

УДК 523.9;523.62-726;523.4-854;524.5;551.510.537;533.951

**П. П. Маловичко**Главная астрономическая обсерватория Национальной академии наук Украины  
ул. Академика Заболотного 27, Киев, 03680  
malovich@mao.kiev.ua**Свойства диспергирующих альвеновских волн.  
3. Гидродинамика (плазма очень низкого,  
промежуточного и низкого давлений)**

*В гидродинамическом приближении исследуется поведение диспергирующих альвеновских волн (ДАВ), включая инерциальные и кинетические альвеновские волны, в астрофизической плазме очень низкого, промежуточного и низкого давлений. Получены новые полные решения. Проведен анализ и сравнение результатов с кинетическим подходом. Показано, что в отличие от кинетического подхода, в рамках гидродинамического подхода для плазмы очень низкого, промежуточного и низкого давлений удастся получить одно общее решение для ДАВ. В области слабого затухания волн кинетические и гидродинамические решения согласуются очень хорошо, однако есть области параметров, где решения существенным образом отличаются. Проанализировано влияние параметров астрофизической среды на поведение и свойства ДАВ. Получены все основные характеристики волн — дисперсия, затухание, поляризация, возмущения плотности, возмущения плотности заряда, учет которых очень важен для наблюдения и регистрации таких волн, а также для более правильного понимания поведения и роли таких волн в различных астрофизических процессах, протекающих в космической среде.*

*ВЛАСТИВОСТІ ДИСПЕРСИВНИХ АЛЬВЕНІВСЬКИХ ХВИЛЬ. 3. ГІДРОДИНАМІКА (ПЛАЗМА ДУЖЕ НИЗЬКОГО, ПРОМІЖНОГО ТА НИЗЬКОГО ТИСКУ), Маловічко П. П. — У гідродинамічному наближенні досліджується поведінка дисперсивних альвенівських хвиль (ДАХ), які включають інерційні та кінетичні альвенівські хвилі, у астрофізичній плазмі дуже низького, проміжного та низького тиску. Одержані нові повні рішення. Проведено аналіз та порівняння ре-*

зультатів з кінетичним підходом. Показано, що на відміну від кінетичного підходу, у рамках гідродинамічного підходу для плазми дуже низького, проміжного та низького тиску вдається отримати одне повне рішення для ДАВ. В області слабкого затухання хвиль кінетичні та гідродинамічні рішення узгоджуються дуже добре, однак є області параметрів, де рішення суттєвим чином різняться. Проаналізовано вплив параметрів астрофізичного середовища на поведінку та властивості ДАХ. Отримано усі основні характеристики хвиль — дисперсію, затухання, поляризацію, збурення густини, збурення густини заряду, врахування яких дуже важливе для спостережень та реєстрації таких хвиль, а також для більш адекватного розуміння поведінки та ролі таких хвиль у різноманітних астрофізичних процесах, що відбуваються у космічному середовищі.

*SOME PROPERTIES OF STRONG DISPERSIVE ALFVEN WAVES. 3. HYDRODYNAMICS (VERY LOW, INTERMEDIATE AND LOW PRESSURE PLASMA), by Malovichko P. P. — The behaviour of strong dispersive Alfven waves (SDAW) is investigated in hydrodynamic approximation, including inertial and kinetic Alfven waves, in very low, intermediate and low pressure astrophysical plasma. A new full solution is obtained. Our results are analyzed and compared with the results for the kinetic approach. It is shown that, as opposed to kinetic approach, in the framework of hydrodynamic one, in a very low, intermediate and low pressure plasma one general solution for SDAW can be obtained. In a very low damping region, kinetic and hydrodynamic solutions agree very well, but there are parameter regions where the solutions are essentially different. The influence of astrophysical environment parameters on the SDAW behaviour and properties is analyzed. All of the main wave characteristics, namely, dispersion, damping, polarization, density perturbation, charge density perturbation, are obtained. Their consideration is very important for observations and detection of these waves as well as for more correct understanding of the behaviour and role of such waves in various astrophysical processes of cosmic environment.*

## **ВВЕДЕНИЕ**

Как отмечалось в работах [1, 2, 8, 10], альвеновские волны играют более существенную роль в динамических процессах, протекающих в астрофизической плазме, чем это было принято считать. Действительно, есть продолжение альвеновской ветви в область малых поперечных волновых векторов, где альвеновские волны обладают уникальными свойствами. Уникальность этих свойств позволяет считать альвеновские волны одними из наиболее перспективных источников переноса энергии и нагрева частиц космической среды [6, 9, 17, 20], а также рассматривать их как очень эффективный механизм ускорения

заряженных частиц [5, 11, 12, 14]. Следует отметить, что альвеновские волны могут играть важную роль в процессах формирования солнечных факелов [19] и спикул [18], в пересоединении магнитного поля [16] и формировании вспышки [4], в хвостах комет [7], в образовании конвективных ячеек [13], каверн [3], пузырей [15] и т. д.

Как показывают теоретические исследования, решения, полученные из уравнений идеальной магнитной гидродинамики, являются приближенными. Более точные решения, учитывающие тепловые движения частиц и малые поперечные масштабы длин волн, выявили, что поведение альвеновских волн существенно зависят от параметров среды. Кроме того, для альвеновских волн с малыми поперечными масштабами длин волн характерны продольные электрические поля, сжатия магнитного поля, возмущения плотности, что кардинальным образом отличает их от обычного представления о свойствах альвеновских волн [1, 2, 8, 10]. Поэтому при рассмотрении таких волн часто используют термины инерциальные альвеновские волны (ИАВ) (плазма очень низкого давления), кинетические альвеновские волны (КАВ) (плазма низкого давления), которые можно объединить одним названием диспергирующие альвеновские волны (ДАВ).

При исследовании свойств диспергирующих альвеновских волн прежде всего необходим учет теплового движения частиц. Гидродинамические модели широко используются при анализе волновых процессов, а также при моделировании различных астрофизических явлений, однако в этих моделях не всегда удается достаточно обоснованно учитывать тепловые эффекты. Действительно, при пренебрежении тепловыми движениями частиц бесконечная цепочка моментов функции распределения частиц легко обрывается, и переход к гидродинамическому способу описания плазмы не представляет большого труда. В этом случае результаты гидродинамического и кинетического подходов прекрасно согласуются. Для того чтобы учесть тепловые эффекты и оборвать бесконечную цепочку зацепляющихся уравнений, обычно задают уравнение состояния плазмы — изотермическое, адиабатическое и т. д. В большинстве случаев достаточно четко обосновать выбор того или иного уравнения состояния очень сложно, а отличия подходов весьма существенны, так как, например, даже значения скорости звука в каждом из этих подходов могут различаться в несколько раз.

В работе [1] отмечены различия дисперсий кинетических альвеновских волн, получаемых в кинетическом и гидродинамическом подходах. С учетом особой роли и важности гидродинамических моделей при моделировании астрофизических процессов и явлений представляется весьма актуальным и интересным сравнить результаты теоретических расчетов свойств диспергирующих альвеновских волн, получаемых при гидродинамическом подходе и более точном кинетическом подходе и выяснить степень таких различий. Тем более, как будет показано ниже, в рамках гидродинамического подхода, в отли-

чие от кинетического, удастся получить общее решение для плазмы очень низкого, промежуточного и низкого давлений.

Данная работа посвящена подробному исследованию свойств диспергирующих альвеновских волн в плазме очень низкого, промежуточного и низкого давлений с использованием гидродинамических уравнений. В работе охвачены практически все возможные случаи, когда поведение альвеновских волн может отличаться от «классического». Особо отметим, что при вычислениях не используется двухпотенциальное приближение, которое не представляется достаточно обоснованным, хотя часто используется для облегчения вычислений, также не используется иногда применяемое условие нейтральности плазмы. Для получения результатов в использовании этих приближений и упрощений нет необходимости.

## ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

### *Дисперсионное уравнение для диспергирующих альвеновских волн.*

Для получения дисперсии в гидродинамическом подходе будем использовать такое же дисперсионное уравнение, записанное в удобном для исследования дисперсии диспергирующих альвеновских волн виде, как и в кинетическом подходе [1]:

$$\frac{[(k_z c)^2_{zz} (k_x c)^2_{xx} 2(k_x k_z c)^2_{xz}][(kc)^2_{yy}{}^2] [k_z c_{yz} k_x c_{xy}]^2}{[(k_x c)^2_{zz} (k_z c)^2_{xx} 2(k_x k_z c)^2_{xz}][(kc)^2_{yy}{}^2]_{xx} (k_z c)^2_{yz} (k_x c)^2_{xy} 2 k_x k_z c_{yz} k_x c_{xy}^2} \quad (1)$$

где  $k, k_z, k_x$  ( $k_z = k_{||}, k_x = k_{\perp}$ ) — модуль и проекции волнового вектора на направления вдоль и поперек магнитного поля (волновой вектор лежит в плоскости  $xz$ ),  $\omega$  — частота волны,  $\epsilon_{ij}$  — тензор диэлектрической проницаемости,  $c$  — скорость света.

Отметим, что при получении уравнения (1) не было использовано никаких приближений и упрощений, поэтому дисперсионное уравнение (1) полностью эквивалентно исходному общему уравнению [1] и пригодно для получения как дисперсии альвеновских волн, так и магнитозвуковых, ионно-звуковых, вистлеров и т. д.

**Уравнение движения среды, тензор диэлектрической проницаемости.** Из гидродинамических моделей выберем двухжидкостную модель с постоянной температурой, которая наиболее точно согласуется с кинетической моделью. Пренебрегая силой трения  $\mathbf{R}$ , тензором вязких напряжений  $\mathbf{T}$ , теплопроводностью, притоком тепла и считая, что  $T = \text{const}$ , для этой модели имеем

$$\frac{n}{t} - n \mathbf{v} = 0,$$

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{1}{n m} p - \frac{e}{m} E - \frac{1}{c} [\mathbf{v} \mathbf{B}], \quad (2)$$

$$p = n T,$$

$$T = \text{const},$$

где  $n$ ,  $p$ ,  $T$  — плотность, давление и температура частиц сорта  $\alpha$ ,  $\mathbf{v}$  — гидродинамическая скорость частиц сорта  $\alpha$  ( $\alpha = e, i$  — соответственно электроны и протоны).

Для исследования характеристик волн необходимо вычислить тензор диэлектрической проницаемости. Рассмотрим однородную замагниченную электронно-протонную плазму. Проводя стандартную процедуру линеаризации системы гидродинамических уравнений (2), выполняя преобразование Фурье и решая систему полученных уравнений, легко находим токи, а следовательно, и тензор диэлектрической проницаемости:

$$\begin{aligned} \epsilon_{xx} &= 1 - \frac{p}{B} \frac{\omega^2}{\omega_p^2}, \\ \epsilon_{xy} &= \epsilon_{yx} = i \frac{p}{B} \frac{\omega^2}{\omega_p^2}, \\ \epsilon_{yy} &= 1 - \frac{p}{B} \frac{\omega^2}{\omega_p^2} \frac{k^2 T / m}{k_z^2 T / m} / A_k, \\ \epsilon_{xz} &= \epsilon_{zx} = \frac{p}{B} \frac{\omega^2}{\omega_p^2} \frac{k k_z T / m}{k_z^2 T / m} / A_k, \\ \epsilon_{yz} &= \epsilon_{zy} = i \frac{p}{B} \frac{\omega^2}{\omega_p^2} \frac{k k_z T / m}{k_z^2 T / m} / A_k, \\ \epsilon_{zz} &= 1 - \frac{p}{B} \frac{\omega^2}{\omega_p^2} \frac{[1 - (k / B)^2 z]}{k_z^2 T / m} / A_k, \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$A_k = 1 - (k / B)^2 (k^2 T / m) / (k_z^2 T / m),$$

$$z = (k^2 T / m) / \frac{\omega^2}{B},$$

$\omega_p$ ,  $B$ ,  $T$ ,  $m$  — плазменная частота, циклотронная частота, температура и масса частиц сорта  $\alpha$ .

**Поляризация волн.** При получении поляризации волн в гидродинамическом подходе будем использовать такие же выражения для поляризации, как и в кинетическом подходе [1]. Для поляризации электрического поля имеем [1]

$$E_y \frac{[k_x c / ]^2_{zz} [k_x k_z (c / )^2_{zx}]}{[(kc / )^2_{yy}][(k_x c / )^2_{zz}]^2_{yz}} E_x, \quad (4)$$

$$E_z \frac{[(kc / )^2_{yy}][k_x k_z (c / )^2_{zx}]}{[(kc / )^2_{yy}][(k_x c / )^2_{zz}]^2_{yz}} E_x,$$

где  $E_x, E_y, E_z$  — компоненты электрического поля.

Для поляризации магнитного поля имеем [1]

$$B_x = \frac{\nu_{pi} k_z \nu_A}{\nu_{Bi}} E_y,$$

$$B_y = \frac{\nu_{pi} k_z \nu_A}{\nu_{Bi}} E_x - \frac{\nu_A k_x \nu_{Ti}}{\nu_{Ti}} E_z, \quad (5)$$

$$B_z = \frac{\nu_{pi} \nu_A k_x \nu_{Ti}}{\nu_{Bi} \nu_{Ti}} E_y,$$

где  $B_x, B_y, B_z$  — компоненты магнитного поля.

**Возмущения плотности частиц.** Для вычисления возмущений плотности каждого сорта частиц (протонов и электронов) из системы гидродинамических уравнений (2) имеем

$$\frac{n_k}{n_0} = \frac{ik_x (k_x / B)^2 E_x + k_x (k_x / B) E_y + ik_z (1 - (k_x / B)^2) E_z}{(k_z^2 T / m) A_k}. \quad (6)$$

**Возмущения плотности заряда.** Для диспергирующих альвеновских волн возмущения плотности электронов и протонов в большинстве случаев практически равны, поэтому, как и при кинетическом подходе, в гидродинамическом подходе будем вычислять плотность заряда волны из третьего уравнения Максвелла [1]:

$$\frac{i}{4} (k_x E_x - k_z E_z). \quad (7)$$

Учитывая, что, для ДАВ основной составляющей электрического поля является составляющая  $E_x$ , т. е.  $E_z \ll E_x$ , к тому же дисперсивные свойства альвеновских волн в большинстве случаев проявляются для  $k_x \gg k_z$ , поэтому (7) можно записать в виде

$$\frac{i}{4} k_x E_x. \quad (8)$$

Выражения (7) и (8) будут исходными при вычислении плотности заряда волны.

**СВОЙСТВА ДИСПЕРГИРУЮЩИХ АЛЬВЕНОВСКИХ ВОЛН**

Перейдем непосредственно к вычислению основных характеристик диспергирующих альвеновских волн в средах с различными значениями параметров. Для того чтобы не загромождать вычисления и анализ свойств ДАВ, будем считать в дальнейшем, что, как и в кинетическом подходе [1], неизотермичность не может быть большой, т. е. условие  $T_e/T_i \gg 1$  не выполняется.

Для плазмы очень низкого  $\beta_i \ll m_e/m_i$  ( $\beta_i$  — отношение газокинетического давления протонов к давлению магнитного поля), промежуточного  $\beta_i \sim m_e/m_i$  и низкого  $(m_e/m_i)(T_i/T_e) \ll \beta_i \ll 1$  давлений дисперсионное уравнение (1) можно существенно упростить. Используя конкретные выражения для тензора диэлектрической проницаемости (3), легко показать, что для низкочастотных волн  $\omega/Bi \ll 1$  в плазме очень низкого, промежуточного и низкого давлений с точностью до малых поправок по малой величине  $\beta_i$  ( $\beta_i$  — отношение газокинетического давления ионов к давлению магнитного поля), дисперсионное уравнение (1) можно расщепить на два дисперсионных уравнения — уравнение, которое описывает дисперсию альвеновских и ионно-звуковых волн:

$$2 \frac{(k_z c)^2}{\epsilon_{xx}} \frac{(k_x c)^2}{\epsilon_{zz}} - \frac{2k_x k_z c^2}{\epsilon_{xz}} = 0, \tag{9}$$

и уравнение, которое описывает дисперсию магнитозвуковых волн:

$$(kc)^2 - \epsilon_{yy} = 0.$$

В отличие от кинетического подхода [1], где для каждой области параметра  $\beta_i$  приходится получать свое решение, что связано с наличием затухания Ландау и, вследствие этого, сложного поведения основных функций, содержащих частоту, при гидродинамическом подходе удастся получить общее решение для плазмы очень низкого, промежуточного и низкого давлений.

Сравнение результатов гидродинамического и кинетического подходов удобно проводить для каждой области параметра  $\beta_i$  отдельно, поэтому сначала получим общее решение, а затем перейдем к сравнению результатов и получению более простых приближенных выражений для плазмы очень низкого, промежуточного и низкого давлений.

**ОБЩЕЕ РЕШЕНИЕ ДЛЯ ПЛАЗМЫ ОЧЕНЬ НИЗКОГО, ПРОМЕЖУТОЧНОГО И НИЗКОГО ДАВЛЕНИЙ**

*Дисперсия волн.* Для диспергирующих альвеновских волн в плазме очень низкого, промежуточного и низкого давлений ( $\beta_i \ll 1$ ) из дисперсионного уравнения (9) для дисперсии волн получаем выражение

$$\frac{(k_z v_A)^2}{[1 - (T_i/T_e)z_e - (v_A/c)^2(1 - z_e)(1 - z_i)][1 - (v_A/v_{Te})^2(T_e/T_i)z_i]} \quad (10)$$

Отметим, что  $z_e$  — величина, малая по сравнению с  $z_i$ . Действительно, из определения (3) следует, что  $z_e = (m_e/m_i)(T_i/T_e)z_i \ll z_i$ .

Для асимптотического решения при  $z_i$  из (10) получаем

$$(k_z v_{Te})^2 / z_e. \quad (11)$$

Из (11) следует одно из наиболее существенных отличий гидродинамического подхода от кинетического. В кинетическом подходе продольная фазовая скорость ДАВ с увеличением  $z_i$  стремится к тепловой скорости электронов  $v_{Te}$ , при достижении которой волны становятся фактически не волнами, а аperiодически затухающими возмущениями. Поэтому можно считать, что кинетические волновые решения существуют только для  $z_i$ , меньших некоторого максимального значения  $z_{i\max}$ . В гидродинамическом подходе затухания волн нет, поэтому решения существуют и при  $z_i > z_{i\max}$ , и фазовая скорость не ограничена тепловой скоростью электронов, а с увеличением  $z_i$  ( $z_i$ ) стремится к нулю, что видно из формулы (11).

**Групповая скорость.** Рассмотрим скорость, с которой распространяется волна. Используя определение групповой скорости волны  $v_{Гр} = \frac{d\omega}{dk}$ , из дисперсии (10) легко получаем продольную относительно магнитного поля групповую скорость

$$v_{Гр\parallel} = \frac{v_A}{k_z}, \quad (12)$$

которая полностью совпадает, как и в кинетическом подходе, с продольной фазовой скоростью.

Для поперечной групповой скорости получается довольно громоздкое выражение, поэтому анализ и оценки поперечной групповой скорости будем проводить для каждой области изменения параметра  $z_i$  отдельно.

**Поляризация волн.** Используя формулу (4) и выражения для составляющих тензора диэлектрической проницаемости (3), для поляризации электрического поля получаем

$$E_y = i \frac{v_{Ti}}{v_A} \frac{k^2}{k} \frac{1}{1 - z_i} \frac{z_e}{z_i (1 - z_e)^2} \frac{1}{(k_z v_{Te})^2} \frac{k_z v_{Te}^2}{z_i} \frac{(1 - z_e)^2}{2} \frac{(k_z v_{Te})^2}{T_e} \frac{v_{Te}}{v_A} (1 - z_e) E_x, \quad (13)$$

$$E_z = \frac{v_{Ti}}{v_A} \frac{k_z v_A}{z_i^{1/2}} \frac{1}{z_i} \frac{T_i}{T_e} \frac{v_{Te}}{v_A} \frac{(1 - z_e)^2}{(1 - z_e)^2 (k_z v_{Te})^2} E_x.$$



Из (13) можно показать, что  $E_x \gg E_y, E_z$ . Таким образом, для ДАВ в плазме очень низкого, промежуточного и низкого давлений основной составляющей электрического поля является составляющая  $E_x$ .

Используя формулы (5) и выражения для поляризации электрического поля (13), для поляризации магнитного поля получаем

$$B_x = i \frac{v_{Ti}}{v_A} \frac{k^2}{k} \frac{1}{1 - z_e} \frac{1}{1 - z_i} \frac{z_e}{z_i (1 - z_e)^2} \frac{1}{(k_z v_{Te})^2} \frac{1 - z_e}{1 - z_e} \frac{(k_z v_{Te})^2}{2} \frac{v_A}{v_{Te}} \frac{T_e}{T_i} z_i \frac{T_e}{T_i} \frac{k_z v_A}{k_z v_A} B_y,$$

$$B_y = \frac{P_i}{B_i} \frac{k_z v_A}{1 - z_e} \frac{1}{1 - z_e} \frac{(1 - z_e)^2}{2} \frac{(k_z v_{Te})^2}{2} \frac{v_A}{v_{Te}} \frac{T_e}{T_i} z_i E_x,$$

(14)

$$B_z = i \frac{v_{Ti}}{k_z v_A} \frac{k^2}{k} z_i^{1/2} \frac{1}{1 - z_e} \frac{1}{1 - z_i} \frac{z_e}{z_i (1 - z_e)^2} \frac{1}{(k_z v_{Te})^2} \frac{1 - z_e}{1 - z_e} \frac{(k_z v_{Te})^2}{2} \frac{v_A}{v_{Te}} \frac{T_e}{T_i} z_i \frac{T_e}{T_i} \frac{k_z v_A}{k_z v_A} B_y.$$

Из (14) можно показать, что  $B_y \gg B_x, B_z$ . Таким образом, для ДАВ в плазме очень низкого, промежуточного и низкого давлений основной составляющей магнитного поля является  $B_y$ .

Формулы для поляризаций электрического и магнитного полей (13), (14) будем использовать как исходные при получении выражений для поляризации полей для конкретных значений параметра  $\beta_i$ .

**Возмущения плотности.** Для возмущений плотности протонов из (6), используя поляризацию электрического (13) и магнитного (14) полей, получаем

$$\frac{n_i}{n_{0i}} = i \frac{v_A}{v_{Ti}} z_i^{1/2} \frac{k_z v_A}{1 - z_e} \frac{1}{1 - z_e} \frac{1}{(1 - T_i/T_e) z_e (v_A/c)^2 (1 - z_e) (1 - z_i) B_0} B_y. \quad (15)$$

Для возмущений плотности электронов получаем

$$\frac{n_e}{n_{0e}} = i \frac{v_A}{v_{Ti}} z_i^{1/2} \frac{k_z v_A}{1 - z_e} \frac{1}{1 - z_e} \frac{1}{(1 - T_i/T_e) z_e (v_A/c)^2 (1 - z_e) (1 - z_i) B_0} B_y. \quad (16)$$

**Возмущения плотности заряда.** При вычислении плотности электронов и протонов, величина  $v_A/c$  не считалась малой, поэтому выражение для возмущений плотности заряда волны можно получить как из формулы (8), так и из формул для возмущения плотности протонов (15) и электронов (16).

Для возмущения плотности заряда волны из (8) получаем

$$\frac{\delta \rho}{\rho_0} = i \frac{v_A}{v_{Ti}} z_i^{1/2} \frac{k_z v_A}{1 - (v_A/c)^2 (1 - z_i)} \frac{B_y}{B_0}. \quad (17)$$

Перейдем непосредственно к вычислению свойств диспергирующих альвеновских волн в плазме с различными значениями параметра  $z_i$  и сравнению результатов кинетического и гидродинамического подходов.

#### ПЛАЗМА ОЧЕНЬ НИЗКОГО ДАВЛЕНИЯ. ИНЕРЦИАЛЬНЫЕ АЛЬВЕНОВСКИЕ ВОЛНЫ

Сразу отметим, что плазма очень низкого давления ( $z_i \ll m_e/m_i$ , т. е.  $v_A \gg v_{Te}$ ,  $T_i/T_e \gg 1$ ) в реальных условиях довольно редкое явление. Для создания таких условий требуется достаточно сильное магнитное поле и низкое тепловое давление частиц. Например, на Солнце плазма с такими характеристиками наблюдается в местах сильной концентрации магнитного поля — в микропорах на границах супергранул, в корональных петлях с сильным магнитным полем ( $> 30$  мТл). В гелиосфере такие условия характерны для некоторых областей магнитосферы Земли и Юпитера. Отметим также, что в космической плазме альвеновская скорость обычно значительно меньше скорости света ( $v_A/c \ll 1$ ). В области гелиосферы областей с конечными или большими значениями этого параметра не наблюдаются (обычно  $v_A/c < 0.001$ ). Поэтому в приведенных ниже решениях величину  $v_A/c$  часто можно рассматривать как малую поправку, которой, при рассмотрении поведения волн в конкретной среде, во многих случаях можно пренебрегать. В то же время в астрофизической плазме существуют объекты, в которых магнитное поле очень сильное, например нейтронные звезды, вблизи которых альвеновская скорость может быть порядка скорости света. В этих случаях учет конечности отношения  $v_A/c$  просто необходим, так как он существенным образом влияет на поведение альвеновских волн.

Перейдем непосредственно к вычислению свойств диспергирующих альвеновских волн в плазме очень низкого давления и сравнению с кинетическим подходом.

**Дисперсия волн.** Полное решение для дисперсии ДАВ в плазме очень низкого давления описывается формулой (10). Однако для некоторых значений параметров можно получить более простые выражения.

Для  $(v_A/c)^2 z_i \ll 1$  из (10) для дисперсии ДАВ получаем

$$\frac{(k_z v_A)^2}{[1 - (T_e/T_i)z_e][1 - (v_A/v_{Te})^2(T_e/T_i)z_i]} \quad (18)$$

Для того чтобы сравнить результаты гидродинамического и кинетического подходов, необходимо получить более простые выражения дисперсии в гидродинамическом подходе, так как кинетические решения для плазмы очень низкого давления справедливы только для волн, фазовые скорости которых превышают тепловую скорость электронов, где ДАВ являются слабозатухающими. При кинетическом подходе в плазме очень низкого давления слабозатухающие ДАВ существуют только для  $z_i \ll 1$ . При гидродинамическом подходе из общего решения (10) при  $z_i \ll 1$  для ДАВ получаем

$$(k_z v_A)^2 \frac{1 - (v_A/c)^2(T_e/T_i)z_i}{[1 - (v_A/c)^2][1 - (v_A/v_{Te})^2(T_e/T_i)z_i]} \quad (19)$$

Для того чтобы продольная фазовая скорость не была близкой к тепловой скорости электронов, необходимо, чтобы величина  $(v_A/c)^2(T_e/T_i)z_i(1 + z_i)$  была малой, поэтому для фазовых скоростей, значительно больших тепловой скорости электронов, из (19) получаем

$$\frac{(k_z v_A)^2}{[1 - (v_A/c)^2][1 - (v_A/v_{Te})^2(T_e/T_i)z_i]} \quad (20)$$

Сравнивая формулу (20) с аналогичной формулой, полученной в кинетическом подходе [1], видим, что результаты, полученные для дисперсии ДАВ в плазме очень низкого давления в кинетическом и гидродинамическом подходах, полностью совпадают в области, где справедливы кинетические решения.

Особо отметим, что в гидродинамическом подходе затухания нет, и решение существует для всех областей изменения параметра  $z_i$ , поэтому продольная фазовая скорость, как в кинетическом подходе, не ограничена тепловой скоростью электронов, а с увеличением  $z_i$  уменьшается до нуля.

**Групповая скорость.** Как отмечалось выше, продольная групповая скорость ДАВ, как и при кинетическом подходе, полностью совпадает с продольной фазовой скоростью.

Выражение для поперечной групповой скорости легко получить из дисперсии (10), однако чтобы не выписывать громоздкие формулы, приведем лишь оценку поперечной групповой скорости. Как показывают вычисления и оценки, поперечная групповая скорость  $v_{Гр}$  очень мала по сравнению с продольной групповой скоростью:

$$v_{Гр} / v_{Гр\parallel} \approx (v_A/v_{Te}) m_e/m_i \cdot 10^3. \quad (21)$$

Этот результат полностью совпадает с результатом, полученным в кинетическом подходе.

Таким образом, ДАВ в плазме очень низкого давления распространяются практически вдоль магнитного поля.

**Поляризация волн.** Поляризация электрического и магнитного поля описывается формулами (13), (14), однако для некоторых значений параметров можно получить более простые выражения.

В области, где фазовая скорость волн значительно больше тепловой скорости электронов и где справедливы кинетические решения ( $z_i \ll 1$ ,  $(v_A/c)^2(T_e/T_i)z_i(1+z_i) \ll 1$ ), для поляризации электрического поля (13) получаем

$$E_y = i \frac{v_{Ti}}{v_A} \frac{k^2}{k} \left( 1 - \frac{k_z v_{Te}}{z_i} \frac{T_i}{T_e} \frac{v_{Te}}{v_A} \right) E_x, \quad (22)$$

$$E_z = \frac{v_{Ti}}{v_A} \frac{k_z v_A}{z_i^{1/2}} \frac{T_i}{T_e} \frac{v_{Te}}{v_A} E_x.$$

Из (22) следует, что  $E_x \gg E_y, E_z$ . Таким образом, для ДАВ в плазме очень низкого давления основной составляющей электрического поля является составляющая  $E_x$ .

Сравнение с результатами кинетического подхода показывает, что выражения для  $E_z$ -составляющей электрического поля в кинетическом и гидродинамическом подходах полностью совпадают. Для  $E_y$ -составляющей есть небольшое отличие. В кинетическом подходе в фигурных скобках в выражении для  $E_y$  электрического поля вместо 1 стоит  $3/2$ . Таким образом, в отличие от дисперсии, выражения для поляризации электрического поля в кинетическом и гидродинамическом подходах совпадают не полностью.

В области, где фазовая скорость волн значительно больше тепловой скорости электронов и где справедливы кинетические решения ( $z_i \ll 1$ ,  $(v_A/c)^2(T_e/T_i)z_i(1+z_i) \ll 1$ ), для поляризации магнитного поля (14) получаем

$$B_x = i \frac{v_{Ti}}{v_A} \frac{k^2}{k} \left( 1 - \frac{v_A}{v_{Te}} \frac{T_e}{T_i} z_i \frac{T_e}{T_i} \frac{k_z v_A}{v_A} \right) B_y,$$

$$B_y = \frac{v_{Ti}}{v_A} \frac{k_z v_A}{z_i^{1/2}} \frac{T_e}{T_i} z_i E_x, \quad (23)$$

$$B_z = i \frac{v_{Ti}}{k_z v_A} \frac{k^2}{k} z_i^{1/2} \left( 1 - \frac{v_A}{v_{Te}} \frac{T_e}{T_i} z_i \frac{T_e}{T_i} \frac{k_z v_A}{v_A} \right) B_y.$$

Из (23) следует, что  $B_y \gg B_x, B_z$ . Таким образом, для ДАВ в плаз-

ме очень низкого давления основной составляющей магнитного поля является составляющая  $B_y$ .

Сравнение с результатами кинетического подхода [1] показывает, что выражения для  $B_y$  в кинетическом и гидродинамическом подходах полностью совпадают, а для  $B_x$ - и  $B_z$ -составляющих есть небольшие отличия. В кинетическом подходе величина  $(1 - A_{oi})/z_i$  для малых  $z_i \ll 1$  равна не 1, а  $3/2$ , поэтому для  $B_x$  и  $B_z$  есть небольшое отличие в коэффициентах. Таким образом, для поляризации магнитного поля, как и для поляризации электрического поля, нет полного совпадения результатов кинетического и гидродинамического подходов.

**Возмущения плотности.** Возмущения плотности частиц описываются формулами (15), (16). Для того чтобы сравнить результаты кинетического и гидродинамического подходов, упростим выражения (15), (16). В области, где согласно кинетическому подходу волны затухают слабо ( $z_i \ll 1$ ), для возмущений плотности протонов из (15) получаем

$$\frac{n_i}{n_{0i}} = i \frac{v_A}{v_{Ti}} z_i^{1/2} \frac{k_z v_A}{[1 - (v_A/c)^2]} \frac{B_y}{B_0}. \quad (24)$$

Для возмущений плотности электронов из (16) при  $z_i \ll 1$  получаем

$$\frac{n_e}{n_{0e}} = i \frac{v_A}{v_{Ti}} z_i^{1/2} \frac{k_z v_A}{B_0} \frac{B_y}{B_0}. \quad (25)$$

Из (25) следует, что возмущения плотности в ДАВ очень большие и оказываются уже существенными для значения длин волн, удовлетворяющих неравенству  $z_i^{1/2} = (L_i/\lambda) > 0.1^{1/2}$ .

Сравнивая формулы (24), (25) с аналогичными формулами, полученными для кинетического подхода [1], видим, что результаты кинетического и гидродинамического подходов полностью совпадают в области изменения параметра  $z_i \ll 1$ , где справедливы кинетические решения [1].

**Возмущения плотности заряда.** Возмущения плотности заряда во всех областях изменения параметра  $z_i$  полностью описываются формулой (17). Для малых значений параметра  $z_i \ll 1$  из (17) получаем

$$\frac{n_0}{n_0} = i \frac{v_A}{v_{Ti}} z_i^{1/2} \frac{k_z v_A}{1 - (v_A/c)^2} \frac{B_y}{B_0}. \quad (26)$$

Из (26) следует, что возмущения плотности в ДАВ могут быть большими и оказываются уже существенными для значения длин волн, удовлетворяющих неравенству  $z_i^{1/2} = (L_i/\lambda)(v_A/c)^2 > 0.1^{1/2}$ .

Сравнивая с результатами, полученными в кинетическом подходе [1], видим, что выражения для возмущений плотности заряда в обоих подходах совпадают.

Отметим, что наличие в ДАВ возмущений плотности и возмущений плотности заряда может значительно облегчить выявление таких волн в космической среде.

Особо также подчеркнем, что в астрофизической плазме вблизи объектов с сильным магнитным полем, где альвеновская скорость близка к скорости света, альвеновские волны могут распространяться со скоростями, начиная от тепловой скорости электронов  $v_{Te}$ , вплоть до скорости света  $c$ , причем в зависимости от спектра они могут занимать весь этот диапазон. Так как в ДАВ есть продольное электрическое поле, и распространяются они синхронно вместе с вмероженными частицами вдоль магнитного поля, поэтому ДАВ легко могут ускорять заряженные частицы от тепловой скорости электронов вплоть до скорости света, не выходя из области ускорения. Это позволяет предположить, что астрофизические объекты с сильным магнитным полем могут быть областями образования космических лучей, а механизм взаимодействия ДАВ и заряженных частиц можно рассматривать как эффективный механизм ускорения заряженных частиц вплоть до релятивистских скоростей.

### III. ПЛАЗМА ПРОМЕЖУТОЧНОГО ДАВЛЕНИЯ

Плазма промежуточного давления ( $\mu_i \sim m_e/m_i$ , т. е.  $v_A \sim v_{Te}, T_i/T_e \ll 1$ ), как и плазма очень низкого давления, — редкое явление. Такая плазма обычно наблюдается в тех же областях, где и плазма очень низкого давления — в некоторых областях на Солнце с достаточно сильным магнитным полем, в некоторых областях Земли и Юпитера.

В плазме промежуточного давления  $v_A \sim v_{Te}$ , вследствие чего для нерелятивистской плазмы, которую мы рассматриваем,  $v_A/c \ll 1$ . Используя малость величины  $v_A/c$ , общие решения (10)—(17) можно упростить.

**Дисперсия волн.** Для  $(v_A/c)^2 z_i \ll 1$  из (10) для дисперсии ДАВ в плазме промежуточного давления получаем

$$\frac{(k_z v_A)^2}{[1 - (T_i/T_e)z_e][1 - (v_A/v_{Te})^2(T_e/T_i)z_i]} \cdot \frac{1 - (T_e/T_i)z_i}{1} \quad (27)$$

Сравним гидродинамическое решение (27) с кинетическим [1]. В плазме промежуточного давления согласно кинетическому рассмотрению слабозатухающие ДАВ существуют только для  $z_i \ll 1$ . Из (27) для дисперсии ДАВ при  $z_i \ll 1$  получаем

$$(k_z v_A)^2. \quad (28)$$

Сравнивая с результатами [1], видим, что в рамках двух подходов выражения для дисперсии в области, где существуют слабозатухающие решения, полностью совпадают.

Особо отметим, что в гидродинамическом подходе затухания нет, и решение существует для всех областей изменения параметра  $z_i$ ,

поэтому продольная фазовая скорость, как в кинетическом подходе, не ограничена тепловой скоростью электронов, а с увеличением  $z_i$  уменьшается до нуля.

**Групповая скорость.** Как отмечалось выше, продольная групповая скорость ДАВ полностью совпадает с продольной фазовой скоростью.

Выражение для поперечной групповой скорости легко получить из дисперсии (27), однако здесь мы приведем лишь оценку поперечной групповой скорости. Как показывают вычисления, поперечная групповая скорость  $v_{Гр}$  мала по сравнению с продольной групповой скоростью:

$$v_{Гр} / v_{Гр||} < ( /_{Bi}) v_{Ti} / v_A. \quad (29)$$

Сравним групповую скорость, получающуюся в гидродинамическом подходе, с групповой скоростью, полученной в кинетическом подходе. В области изменения параметров, где согласно кинетическому подходу [1] существуют слабозатухающие ДАВ  $z_i \ll 1$ , из дисперсии (27) получаем, что групповая скорость волны направлена строго вдоль магнитного поля и по величине совпадает с продольной фазовой скоростью:

$$v_{Гр||} / k_z = v_A. \quad (30)$$

Сравнивая с результатами, полученными в кинетическом подходе [1], получаем, что слабозатухающие ДАВ в плазме промежуточного давления, как и в кинетическом подходе, распространяются как «классические» альвеновские волны, строго вдоль магнитного поля с одинаковой для всех волн скоростью, равной альвеновской скорости. Особо отметим, что это не справедливо для волн с конечным и большим значением параметра  $z_i$ . В рамках гидродинамического подхода такие волны, в отличие от кинетического подхода, существуют.

**Поляризация волн.** Поляризация электрического и магнитного поля описывается формулами (13), (14), однако для слабозатухающих ДАВ [1] можно получить более простые выражения.

Для слабозатухающих ДАВ ( $z_i \ll 1$ ) в плазме промежуточного давления для поляризации электрического поля из (13) получаем

$$E_y = i \frac{v_{Ti}}{v_A} \frac{k^2}{k} \left( 1 - \frac{T_e}{T_i} \right) E_x,$$

$$E_z = \frac{v_{Ti}}{v_A} \frac{T_e}{T_i} \frac{v_A}{v_{Te}} \frac{k_z v_A}{z_i^{1/2}} \frac{(k_z v_{Te})^2}{2} E_x. \quad (31)$$

Используя (31), можно показать, что  $E_x \gg E_y, E_z$ . Таким образом, для ДАВ в плазме промежуточного давления, так же как и в плазме очень низкого давления, основной составляющей электрического поля является составляющая  $E_x$ .

Формулы (31) получены в том же приближении, что и при кинетическом рассмотрении [1], поэтому их можно сравнить. Поляризация  $E_y$  отличается от кинетического выражения незначительно, в кинетическом рассмотрении в квадратных скобках вместо коэффициента 1 стоит коэффициент 3/2. В то же время составляющая  $E_z$  совпадает с кинетическим выражением лишь по порядку величины и может отличаться от него очень сильно.

Для слабозатухающих ДАВ ( $z_i \ll 1$ ) в плазме промежуточного давления для поляризации магнитного поля из (14) получаем

$$\begin{aligned} B_x &= i \frac{v_{Ti}}{v_A} \frac{k^2}{k} \left( 1 - \frac{T_e}{T_i} \right) B_y, \\ B_y &= \frac{P_i}{B_i} E_x, \\ B_z &= i \frac{v_{Ti}}{v_A} \frac{k^2}{k} z_i^{1/2} \left( 1 - \frac{T_e}{T_i} \right) B_y. \end{aligned} \quad (32)$$

Так же как и для плазмы очень низкого давления,  $B_y \gg B_x, B_z$ . Таким образом, для ДАВ в плазме промежуточного давления основной составляющей магнитного поля является  $B_y$ .

Сравнение с результатами кинетического подхода [1] показывает, что выражения для  $B_y$ -составляющей магнитного поля в кинетическом и гидродинамическом подходах полностью совпадают. Для  $B_x$ - и  $B_z$ -составляющих есть небольшие отличия. В кинетическом подходе в квадратных скобках вместо коэффициента 1 стоит коэффициент 3/2.

**Возмущения плотности.** Возмущения плотности частиц описываются формулами (15), (16). Для того чтобы сравнить результаты кинетического и гидродинамического подходов, упростим выражения (15), (16). В области, где, согласно кинетическому подходу, волны затухают слабо  $z_i \ll 1$ , учитывая, что в плазме промежуточного давления для нерелятивистской плазмы  $(v_A/c)^2 \ll 1$ , для возмущений плотности протонов из (15) получаем

$$\frac{n_i}{n_{0i}} = i \frac{v_A}{v_{Ti}} z_i^{1/2} \frac{B_y}{B_0}. \quad (33)$$

Для слабозатухающих ДАВ в плазме промежуточного давления для возмущений плотности электронов из (16) при  $z_i \ll 1, (v_A/c)^2 \ll 1$  получаем

$$\frac{n_e}{n_{0e}} = i \frac{v_A}{v_{Te}} z_i^{1/2} \frac{B_y}{B_0}. \quad (34)$$

Сравнивая формулы (33), (34) с аналогичными формулами, полученными для кинетического подхода [1], видим, что результаты кинетического



тического и гидродинамического подходов полностью совпадают в области изменения параметра  $z_i \ll 1$ , где справедливы кинетические решения [1].

Из (33), (34) видно, что возмущения плотности ионов и электронов в плазме промежуточного давления для слабозатухающих ДАВ равны друг другу и малы по величине. Особо отметим, что это не справедливо для волн с конечным и большим значением параметра  $z_i$ , в гидродинамическом подходе такие волны, в отличие от кинетического, существуют, и выражения для возмущений плотности в этом случае описываются формулами (15), (16).

**Возмущения плотности заряда.**

Возмущения плотности заряда во всех областях изменения параметра  $z_i$  полностью описывается формулой (17). Для слабозатухающих ДАВ при  $z_i \ll 1$  и  $(v_A/c)^2 \ll 1$  из (17) получаем

$$-\frac{i v_A}{v_{Ti}} z_i^{1/2} \frac{v_A}{c} \frac{B_y}{B_0}. \quad (35)$$

Сравнивая с результатами, полученными в кинетическом подходе [1], видим, что выражения для возмущений плотности заряда в обоих подходах совпадают.

Из-за того что в плазме промежуточного давления величина  $v_A/c$  малая, а для слабозатухающих волн  $z_i \ll 1$ , возмущения плотности заряда ДАВ в плазме промежуточного давления очень маленькие. Особо отметим, что это не всегда справедливо для волн с конечным и большим значением параметра  $z_i$ . В рамках гидродинамического подхода такие волны, в отличие от кинетического, существуют, и возмущения плотности заряда описываются формулой (17).

**IV. ПЛАЗМА НИЗКОГО ДАВЛЕНИЯ.  
КИНЕТИЧЕСКИЕ АЛЬВЕНОВСКИЕ ВОЛНЫ**

Отметим, что плазма низкого давления  $(m_e/m_i)(T_i/T_e) \ll 1$ , т. е.  $v_{Ti} \ll v_A \ll v_{Te}$ ,  $T_i/T_e \ll 1$  — одно из наиболее распространенных состояний космической среды. В таком состоянии находятся большинство областей солнечной короны и солнечного ветра, магнитосферы Земли и планет. Сразу подчеркнем, что диспергирующие волны в плазме низкого давления имеют свое название — кинетические альвеновские волны (КАВ) [1, 8, 10].

В плазме низкого давления  $v_A \ll v_{Te}$ , вследствие чего для нерелятивистской плазмы, которую мы рассматриваем, как и в плазме промежуточного давления,  $v_A/c \ll 1$ . Используя малость величины  $v_A/c$ , общие решения (10)—(17) можно упростить.

**Дисперсия волн.** Учитывая малость параметра  $(v_A/c)^2 z_i \ll 1$ , для дисперсии ДАВ в плазме низкого давления получаем такое же выражение, как и для плазмы промежуточного давления:

$$^2 (k_z v_A)^2 \frac{1 - (T_e/T_i)z_i}{[1 - (T_i/T_e)z_e][1 - (v_A/v_{Te})^2(T_e/T_i)z_i]} \quad (36)$$

Сравним дисперсию (10) с дисперсией, полученной в кинетическом подходе [1], для чего используем то же приближение. В нерелятивистской плазме низкого давления выполняется соотношение  $v_A \ll \ll v_{Te} \ll c$ , поэтому величина  $(v_A/c)^2$  как минимум должна удовлетворять неравенству  $(v_A/c)^2 < 0.01$ . Кроме того, в плазме низкого давления величина  $(v_A/v_{Te})^2$  также мала. Как показывает анализ дисперсии (10), в области изменения параметра  $z_i$  ( $z_e \sim (m_e/m_i)z_i \ll 1$ ), где имеет смысл учитывать величины  $(v_A/c)^2$  и  $(v_A/v_{Te})^2$ , согласно кинетическому подходу волны становятся практически аperiodическими затухающими, поэтому для слабозатухающих ДАВ в нерелятивистской плазме низкого давления величинами  $(v_A/c)^2$  и  $(v_A/v_{Te})^2$ , в том числе  $(v_A/v_{Te})^2 z_i$ , можно пренебречь и записать дисперсию (10) в виде дисперсии кинетических альвеновских волн ( $z_e \sim (m_e/m_i)z_i \ll 1$ ),  $z_i \ll (v_A/v_{Te})^2$ ) [8]:

$$^2 (k_z v_A)^2 [1 - (T_e/T_i)z_i] \quad (37)$$

Сравним выражения для дисперсии (37) с выражением, полученным в кинетическом подходе [1]:

$$^2 (k_z v_A)^2 \frac{z_i}{1 - A_0(z_i)} \frac{T_e}{T_i} z_i, \quad (38)$$

где  $A_0(z_i) = \exp(-z_i)I_0(z_i)$ ,  $I_0(z_i)$  — модифицированная функция Бесселя нулевого порядка.

Из (38) и (37) видно, что дисперсии, полученные в кинетическом и гидродинамическом подходах, полностью бы совпали, если бы величина  $z_i/(1 - A_0(z_i))$  была бы равна величине  $1 + z_i$ . Численный счет показывает, что относительное отклонение величины  $z_i/(1 - A_0(z_i))$  от величины  $1 + z_i$  очень мало. Максимальное отклонение относительной разницы этих величин  $[(1 + z_i) - z_i/(1 - A_0(z_i))]/(1 + z_i)$  составляет всего лишь 6.6 % при значении  $z_i = 0.78$ . Таким образом, дисперсии, полученные для слабозатухающих кинетических альвеновских волн в кинетическом (38) и гидродинамическом (37) подходах, совпадают с хорошей точностью.

Особо отметим, что в гидродинамическом подходе затухания нет, и решение существует для всех областей изменения параметра  $z_i$ , поэтому продольная фазовая скорость не ограничена тепловой скоростью электронов, как в кинетическом подходе, а с увеличением  $z_i$  сначала увеличивается до тепловой скорости электронов, а затем уменьшается до нуля.

**Групповая скорость.** Как отмечалось выше, продольная групповая скорость ДАВ полностью совпадает с продольной фазовой скоростью.

Выражение для поперечной групповой скорости легко получить из дисперсии (36), однако, чтобы не выписывать громоздкие формулы, приведем лишь оценку поперечной групповой скорости. Как показывают вычисления и оценки, поперечная групповая скорость  $v_{Гр}$  мала по сравнению с продольной групповой скоростью:

$$v_{Гр} < (v_{Ti}/k_z)(v_{Ti}/v_A). \quad (39)$$

Сравнивая оценку групповой скорости с аналогичным выражением, полученным в кинетическом приближении [1], видим, что результаты гидродинамического и кинетического подходов полностью совпадают.

**Поляризация волн.** Поляризация электрического и магнитного поля описывается формулами (13), (14), однако для некоторых значений параметров можно получить более простые выражения.

В области, где фазовая скорость волн значительно меньше тепловой скорости электронов и где справедливы кинетические решения ( $z_i < (v_A/v_{Te})^2/(1 + T_e/T_i)$ ) [1], для поляризации электрического поля (13) получаем

$$\begin{aligned} E_y &= i \frac{v_{Ti}}{v_A} \frac{k^2}{k} \frac{1}{(1 - z_i)} \frac{T_e}{T_i} E_x, \\ E_z &= \frac{k_z v_{Ti}}{v_A} \frac{T_e}{T_i} \frac{z_i^{1/2}}{1 - z_i} E_x. \end{aligned} \quad (40)$$

Из (40) легко показать, что  $E_x \gg E_y, E_z$ . Таким образом, для КАВ основной составляющей электрического поля является  $E_x$ .

Сравним поляризацию (40) с поляризацией, полученной в кинетическом приближении, для этого представим поляризацию, полученную в кинетическом приближении [1], в виде

$$\begin{aligned} E_y &= i \frac{v_{Ti}}{v_A} \frac{k^2}{k} \frac{z_i}{1 - A_{0i}} \frac{1}{1 - A_{0i}} \frac{T_e}{T_i} E_x, \\ E_z &= \frac{k_z v_{Ti}}{v_A} \frac{T_e}{T_i} \frac{z_i^{1/2}}{1 - A_{0i}} \frac{1}{z_i} E_x. \end{aligned} \quad (41)$$

Как уже отмечалось выше, численный расчет показывает, что величина  $z_i/(1 - A_{0i}(z_i))$  с точностью не хуже 6.6 % совпадает с величиной  $1 + z_i$ . Поэтому, сравнивая (40) и (41), можно утверждать, что поляризация электрического поля  $E_z$ , полученная в гидродинамическом подходе, практически равна поляризации, полученной в кинетическом подходе. Сравним  $E_y$ -составляющую поляризации. Расчеты показали, что величина  $(1 + A_{0i}(z_i))/(1 - A_{0i}(z_i))$  с изменением аргумента  $z_i$  изменяется в пределах от 3/2 до 1, поэтому поляризация  $E_y$ , полученная в кинетическом подходе, для малых значений параметра

$z_i$  отличается от выражения для поляризации  $E_y$ , полученной в гидродинамическом приближении, коэффициентом  $3/2$ . При больших значениях  $z_i$  поляризации, полученные в обоих подходах, равны друг другу.

В области, где фазовая скорость волн значительно меньше тепловой скорости электронов и где справедливы кинетические решения ( $z_i \ll (v_A / v_{Te})^2$ ) [1], для поляризации электрического поля (14) получаем

$$B_x = i \frac{k_z v_A}{v_{Ti}} \frac{v_{Ti}}{v_A} \frac{k}{k} \frac{k_z v_A}{k} \left( 1 + \frac{T_e}{T_i} \right) B_y,$$

$$B_y = \frac{P_i}{v_{Ti}} \frac{1}{k_z v_A} \frac{1}{z_i} E_x, \quad (42)$$

$$B_z = i \frac{v_{Ti}}{v_A} \frac{k}{k} \frac{k_z v_A}{k} z_i^{1/2} \left( 1 + \frac{T_e}{T_i} \right) B_y.$$

Из (43) легко показать, что  $B_y \gg B_x, B_z$ . Таким образом, для КАВ основной составляющей магнитного поля является  $B_y$ .

Сравнивая с результатами [1], можно показать, что при больших  $z_i$  выражения для поляризации магнитного поля, полученные в гидродинамическом и кинетическом приближениях, полностью совпадают. Для очень малых  $z_i$  в выражениях для  $B_x$ - и  $B_z$ -составляющих магнитного поля в кинетическом приближении вместо величины  $1 + T_e / T_i$  стоит величина  $3/2 + T_e / T_i$ . С увеличением  $z_i$  коэффициент плавно изменяется от  $3/2$  до единицы.

Таким образом, можно утверждать, что результаты кинетического и гидродинамического подходов для поляризации полей в области изменения параметров, где справедливы кинетические решения, совпадают достаточно хорошо.

**Возмущения плотности.** Возмущения плотности частиц описываются формулами (15), (16). Для того чтобы сравнить результаты кинетического и гидродинамического подходов, упростим выражения (15), (16).

В области, где согласно кинетическому подходу волны затухают слабо ( $z_i \ll (v_A / v_{Te})^2$ ), для возмущений плотности протонов и электронов из (15) и (16) получаем

$$\frac{n_i}{n_{0i}} = i \frac{v_A}{v_{Ti}} z_i^{1/2} \frac{k_z v_A}{k} \frac{B_y}{B_0}, \quad (43)$$

$$\frac{n_e}{n_{0e}} = i \frac{v_A}{v_{Ti}} z_i^{1/2} \frac{k_z v_A}{k} \frac{B_y}{B_0}. \quad (44)$$

Из (43), (44) следует, что возмущения плотности в кинетических альвеновских волнах очень большие и оказываются уже существ-

венными для значений длин волн, удовлетворяющих неравенству  $z_i^{1/2} = (L_i / \lambda) > 0.1$ .

Из (43), (44) видно, что для слабозатухающих КАВ выражения для возмущений плотности протонов и электронов полностью совпадают между собой и совпадают с выражениями, полученными в кинетическом приближении [1].

**Возмущения плотности заряда.** Из (43), (44) видно, что возмущения плотности протонов и электронов практически равны друг другу, поэтому из (43), (44) получается, что  $\delta n = \delta n_i + \delta n_e = 0$ . Это связано с тем, что при вычислениях плотности пренебрегалось малой величиной  $v_A / c$ , от которой существенно зависит возмущения плотности заряда. Для вычислений возмущения плотности заряда используем формулу (17).

Для возмущения плотности заряда кинетических альвеновских волн в плазме низкого давления из (17) получаем

$$\frac{\delta n}{n_0} = i \frac{v_A}{v_{Ti}} \frac{v_A}{c} z_i^{1/2} \frac{k_z v_A}{(1 - z_i)} \frac{B_y}{B_0}. \quad (45)$$

Как уже отмечалось выше величины  $1 + z_i$  и  $z_i / (1 - A_0(z_i))$  совпадают между собой с большой степенью точности во всей области изменения параметра  $z_i$ , поэтому можно утверждать, что возмущения плотности заряда, полученные в гидродинамическом и кинетическом приближениях полностью совпадают.

Особо отметим, что для нерелятивистской плазмы низкого давления в кинетическом подходе возмущения плотности заряда кинетических альвеновских волн малы, однако это не всегда справедливо для гидродинамического подхода. В гидродинамическом подходе, в отличие от кинетического, существуют волны с очень большим  $z_i$ , возмущения плотности заряда в которых (в зависимости от величины  $v_A / c$ ) могут быть и не малы. В общем случае для гидродинамического подхода возмущения плотности заряда описываются формулой (17).

## ВЫВОДЫ

Сравнительный анализ решений, полученных в кинетическом и гидродинамическом подходах, показывает, что двухжидкостная гидродинамика в области, где справедливы кинетические решения, для дисперсии диспергирующих альвеновских волн дает прекрасный результат и практически полностью согласуется с более точным кинетическим подходом. Небольшие различия выражений для дисперсии наблюдаются только при конечных значениях параметра  $z_i$ , чего и следовало ожидать, так как гидродинамика не может настолько же точно описывать тепловые процессы в плазме, как кинетика. В то же время практически полное совпадение результатов в предельных случаях говорит о том, что двухжидкостная гидродинамическая мо-

дель с постоянной температурой очень хорошо подходит для описания процессов распространения диспергирующих альвеновских волн в замагниченной плазме.

Сравнение основных характеристик ДАВ — поляризации электрического и магнитного полей, возмущений плотности, возмущений плотности заряда, в области где справедливы кинетические решения, также показывает очень хорошее совпадение результатов гидродинамического и кинетического подходов.

Практически полное совпадение результатов позволяет использовать при кинетических вычислениях более простые выражения для дисперсии и поляризации, полученные в гидродинамике, так как они не содержат специальных функций.

В то же время следует особо отметить, что для очень больших  $z_i$  в кинетике диспергирующие альвеновские волны апериодически затухают, и можно считать, что волновых решений нет. В отличие от кинетического подхода, в гидродинамическом такие решения существуют. Обратим внимание на то, что решения кинетики были получены для максвелловского распределения частиц по скоростям. Возможно, при других распределениях также можно получить решения для очень больших  $z_i$ . На настоящий момент однозначно ответить на вопрос, реализуются ли такие решения в реальных астрофизических условиях, невозможно.

Таким образом, несмотря на существенные различия, двухжидкостная гидродинамическая модель с постоянной температурой в области, где существуют слабозатухающие кинетические решения, не только качественно, но и численно хорошо описывает процессы распространения диспергирующих альвеновских волн в замагниченной плазме, поэтому эта модель может быть использована не только для теоретических расчетов, но и при численном моделировании различных астрофизических процессов, протекающих в космической среде.

1. Маловичко П. П. Свойства диспергирующих альвеновских волн. 1. Кинетика (плазма очень низкого, промежуточного и низкого давлений) // Кинематика и физика небес. тел.—2013.—**29**, № 5.—С. 20—44.
2. Маловичко П. П. Свойства диспергирующих альвеновских волн. 2. Кинетика (плазма конечного и высокого давлений) // Кинематика и физики небес. тел.—2014.—**30**, № 1.—С. 33—49.
3. Bessalov P. A., Misonova V. G. Formation of density cavities with a nonstationary electric field in the zone of auroral field-aligned currents // *Geomagn. and Aeronomy.*—2011.—**51**, N 4.—P. 483—491.
4. Bian N. H., Kontar E. P., Brown J. C. Parallel electric field generation by Alfvén wave turbulence // *Astron. and Astrophys.*—2010.—**519**.—P. A114.
5. Birn J., Artemyev A. V., Baker D. N., et al. Particle acceleration in the magnetotail and aurora // *Space Sci. Rev.*—2012.—**173**, N 1-4.—P. 49—102.
6. Chandran B. D. G., Li B., Rogers B. N., et al. Perpendicular ion heating by low-frequency Alfvén-wave turbulence in the solar wind // *Astrophys. J.*—2010.—**720**, N 1.—P. 503—515.

7. Chandu V., Devi E. S., Jayapal R. The influence of negatively charged heavy ions on the kinetic Alfvén wave in a cometary environment // *Astrophys. Space Sci.*—2012.—**339**, N 1.—P. 157—164.
8. Cramer N. F. The physics of Alfvén waves. — Berlin: Wiley-VCH, 2001.—298 p.
9. Cranmer S. R., van Ballegoijen A. A. Alfvénic turbulence in the extended solar corona: kinetic effects and proton heating // *Astrophys. J.*—2003.—**594**, N 1.—P. 573—591.
10. Hollweg J. V. Kinetic Alfvén wave revisited // *J. Geophys. Res.*—1999.—**104**, N A7.—P. 14811—14819.
11. Kumar S. Nonlinear evolution of inertial Alfvén wave turbulence // *Astrophys. Space Sci.*—2012.—**337**, N 2.—P. 645—650.
12. McClements K. G., Fletcher L. Inertial Alfvén wave acceleration of solar flare electrons // *Astrophys. J.*—2009.—**693**, N 2.—P. 1494—1499.
13. Onishchenko O. G., Pokhotelov O. A., Sagdeev R. Z., et al. Generation of convective cells by kinetic Alfvén waves in the upper ionosphere // *J. Geophys. Res.*—2004.—**109**, N A3.—P. A03306.
14. Singh H. D., Sharma R. P. Transient evolution of nonlinear localized coherent structures of kinetic Alfvén waves // *Solar Phys.*—2007.—**243**, N 2.—P. 219—229.
15. Stasiewicz K., Seyler C., Mozer F., et al. Magnetic bubbles and kinetic Alfvén waves in the high-latitude magnetopause boundary // *J. Geophys. Res.*—2001.—**106**, N A12.—P. 29503—29514.
16. Wang X.-G., Bhattacharjee A., Ma Z. Collisionless reconnection: effects of hall current and electron pressure gradient // *J. Geophys. Res.*—2000.—**105**, N A12.—P. 27633—27648.
17. Wang X.-G., Ren L.-W., Wang J.-Q., et al. Synthetic solar coronal heating on current sheets // *Astrophys. J.*—2009.—**694**, N 2.—P. 1595—1601.
18. Whitelam S., Ashbourn J. M. A., Bingham R., et al. Alfvén wave heating and acceleration of plasmas in the solar transition region producing jet-like eruptive activity // *Solar Phys.*—2002.—**211**, N 1-2.—P. 199—219.
19. Wu D. J., Fang C. Coronal plume heating and kinetic dissipation of kinetic Alfvén waves // *Astrophys. J.*—2003.—**596**, N 1.—P. 656—662.
20. Zhao J. S., Wu D. J., Lu J. Y. Kinetic Alfvén waves excited by oblique magneto-hydrodynamic Alfvén waves in coronal holes // *Astrophys. J.*—2011.—**735**, N 2.—P. 114.

Статья поступила в редакцию 06.12.12