сталого w , коли $w_0 = c_a^2$, вираз (44) збігається з виразом для густини енергії темної енергії, приведеним у роботі [3].

Проаналізуємо поведінку $w(a)$ і $\rho_{de}(a)$ при $a \rightarrow 0$ і $a \rightarrow \infty$ з урахуванням умови $|q| \ll 1$. Якщо $1 - c_a^2 > 0$, то при $a \rightarrow 0$ маємо $w \rightarrow c_a^2$, $\rho_{de} \rightarrow \frac{(1 - w_0) c_a^2}{1 - c_a^2}$, а при $a \rightarrow \infty$ маємо $w \rightarrow 1$, $\rho_{de} \rightarrow \frac{(1 - w_0) c_a^2}{1 - c_a^2}$, і при $c_a^2 = w_0$

це асимптотичне значення густини темної енергії є додатним. Якщо ж $1 - c_a^2 < 0$, то при $a \rightarrow 0$ маємо $w \rightarrow c_a^2$, $\rho_{de} \rightarrow \frac{(1 - w_0) c_a^2}{1 - c_a^2}$, і при $a \rightarrow \infty$ маємо також $w \rightarrow c_a^2$, $\rho_{de} \rightarrow \frac{(1 - w_0) c_a^2}{1 - c_a^2}$. Отже, як і раніше, при $1 - c_a^2 > 0$ маємо квінтесенційну темну енергію, а при $1 - c_a^2 < 0$ — фантомну.

Запишемо тепер умови додатності для густини темної енергії ρ_{de} з урахуванням умови $|q| \ll 1$ для реалістичних значень параметрів w_0 , c_a^2 , c_a^{2de} , dm . Густина енергії ρ_{de} завжди є додатною, тільки якщо $0 < c_a^{2de} < 0$. Для квінтесенційної темної енергії при умові $w_0 = 1$ умови будуть такими:

$$w_0 = c_a^2, \quad 0 < 1. \quad (45)$$

Для фантомної темної енергії при $w_0 = 1$ умови є такі:

$$w_0 = c_a^2, \quad 0 < 1, \quad (46)$$

$$w_0 = c_a^2, \quad 0 < 1. \quad (47)$$

З умов (46), (47) бачимо, що при $q = 0$ фантомна темна енергія може бути завжди додатною тільки якщо $w_0 = c_a^2$.

З формули (43) бачимо, що є такі моделі, для яких w може перетинати межу -1 , коли величина ρ_{de} завжди додатна. Ми не наводимо тут

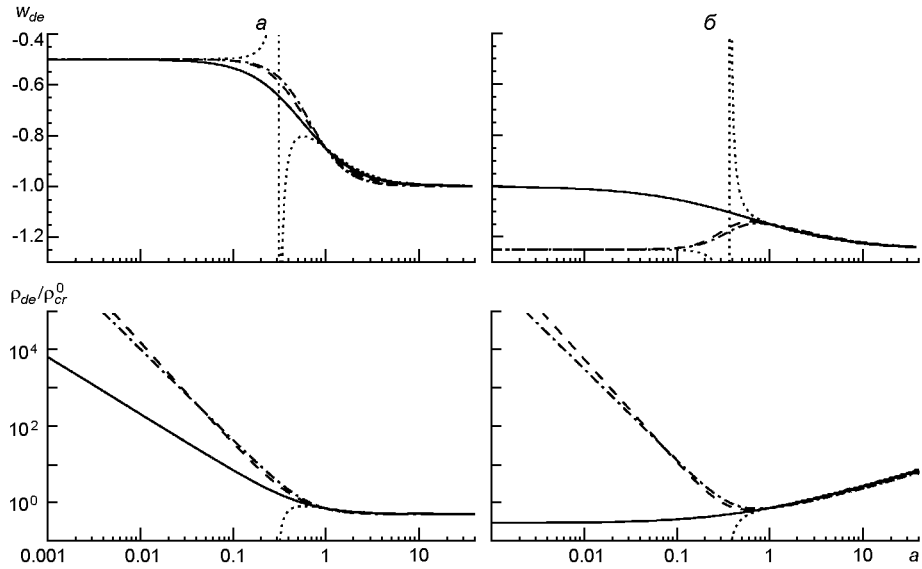


Рис. 5. Еволюція параметра рівняння стану темної енергії w , густини темної енергії ρ_{de} при різних значеннях параметра взаємодії (пунктир — $= -0.1$, суцільна лінія — $= 0$, штрихи — $= 0.1$, штрих-пунктир — $= 0.2$): a — квінтесенційна темна енергія, b — фантомна. Параметри ті ж самі, що і на рис. 1

умов додатності густини енергії темної енергії для них через їхню громіздкість і вузькість відповідної їм області значень параметрів.

На рис. 5 показано поведінку w і ρ_{de} для квінтесенційної темної енергії і фантомної, для тих самих значень параметрів, що і на рис. 1, при значеннях параметра взаємодії $= -0.1, 0.0, +0.1, +0.2$. Для додатних значень величина ρ_{de} є завжди додатною, і для квінтесенційної темної енергії монотонно спадаючою функцією до сталого значення при $a \rightarrow \infty$, а для фантомної вона спочатку зменшується до якогось мінімального значення, а потім знову збільшується до $+$ при $a \rightarrow \infty$. Для від'ємного значення $= -0.1$ як для квінтесенційної темної енергії, так і для фантомної ρ_{de} збільшується від $-$ до 0 і вище, тобто спочатку вона є від'ємною, і в процесі розширення стає додатною. При зміні знаку ρ_{de} на протилежний, як бачимо з графіків, w має розрив 2-го роду.

Тепер, маючи вирази для густин енергії компонентів, можна використати рівняння Фрідмана для аналізу впливу такої моделі взаємодії між прихованими компонентами на динаміку розширення Всесвіту. Вирази для густин енергії баріонної і релятивістської матерії беремо такими: $\rho_b = \rho_b^{(0)} a^{-3}$, $\rho_r = \rho_r^{(0)} a^{-4}$.

На рис. 6 показано еволюцію величин H/H_0 і q для тих самих значень параметрів, що і на рис. 1. За умови $|w| \ll 1$ для параметрів взаємодії $= -0.1, 0.0, +0.1, +0.2$ бачимо, що для квінтесенційної темної енергії $H/H_0 \rightarrow 1$, $q \rightarrow 1$ при $a \rightarrow \infty$, і

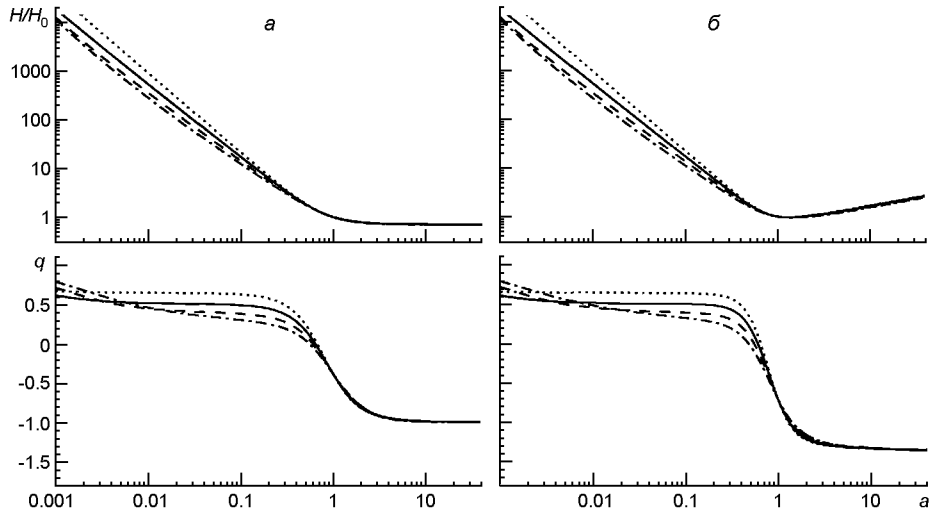


Рис. 6. Еволюція параметра Габбла H та параметра сповільнення q при різних значеннях параметра взаємодії (пунктир — $= -0.1$, суцільна лінія — $= 0$, штрихи — $= 0.1$, штрих-пунктир — $= 0.2$): a — квінтесенційна темна енергія, b — фантомна. Параметри моделей ті ж, що і на рис. 1

$$H/H_0 = \frac{w_0}{1} \frac{c_a^2}{c_a^2}^{1/2}, \quad q = -1$$

при $a \rightarrow 0$, а для фантомної — $H/H_0 \rightarrow 0$, $q \rightarrow 1$ при $a \rightarrow 0$ і $H/H_0 \rightarrow 0$, $q \rightarrow \frac{1}{2} - \frac{3}{2}c_a^2$ при $a \rightarrow \infty$. За умов додатності w_{de} , наведених вище, величина H^2 є завжди додатною. Видно, що це виконується для значень параметра взаємодії $= 0.0, +0.1, +0.2$. Для $= -0.1$, незважаючи на те, що w_{de} стає від'ємним, сумарна густина компонентів завжди залишається додатною, тому величина H^2 є завжди додатною, а q гладко переходить від $+1$ в ранньому Всесвіті до -1 у майбутньому у випадку квінтесенційної темної енергії, чи $(1 + 3c_a^2)/2$ у випадку фантомної.

ВИСНОВКИ

Проаналізовано динаміку розширення Всесвіту в космологічній моделі з динамічною темною енергією, яка взаємодіє з темною матерією гравітаційно та негравітаційно. Розглянуто три типи взаємодій, які зумовлюють обмін енергією-імпульсом між ними: незалежна від густин компонентів, пропорційна до густини темної енергії та пропорційна до густини темної матерії. Для всіх випадків отримано аналітичні залежності $w(a)$, $w_{de}(a)$ та $w_{dm}(a)$, які є точними розв'язками рівнянь збереження енергії для прихованих компонентів. Показано, що у всіх випадках залежності густин енергії від a є гладкими функціями, які за певних значень параметрів темної енергії та параметра взаємодії мо-

жуть приймати від'ємні значення. Для кожного випадку знайдено область значень параметрів, при яких густини енергій прихованих компонентів є додатними для довільного a . Спільним для всіх випадків є умова позитивності параметра взаємодії. У зображенні (15)—(17) це означає, що тільки у випадку взаємодії, при якій відбувається перетікання енергії від темної енергії до темної матерії, густина темної матерії завжди додатна, а густина темної енергії додатна, якщо значення параметра взаємодії не перевищує певної величини, знайденої для кожної моделі. Іншою спільною рисою таких моделей є ненульові асимптотичні значення густин прихованих компонентів при $a \rightarrow \infty$, якщо темна енергія є квінтесенційною. Якщо темна енергія є фантомною, то асимптотичне значення її густини енергії при $a \rightarrow \infty$ є сталим для всіх допустимих значень параметра взаємодії у моделях (15) і (16). У моделі (17), коли потік енергії пропорційний густині енергії темної матерії, можливі варіанти особливої поведінки фантомної темної енергії: $w_{de} \rightarrow 0$ при $a \rightarrow \infty$ і $w_{de} \rightarrow -1$, або ж $w_{de} = \text{const}$ при $w_0, c_a^2 < -1$ у моделях (15) і (16). Взаємодія, яка зумовлює перетікання енергії від темної матерії до темної енергії, завжди призводить до швидкого зменшення густини темної матерії до нуля та переходу у від'ємні значення, що вважаємо нефізичним розв'язком. Рис. 1, 3, 5 підтверджують ці висновки.

Вид взаємодії та величина параметра взаємодії між прихованими компонентами, як видно з рис. 2, 4 і 6, впливають на динаміку розширення Всесвіту — параметр Габбла та параметр сповільнення, що можна використати для встановлення типу та сили взаємодії, чи хоча б верхніх допустимих меж значення параметра взаємодії.

Роботу виконано в рамках проекту Міністерства освіти і науки України «Приховані компоненти та еволюційні стадії формування великомасштабної структури Всесвіту, галактик, зір і залишків наднових» (державний реєстраційний номер 0113U003059).

1. Abdalla E., Ferreira E. G. M., Quintin J., Wang B. New Evidence for Interacting Dark Energy from BOSS // 2014.—arXiv:1412.2777v2.
2. Amendola L. Coupled quintessence // Phys. Rev. D.—2000.—**62**.—043511.
3. Amendola L., Campos G. C., Rosenfeld R. Consequences of dark matter-dark energy interaction on cosmological parameters derived from type Ia supernova data // Phys. Rev. D.—2007.—**75**.—083506.
4. Amendola L., Quercellini C. Tracking and coupled dark energy as seen by the Wilkinson Microwave Anisotropy Probe // Phys. Rev. D.—2003.—**68**.—023514.
5. Amendola L., Tsujikawa S. Dark Energy: Theory and Observations. — Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2010.—491 p.
6. Bolotin Yu. L., Kostenko A., Lemets O. A., Yerokhin D. A. Cosmological evolution with interaction between dark energy and dark matter // Int. J. Mod. Phys. D.—2015.—**24**.—1530007.—132 p.
7. Caldera-Cabral G., Maartens R., Urena-Lopez L. A. Dynamics of interacting dark energy // Phys. Rev. D.—2009.—**79**.—063518.

8. *Copeland E. J., Sami M., Tsujikawa S.* Dynamics of dark energy // *Int. J. Mod. Phys. D.*—2006.—**15**, N 11.—P. 1753—1936.
9. *del Campo S., Herrera R., Olivares G., Pavon D.* Interacting models of soft coincidence // *Phys. Rev. D.*—2006.—**74**.—023501.
10. *Elahi P. J., Lewis G. F., Power C., et al.* Hidden from view: Coupled dark sector physics and small scales // *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*—2015.—**452**.—P. 1341—1352.
11. *Goncalves R. S., Carvalho G. C., Alcaniz J. S.* A low- z test for interacting dark energy // 2015.—arXiv:1507.01921v1.
12. *Gumjudpai B., Naskar T., Sami M., Tsujikawa S.* Coupled dark energy: towards a general description of the dynamics // *J. Cosmology and Astropart. Phys.*—2005.—06, 007.
13. *Guo Z. K., Ohta N., Tsujikawa S.* Probing the coupling between dark components of the universe // *Phys. Rev. D.*—2007.—**76**.—023508.
14. *La Vacca G., Kristiansen J. R., Colombo L. P. L., et al.* Do WMAP data favor neutrino mass and a coupling between cold dark matter and dark energy? // *J. Cosmology and Astropart. Phys.*—2009.—04, 007.
15. *Novosyadlyj B., Pelykh V., Shtanov Yu., Zhuk A.* Dark energy: observational evidence and theoretical models / Ed. V. Shulga. — Kyiv: Akadempriodyka, 2013.—380 p.
16. *Novosyadlyj B., Sergijenko O.* Scalar field models of dark energy with barotropic equation of state: properties and observational constraints from different datasets // *Proceedings of the 10th G. Gamow's Odessa Astronomical Conference-Summer School Astronomy and Beyond: Cosmomicrophysics, Cosmology and Gravitation, Astrophysics, Radio Astronomy and Astrobiology.* — Odessa: Астропринт, 2010.—P. 12—21.
17. *Novosyadlyj B., Sergijenko O., Apunevych S., Pelykh V.* Properties and uncertainties of scalar field models of dark energy with barotropic equation of state // *Phys. Rev. D.*—2010.—**82**.—103008.
18. *Novosyadlyj B., Sergijenko O., Durrer R., Pelykh V.* Do the cosmological observational data prefer phantom dark energy? // *Phys. Rev. D.*—2012.—**86**.—083008.
19. *Penzo C., Maccio A. V., Baldi M., et al.* Effects of coupled dark energy on the Milky Way and its satellites // 2015.—arXiv:1504.07243v1.
20. *Pollina G., Baldi M., Marulli F., Moscardini L.* Cosmic voids in coupled dark energy cosmologies: the impact of halo bias // 2015.—arXiv:1506.08831v1.
21. *Pourtsidou A., Skordis C., Copeland E. J.* Models of dark matter coupled to dark energy // *Phys. Rev. D.*—2013.—**88**.—083505.
22. *Sergijenko O., Novosyadlyj B.* Sound speed of scalar field dark energy: Weak effects and large uncertainties // *Phys. Rev. D.*—2015.—**91**.—083007.
23. *Wei H., Zhang S. N.* Observational $H(z)$ data and cosmological models // *Phys. Lett. B.*—2007.—**644**.—P. 7—15.
24. *Zimdahl W., Pavon D., Chimento L. P.* Interacting quintessence // *Phys. Lett. B.*—2001.—**521**.—P. 133—138.

Стаття надійшла до редакції 08.10.15