

УДК 524.165

**Ю. Л. Колесник, Б. А. Шахов**Главная астрономическая обсерватория Национальной академии наук Украины  
ул. Академика Заболотного 27, Киев, 03680**Влияние гелиопаузы и стоячей ударной волны  
на распространение галактических космических лучей  
в стационарной модели гелиосферы**

*Рассматривается стационарная модель распространения галактических космических лучей в гелиосфере и прилегающем к ней межзвездном пространстве. При этом гелиосфера рассматривается как двухслойная среда, состоящая из двух сферически-симметричных относительно Солнца областей, прилегающих друг к другу. Во внутренней области гелиосферы, ограниченной стоячей ударной волной, скорость солнечного ветра является сверхзвуковой, а во внешней, ограниченной гелиопаузой, — дозвуковой. Рассеяние галактических космических лучей в этих областях происходит различным образом и характеризуется соответствующими коэффициентами диффузии. В межзвездной среде скорость солнечного ветра предполагается равной нулю, а рассеяние становится более слабым. При этом не предполагается никаких источников частиц на границах между слоями. Точное аналитическое решение соответствующей математической задачи не представляет принципиальных трудностей, хотя и чрезвычайно громоздко. Получены отдельные аналитические выражения для спектров частиц очень высоких энергий ( $> 2500$  МэВ) и частиц очень низких энергий ( $< 1400$  МэВ) для каждой области их распространения. Распределение частиц низких энергий соответствует результатам, полученным на космическом корабле «Вояджер». Показано, что независимо от режима рассеяния во внутренней и внешней части гелиосферы плотность частиц низких энергий непрерывно увеличивается от Солнца к границе гелиосферы.*

*ВПЛИВ ГЕЛІОПАУЗИ І СТОЯЧОЇ УДАРНОЇ ХВИЛІ НА ПОШИРЕННЯ ГАЛАКТИЧНИХ КОСМІЧНИХ ПРОМЕНІВ У СТАЦІОНАРНІЙ МОДЕЛІ ГЕЛІОСФЕРИ. Колесник Ю. Л., Шахов Б. О. — Розглядається стаціонарна модель поширення галактичних космічних променів*

нів у геліосфері та прилеглому міжзоряному просторі. При цьому геліосфера розглядається як двохшарове середовище, що складається із двох сферично-симетричних щодо Сонця областей, прилеглих одна до одної. У внутрішній області геліосфери, обмеженій стоячою ударною хвилею, швидкість сонячного вітру є надзвуковою, а у зовнішній, обмеженій геліопаузою, — дозвуковою. Розсіювання галактичних космічних променів у цих областях відбувається різним чином і характеризується відповідними коефіцієнтами дифузії. У міжзоряному середовищі швидкість сонячного вітру вважається нульовою, а розсіювання — слабшим. При цьому не передбачається ніяких джерел часток на границях між шарами. Точне аналітичне розв'язування відповідної математичної задачі не стикається із принциповими труднощами, але є надзвичайно громіздким. Отримано окремі аналітичні вирази для спектрів часток дуже високих енергій ( $> 2500$  MeV) і дуже низьких енергій ( $< 1400$  MeV) для кожної області їхнього поширення. Розподіл часток низьких енергій відповідає результатам, отриманим на космічному кораблі «Вояджер». Показано, що незалежно від режиму розсіювання у внутрішній і зовнішній частині геліосфери густина часток низьких енергій неперервно збільшується від Сонця до границі геліосфери.

*THE EFFECT OF THE HELIOPAUSE AND A STANDING TERMINATION SHOCK ON THE PROPAGATION OF GALACTIC COSMIC RAYS IN HELIOSPHERE STATIONARY MODEL, by Kolesnyk Yu. L., Shakhov B. A. — We consider a stationary model of the propagation of galactic cosmic rays (GCR) in the heliosphere and interstellar space adjacent to it. In this case the heliosphere is viewed as two-layer medium consisting of two spherically symmetric solar regions adjacent to each other. In the heliosphere interior bounded by a standing termination shock the solar wind velocity is supersonic and in the heliosphere exterior limited by the heliopause it is subsonic. The scattering of GCR in these regions is characterized by different ways and corresponding diffusion coefficients. In the interstellar medium, the solar wind velocity is assumed to equal zero and the scattering becomes weaker. As this takes place, no particle sources are presumed to exist at the boundaries between the layers. The exact analytical solution of the corresponding mathematical problem presents no fundamental difficulties but it is extremely cumbersome. Analytical expressions for the GCR spectra both for high-energy particles (more than 2500 MeV) and for low-energy particles (less than 1400 MeV) are obtained for each region of their propagation. The distribution of the GCR low-energy particles corresponds to the results obtained by the Voyager spacecraft. It is shown that, regardless of the scattering mode in the inner and outer parts of the heliosphere, the density of low-energy particles increases continuously from the Sun to the heliosphere boundary.*

Как известно, гелиосфера — это область распространения солнечного ветра (СВ). По мере того как он сталкивается с магнитогидродинами-

ческими неоднородностями межзвездного пространства, происходит его замедление и смешивание с этими неоднородностями. Граница, на которой происходит замедление ветра, движущегося со сверхзвуковой скоростью во внутренней части гелиосферы, до дозвуковой скорости (приблизительно 100 км/с, точное значение зависит от плотности, поэтому может изменяться в зависимости от солнечной активности) носит название стоячей ударной волны (СУВ, «termination shock»). По современным оценкам считается, что в Солнечной системе расстояние, на котором находится граница СУВ, варьирует в пределах 80—90 а. е. в зависимости от солнечной активности. За границей ударной волны находится гелиосферная мантия, в которой СВ взаимодействует с МГД-турбулентностью межзвездного пространства. А граница, вдоль которой уравнивается давление СВ и замагниченной плазмы межзвездного пространства, называется гелиопаузой. На данной поверхности происходит полное торможение СВ (скорость СВ почти равна нулю) и смешивание его с межзвездной плазмой. Структура гелиосферы схематически показана на рис. 1.

В последнее время в связи с успешным преодолением космическими аппаратами «Вояджер» области торможения СВ — стоячей УВ, появилось много экспериментальных данных [6, 8, 9]: о плотности турбулентной плазмы, распределении и потоке галактических космических лучей (ГКЛ) в различных энергетических диапазонах (рис. 2). Из рисунка видно, что никаких максимумов плотностей ГКЛ для низкоэнергетического диапазона после прохождения «Вояджер» не наблюдается. При этом после прохождения космических аппаратов УВ проходит заметное увеличение плотности ГКЛ, а не установление некоторой конечной концентрации ГКЛ.

Рис. 1. Модуляция галактических космических лучей в гелиосфере

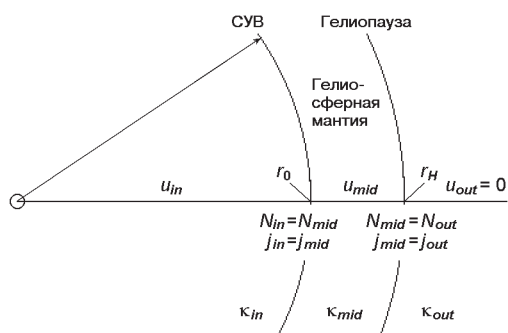


Рис. 2. Распределение галактических космических лучей с энергиями больше чем 200 МэВ, которое было детектировано КА «Вояджер». Вертикальная линия — пересечение со стоячей ударной волной



Цель нашей работы — получение пространственно-энергетической функции распределения ГКЛ в простейшей стационарной модели гелиосферы. Данное распределение, с одной стороны, дало бы возможность теоретически объяснить экспериментальные данные полученные миссией «Вояджер», а с другой — получить аналитическую зависимость для энергетического диапазона частиц высоких энергий, недоступного для измерений на космических аппаратах.

Рассмотрим трехслойную среду, состоящую из стационарной сферической области, в которой распространяются галактические космические лучи. Первая область — магнитные неоднородности (СВ), ограниченные СУВ, вторая — гелиосферная мантия, которая ограничена гелиопаузой, и третья область — межзвездное пространство (рис. 1). Галактические космические лучи в межзвездном пространстве будем описывать с помощью фазовой плотности  $N_{out}(r, p)$  (где  $r$  — расстояние от Солнца до точки наблюдения,  $p$  — импульс частицы), коэффициента диффузии  $D_{out}$ , скорости солнечного ветра  $u_{out}$  ( $u_{out} = 0$ , так как солнечный ветер за пределы гелиопаузы почти не распространяется). Для гелиосферной мантии будем рассматривать фазовую плотность ГКЛ  $N_{mid}(r, p)$ , коэффициент диффузии  $D_{mid}$ , скорость солнечного ветра  $u_{mid}$ , а для области, ограниченной СУВ, — фазовую плотность ГКЛ  $N_{in}(r, p)$ , коэффициент диффузии  $D_{in}$ , скорость солнечного ветра  $u_{in}$ .

Уравнение, описывающее распространение ГКЛ в МГД-турбулентном солнечном ветре в стационарном сферически-симметричном случае выберем в виде [2, 3, 10]

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dN}{dr} \right) - u \frac{dN}{dr} - \frac{2u}{3r} p \frac{dN}{dp} = 0.$$

Данное уравнение еще называют диффузионно-конвекционным уравнением, так как в стационарном случае процесс распространения ГКЛ в гелиосфере состоит в выносе космических лучей солнечным ветром, при этом частицы разного диапазона энергий выносятся разным темпом, а также в диффузионном проникновении частиц в гелиосферу [3, 4].

Итоговая математическая задача может быть выражена системой девяти уравнений:

$$N(r_H) = N_0(p), \quad (1)$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dN_{out}}{dr} \right) - u_{out} \frac{dN_{out}}{dr} - \frac{2u_{out}}{3r} p \frac{dN_{out}}{dp} = 0, \quad (2)$$

$$N_{out}(r_H, p) = N_{mid}(r_H, p), \quad (3)$$

$$D_{out} \frac{dN_{out}(r_H, p)}{dr} = D_{mid} \frac{dN_{mid}(r_H, p)}{dr} - \frac{u_{out} p}{3} \frac{dN_{mid}(r_H, p)}{dp}, \quad (4)$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} r^2 \frac{N_{mid}}{r} - u_{mid} \frac{N_{mid}}{r} - \frac{2u_{mid}}{3r} p \frac{N_{mid}}{p} = 0, \quad (5)$$

$$N_{mid}(r_0, p) = N_{in}(r_0, p), \quad (6)$$

$$\frac{N_{mid}(r_0, p)}{r} - \frac{u_{mid} p}{3} \frac{N_{mid}(r_0, p)}{p} = \frac{N_{in}(r_0, p)}{r} - \frac{u_{in} p}{3} \frac{N_{in}(r_0, p)}{p}, \quad (7)$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} r^2 \frac{N_{in}}{r} - u_{in} \frac{N_{in}}{r} - \frac{2u_{in}}{3r} p \frac{N_{in}}{p} = 0, \quad (8)$$

$$N_{in}(0, p) = N_0(p). \quad (9)$$

Первое уравнение этой системы описывает  $N_{out}$  на бесконечности ( $r \rightarrow \infty$ ) в виде степенного спектра по полной энергии частицы [7, 11—13]:  $N_{out}(E) \propto E^{-1}$ . Если вместо  $E$  использовать  $p$ , то  $N_{out}$  можно будет задать в следующем виде:

$$N_0(p) = \frac{p}{m_0 c} \propto p^{-1} = \frac{p}{m_0 c} \propto p^{-2} \frac{1}{p}.$$

Возле Солнца ( $r = r_0$ ) значение плотности  $N_{in}$  полагается конечным (уравнение (9)). Плотность  $N_{out}$  должна удовлетворять только диффузионной части уравнения распространения ГКЛ, т. е. обычному диффузионному уравнению (уравнение (2)). Плотности  $N_{mid}$  и  $N_{in}$  удовлетворяют конвекционно-диффузионному уравнению (соответственно уравнения (5) и (8)). Как следствие непрерывности функции распределения, а это возможно, поскольку исключены источники частиц на границах слоев, на границе СУВ мы предполагаем непрерывность плотностей  $N_{in}$  и  $N_{mid}$  и их потоков  $j_{in}$  и  $j_{mid}$  (соответственно уравнения (6) и (7)). Уравнения (3) и (4) аналогично описывают непрерывность  $N_{out}$ ,  $N_{mid}$ ,  $j_{out}$  и  $j_{mid}$  для гелиопаузы.

Вводя безразмерные переменные

$$x = \frac{r}{r_0}, \quad x_H = \frac{r_H}{r_0}, \quad \frac{p}{m_0 c}, \quad \frac{N_{mid}}{N_{out}}, \quad \frac{N_{in}}{N_{mid}},$$

$$j_{in} = \frac{u_{in} r_0}{v_{in}}, \quad j_{mid} = \frac{u_{mid} r_0}{v_{mid}},$$

получим следующую систему уравнений:

$$N(x) = N_0(x),$$

$$\frac{1}{x^2} \frac{d}{dx} x^2 \frac{N_{out}}{x} = 0,$$

$$\begin{aligned}
 & N_{out}(x_H, s) = N_{mid}(x_H, s), \\
 & \frac{N_{out}(x_H, s)}{x} = \frac{N_{mid}(x_H, s)}{x} - \frac{mid}{3} \frac{N_{mid}(x_H, s)}{x}, \\
 & \frac{1}{x^2} \frac{N_{out}}{x} x^2 = \frac{N_{mid}}{x} - \frac{mid}{3x} \frac{N_{mid}}{x} = 0, \\
 & N_{mid}(1, s) = N_{in}(1, s), \\
 & \frac{N_{mid}(1, s)}{x} = \frac{mid}{3} \frac{N_{mid}(1, s)}{x} = \frac{N_{in}(1, s)}{x} - \frac{in}{3} \frac{N_{in}(1, s)}{x}, \\
 & \frac{1}{x^2} \frac{N_{mid}}{x} x^2 = \frac{N_{in}}{x} - \frac{in}{3x} \frac{N_{in}}{x} = 0, \\
 & N_{in}(0, s) = 0.
 \end{aligned}$$

Применив к каждому уравнению системы преобразование Меллина [1]:

$$N(x, s) = \hat{N}(x, s) N(x, s)^{-s-1} d, \quad 0$$

получим:

$$\hat{N}(x) = \hat{N}_0(s), \quad (10)$$

$$\frac{1}{x^2} \frac{\hat{N}_{out}}{x} x^2 = 0, \quad (11)$$

$$\hat{N}_{out}(x_H, s) = \hat{N}_{mid}(x_H, s), \quad (12)$$

$$\frac{\hat{N}_{out}(x_H, s)}{x} = \frac{\hat{N}_{mid}(x_H, s)}{x} - \frac{mid s \hat{N}_{mid}(x_H, s)}{3}, \quad (13)$$

$$\frac{1}{x^2} \frac{\hat{N}_{mid}}{x} x^2 = \frac{\hat{N}_{mid}}{x} - \frac{2 mid s \hat{N}_{mid}}{3x} = 0, \quad (14)$$

$$\hat{N}_{mid}(1, s) = \hat{N}_{in}(1, s), \quad (15)$$

$$\frac{\hat{N}_{mid}(1, s)}{x} = \frac{mid s \hat{N}_{mid}(1, s)}{3} = \frac{\hat{N}_{in}(1, s)}{x} - \frac{in s \hat{N}_{in}(1, s)}{3}, \quad (16)$$

$$\frac{1}{x^2} \frac{\hat{N}_{in}}{x} x^2 = \frac{\hat{N}_{in}}{x} - \frac{2 in s \hat{N}_{in}}{3x} = 0, \quad (17)$$

$$\hat{N}_{in}(0, s) = 0. \quad (18)$$

Решая уравнения 10, 11, 14, 17 и 18, получим соответственно

$$C_1(s) = N_0(s), \quad (19)$$

$$\hat{N}_{out}(x, s) = C_1(s) \frac{C_2(s)}{x}, \quad (20)$$

$$\hat{N}_{mid}(x, s) = B_1(s) F(2s/3, 2; \quad mid x) + B_2(s) (2s/3, 2; \quad mid x), \quad (21)$$

$$\hat{N}_{in}(x, s) = A_1(s) F(2s/3, 2; \quad in x) + A_2(s) (2s/3, 2; \quad in x), \quad (22)$$

$$A_2(s) = 0. \quad (23)$$

Используя выражения (19)—(23) и свойства вырожденной гипергеометрической функции [1]:

$$\frac{d}{dx} F(a, b; x) = \frac{a}{b} F(a-1, b-1; x),$$

$$\frac{d}{dx} (a, b; x) = a (a-1, b-1; x),$$

оставшиеся уравнения (12), (13), (15) и (16) перепишем в следующем виде:

$$N_0(s) \frac{C_2(s)}{x_H} = B_1(s) F(2s/3, 2; \quad mid x_H) + B_2(s) (2s/3, 2; \quad mid x_H),$$

$$\frac{C_2(s)}{x_H^2} = B_1(s) \frac{s}{3} \quad mid F(2s/3-1, 3; \quad mid x_H) +$$

$$(2/3) - s B_2(s) \quad mid (2s/3-1, 3; \quad mid x_H) +$$

$$\frac{s}{3} \quad mid B_1(s) F(2s/3, 2; \quad mid x_H) + B_2(s) (2s/3, 2; \quad mid x_H),$$

$$B_1(s) F(2s/3, 2; \quad mid) + B_2(s) (2s/3, 2; \quad mid) + A_1(s) F(2s/3, 2; \quad in),$$

$$B_1(s) \quad mid \frac{s}{3} F(2s/3-1, 3; \quad mid) +$$

$$+ B_2(s) \frac{2s}{3} \quad mid (2s/3-1, 3; \quad mid) +$$

$$+ \quad mid \frac{s}{3} B_1(s) F(2s/3, 2; \quad mid) + B_2(s) (2s/3, 2; \quad mid) =$$

$$= -\frac{in}{3} \frac{s}{3} A_1(s) [F(2s/3-1, 3; \quad in) + F(2s/3, 2; \quad in)]$$

После упрощения последней системы получим систему уравнений для  $B_1(s)$  и  $B_2(s)$ :

$$[B_1(s) F(2s/3, 2; \quad mid x_H) + B_2(s) (2s/3, 2; \quad mid x_H) - N_0(s)]/x_H =$$

$$= B_1(s) \frac{s}{3} \quad mid F(2s/3-1, 3; \quad mid x_H) +$$

$$\begin{aligned}
 & + (2/3) \quad s \quad B_2(s) \quad_{mid} \quad (2s/3 \quad 1, 3; \quad_{mid} x_H) + \\
 & + \frac{s}{3} \quad_{mid} [B_1(s) \quad F(2s/3, 2; \quad_{mid} x_H) + \\
 & + B_2(s) \quad (2s/3, 2; \quad_{mid} x_H)], \quad (24)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B_1(s) \quad_{mid} \quad F(2s/3 \quad 1, 3; \quad_{mid}) + 2 B_2(s) \quad_{mid} \quad (2s/3 \quad 1, 3; \quad_{mid}) = \\
 = [B_1(s) \quad F(2s/3, 2; \quad_{mid}) + B_2(s) \quad (2s/3, 2; \quad_{mid})]
 \end{aligned}$$

$$\frac{in}{F(2s/3, 2; \quad_{in})} (F(2s/3 \quad 1, 3; \quad_{in}) \quad F(2s/3, 2; \quad_{in})) \quad_{mid}, \quad (25)$$

После подстановки

$$K \quad \frac{in}{F(2s/3, 2; \quad_{in})} (F(2s/3 \quad 1, 3; \quad_{in}) \quad F(2s/3, 2; \quad_{in})) \quad_{mid}$$

уравнение (25) примет вид

$$B_1(s) \quad B_2(s) \frac{[ \quad (2s/3, 2; \quad_{mid}) K \quad 2 \quad_{mid} \quad (2s/3 \quad 1, 3; \quad_{mid}) ]}{[ \quad_{mid} F(2s/3 \quad 1, 3; \quad_{mid}) \quad F(2s/3, 2; \quad_{mid}) K ]}. \quad (26)$$

Уравнение (24) можно привести к следующему виду:

$$\begin{aligned}
 & B_1(s) [F(2s/3, 2; \quad_{mid} x_H) (1 \quad x_H \quad \frac{s}{3} \quad_{mid}) + \\
 & + \quad x_H \quad \frac{s}{3} \quad_{mid} \quad F(2s/3 \quad 1, 3; \quad_{mid} x_H)] \quad N_0(s) = \\
 & = B_2(s) [ \quad (2s/3, 2; \quad_{mid} x_H) (x_H \quad \frac{s}{3} \quad_{mid} \quad 1) + \\
 & + (2/3) \quad s \quad_{mid} \quad x_H \quad (2s/3 \quad 1, 3; \quad_{mid} x_H)].
 \end{aligned}$$

Подставив  $B_1(s)$  из (26) в это уравнение, получим

$$\begin{aligned}
 & B_2(s) \frac{[ \quad (2s/3, 2; \quad_{mid}) K \quad 2 \quad_{mid} \quad (2s/3 \quad 1, 3; \quad_{mid}) ]}{[ \quad_{mid} F(2s/3 \quad 1, 3; \quad_{mid}) \quad F(2s/3, 2; \quad_{mid}) K ]} \quad T - \\
 & - \quad (2s/3, 2; \quad_{mid} x_H) (x_H \quad \frac{s}{3} \quad_{mid} \quad 1) - \\
 & - (2/3) x_H \quad s \quad_{mid} \quad (2s/3 \quad 1, 3; \quad_{mid} x_H) = N_0(s),
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 & T \quad F(2s/3, 2; \quad_{mid} x_H) (1 \quad x_H \quad \frac{s}{3} \quad_{mid}) + \\
 & + \quad x_H \quad \frac{s}{3} \quad_{mid} \quad F(2s/3 \quad 1, 3; \quad_{mid} x_H), \quad (27)
 \end{aligned}$$



В результате получим следующие выражения для коэффициентов:

$$B_2(s) = N_0(s) [ {}_{mid}F(2s/3 - 1, 3; {}_{mid}) F(2s/3, 2; {}_{mid}) K ] / Z, \quad (28)$$

$$B_1(s) = N_0(s) [ (2s/3, 2; {}_{mid}) K - 2 {}_{mid} (2s/3 - 1, 3; {}_{mid}) ] / Z, \quad (29)$$

$$A_1(s) = N_0(s)$$

$$\begin{aligned} & [ (2s/3, 2; {}_{mid}) K - 2 {}_{mid} (2s/3 - 1, 3; {}_{mid}) ] F(2s/3, 2; {}_{mid}) + \\ & + ( {}_{mid} F(2s/3 - 1, 3; {}_{mid}) F(2s/3, 2; {}_{mid}) K ) (2s/3, 2; {}_{mid}) ] \\ & [ F(2s/3, 2; {}_{in}) Z ]^{-1}, \quad (30) \end{aligned}$$

$$C_2(s) = N_0(s) x_H - x_H N_0(s)$$

$$\begin{aligned} & [ (2s/3, 2; {}_{mid}) K - 2 {}_{mid} (2s/3 - 1, 3; {}_{mid}) ] F(2s/3, 2; {}_{mid} x_H) + \\ & + [ {}_{mid} F(2s/3 - 1, 3; {}_{mid}) F(2s/3, 2; {}_{mid}) K ] \\ & (2s/3, 2; {}_{mid} x_H) ] / Z, \quad (31) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} Z & [ (2s/3, 2; {}_{mid}) K - 2 {}_{mid} (2s/3 - 1, 3; {}_{mid}) ] T - \\ & - [ (2s/3, 2; {}_{mid} x_H) (x_H - {}_{mid} s/3 - 1) + \\ & + (2/3) s x_H - {}_{mid} (2s/3 - 1, 3; {}_{mid} x_H) ] \\ & [ {}_{mid} F(2s/3 - 1, 3; {}_{mid}) F(2s/3, 2; {}_{mid}) K ]. \end{aligned}$$

Теперь можно проверить правильность данного решения, совершив предельный переход для случая двухслойной области. Первая область — внутренняя часть гелиосферы, которая ограничена СУВ, а вторая — межзвездная среда. Для этого случая имеем  ${}_{mid} = 0$ ,  ${}_{in} = 1$ ,  $r_H = r_0$ ,  $x_H = x$ , при этом из (27) следует  $T = 1$ . Используя свойства вырожденной гипергеометрической функции [1]

$$F(a, b, {}_{mid}) \sim 1,$$

$$(a, b, {}_{mid}) \sim \frac{(b-1)}{(a)} {}_{mid}^{1-b} O(|{}_{mid}|^{\operatorname{Re}(b)-2}) \quad \text{для } \operatorname{Re}(b) > 2$$

и

$$(a, b, {}_{mid}) \sim \frac{(b-1)}{(a)} {}_{mid}^{1-b} O(|\ln {}_{mid}|) \quad \text{для } \operatorname{Re}(b) = 2,$$

перепишем систему (28)—(31) в виде

$$B_2(s) = N_0(s) \frac{K}{U},$$

$$B_1(s) = N_0(s) \frac{J}{U},$$

$$A_1(s) = \frac{N_0(s)}{U} \frac{2}{(2s/3 - 1)} \frac{(2)}{mid^1},$$

где

$$K = \frac{F(2s/3 - 1, 3; in)}{F(2s/3, 2; in)} \frac{1}{mid},$$

$$J = \frac{(1)}{(2s/3)} \frac{1}{mid} O(\ln(mid)) \frac{2}{(2s/3 - 1)} \frac{(2)}{mid^1},$$

$$U = J + K = s \frac{(1)}{3} \frac{(1)}{(2s/3)} \frac{(1)}{(2s/3)} (mid^{x_H})^1$$

$$\frac{2s}{3} \frac{(2)}{(2s/3 - 1)} (mid^{x_H})^1 O(\ln(mid^{x_H})).$$

Подставляя  $A_1(s), B_1(s), B_2(s)$  в выражения (19)—(23), получим образы  $\hat{N}_{mid}(x, s)$  и  $\hat{N}_{in}(x, s)$ :

$$\begin{aligned} \hat{N}_{mid}(x, s) &= B_1(s) F(2s/3, 2; mid x) + B_2(s) (2s/3, 2; mid x) = \\ &= N_0(s) \frac{F(2s/3 - 1, 3; in)}{F(2s/3, 2; in)} \frac{1}{(2s/3)} \frac{2}{(2s/3 - 1)} \\ &= \frac{F(2s/3 - 1, 3; in)}{F(2s/3, 2; in)} \frac{1}{(2s/3)} x^1 / \frac{2}{(2s/3 - 1)} \\ &= \frac{F(2s/3 - 1, 3; in)}{F(2s/3, 2; in)} \frac{1}{(2s/3)} = \\ &= N_0(s) \frac{1}{\frac{F(2s/3 - 1, 3; in)}{F(2s/3, 2; in)} \frac{1}{(2s/3)} x^1} = \\ &= N_0(s) \frac{1}{\frac{F(2s/3 - 1, 3; in)}{F(2s/3, 2; in)} \frac{1}{(2s/3)} \frac{3}{s} \frac{1}{(2s/3)}} = \\ &= N_0(s) \frac{1}{\frac{F(2s/3, 2; in) F(2s/3 - 1, 3; in)}{F(2s/3, 2; in)} x^1} = \\ &= N_0(s) \frac{1}{\frac{F(2s/3 - 1, 3; in) F(2s/3, 2; in)}{F(2s/3, 2; in)} \frac{3}{s}} = \\ &= N_0(s) \frac{1}{x [s \frac{in}{in} \frac{s[F(2s/3, 2; in) F(2s/3 - 1, 3; in)]}{F(2s/3 - 1, 3; in) F(2s/3, 2; in)} (3 - s \frac{in}{in})]}}, \quad (32) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \hat{N}_{in}(x, s) &= A_1(s) F(2s/3, 2; in x) = N_0(s) F(2s/3, 2; in) \\
 &= \frac{F(2s/3, 1, 3; in)}{F(2s/3, 2; in)} \cdot 1 \cdot \frac{(1)}{(2s/3)} \cdot \frac{2}{(2s/3 - 1)} \\
 &= \frac{F(2s/3, 1, 3; in)}{F(2s/3, 2; in)} \cdot 1 \cdot \frac{(1)}{(2s/3)} / F(2s/3, 2; in) \cdot \frac{2}{(2s/3 - 1)} \\
 &= \frac{F(2s/3, 1, 3; in)}{F(2s/3, 2; in)} \cdot 1 \cdot \frac{(1)}{(2s/3)} = \\
 &= \frac{N_0(s) F(2s/3, 2; in x)}{F(2s/3, 2; in)} \cdot \frac{\frac{3}{s(2s/3)}}{\frac{1}{(2s/3)} \cdot \frac{F(2s/3, 1, 3; in)}{F(2s/3, 2; in)} \cdot 1 \cdot \frac{3}{s}} = \\
 &= \frac{N_0(s) F(2s/3, 2; in x)}{F(2s/3, 2; in) (1 - in s/3) (in s/3) F(2s/3, 1, 3; in)}. \quad (33)
 \end{aligned}$$

Выражения (32) и (33) соответствуют образам Меллина концентраций частиц для двухслойной задачи, которые были получены ранее [4]. Этот факт указывает на правильность решения трехслойной задачи модуляции ГКЛ в гелиосфере. Сейчас можно найти с помощью обратного преобразования Меллина распределение ГКЛ во всем диапазоне энергий. Однако видно, что даже образ Меллина этой задачи достаточно громоздкий. Поэтому ограничимся случаями очень больших и малых энергий. Для получения распределения частиц этих диапазонов энергии необходимо применить искусственный прием. Его суть в следующем: нужно взять подынтегральное выражение в обратном преобразовании Меллина и вместо образа граничного спектра подставить степенные спектры для больших и малых энергий, а вместо параметра преобразования Меллина во множителе, описывающем пространственное распределение, подставить значения соответствующих показателей спектров. В правильности такого подхода убеждают точные аналитические решения более простых задач модуляции. Так, в работе [5], где рассматривалась однослойная задача модуляции ГКЛ для случая  $\omega = \text{const}$ , полученное обратное преобразование Меллина имеет вид

$$\hat{N}(x, s) = \frac{n_0 (1 - \frac{1}{2}) \frac{1}{2} \frac{-\frac{s}{2} - 1}{2} \frac{s - 1}{2} F(2s/3, 2; x)}{(m_0 c)^3 \frac{1}{2} \frac{-\frac{s}{2} - 1}{2} \frac{1}{2} F(2s/3, 2; x_0)}.$$

Для прямого преобразования было получено

$$N_0(s) f(x, s) = N_0(s) \frac{F(2s/3, 2; x)}{F(2s/3, 2; x_0)},$$

где для частиц высоких и низких энергий имеем выражения

$$N(x, 1) = \frac{n_0(1)}{(m_0c)^3} \frac{F(2/3, 2; x)}{F(2/3, 2; x_0)} \quad (2),$$

$$N(x, 1) = \frac{n_0(1)}{(m_0c)^3} \frac{F(2/3, 2; x)}{F(2/3, 2; x_0)} \quad 1.$$

В работе [5], где мы рассматривали случай модуляции ГКЛ при  $r$ , обратное преобразование имело вид

$$\hat{N}(x, s) = \frac{n_0(1)}{(m_0c)^3} \frac{1}{2} \frac{\frac{s}{2} - 1}{\frac{s}{2}} x^{1/2} \sqrt{(1/2)^2 - 2s/3}.$$

И в этом случае было получено выражение

$$N_0(s)f(x, s) = N_0(s)x^{1/2} \sqrt{(1/2)^2 - 2s/3},$$

которое для частиц высоких и низких энергий имело вид

$$\frac{n_0(1)}{(m_0c)^3} x^{1/2} \sqrt{(1/2)^2 - 2(2)/3},$$

$$\frac{n_0(1)}{(m_0c)^3} x^{1/2} \sqrt{(1/2)^2 - 2/3}$$

соответственно. Как видим, эти выражения можно получить путем формальной замены выражения  $N_0(s)$  на  $n_0(1)(m_0c)^3$  для частиц высоких энергий или на  $n_0(1)(m_0c)^3$  для частиц низких энергий. Этот же формальный прием справедлив и для двухслойной задачи. А значит, такой прием можно использовать для краевых задач диффузионно-конвекционного уравнения распространения ГКЛ.

Поэтому вместо нахождения обратного преобразования Меллина можно в выражениях (29)—(32) подставить  $s = +2$  для частиц высоких энергий и  $s = 1$  для частиц низких энергий. Таким образом, мы получим распределение ГКЛ в гелиосфере для данных диапазонов энергий при соответствующих показателях спектров.

На рис. 3 показана зависимость концентрации ГКЛ, нормированной к концентрации на бесконечности от расстояния  $R$  до Солнца для частиц высоких и низких энергий для разных коэффициентов диффузии в различных областях гелиосферы. Выбраны следующие значения параметров:  $u_{in} = 400$  км/с,  $u_{mid} = 100$  км/с,  $r_0 = 85$  а. е.,  $r_n = 130$  а. е. Энергии ГКЛ были заданы при параметрах  $\alpha = 0.5$ , что соответствует частицам с низкой энергией, и  $\alpha = 10$  для частиц высоких энергий. Были получены следующие значения энергии:

$$E_{0.5} = 1049 \text{ МэВ}, \quad E_{10} = 9429 \text{ МэВ}.$$

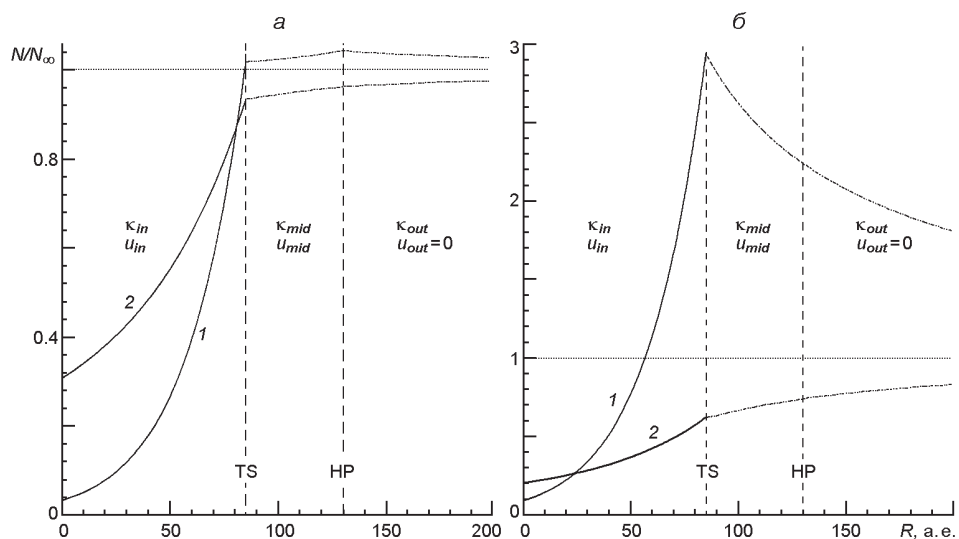
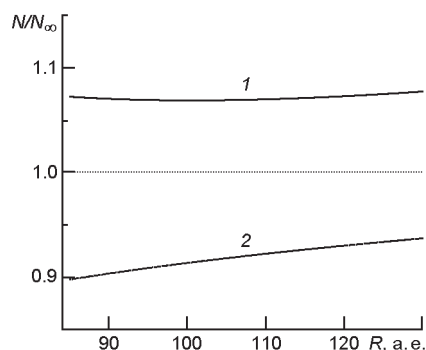


Рис. 3. Зависимость концентрации галактических космических лучей, нормированной к концентрации на бесконечности, от расстояния до Солнца  $R$  для частиц высоких энергий (кривая 1) и низких энергий (кривая 2): а — случай  $\kappa_{in}/\kappa_{mid} = 0.1$ ,  $\kappa_{mid}/\kappa_{out} = 0.1$ , б — случай  $\kappa_{in}/\kappa_{mid} = 1$ ,  $\kappa_{mid}/\kappa_{out} = 0.1$

Рис. 4. Распределение галактических космических лучей для частиц высоких энергий (кривая 1) и низких энергий (кривая 2) от ударной волны до гелиопаузы для случая  $\kappa_{in}/\kappa_{mid} = 0.17$



Видно, что независимо от отношения коэффициентов диффузии в трех средах на СУВ и на гелиопаузе появляется больше частиц высоких энергий, чем в межзвездной среде, тогда как частиц низких энергий, наоборот, меньше. При этом концентрация частиц высоких энергий в первом случае уменьшается начиная от гелиопаузы (рис. 3, а), тогда как во втором случае — начиная от СУВ (рис. 3, б).

Из рис. 3 также видно, что распределение частиц низких энергий ГКЛ соответствует результатам, полученным на космическом аппарате «Вояджер», который после прохождений СУВ зарегистрировал увеличение плотности ГКЛ [8, 9] (рис. 2).

Получено также, что для случая  $\kappa_{in}/\kappa_{mid} = 0.17$  концентрация частиц высоких энергий между СУВ и гелиопаузой слабо изменяется, тогда как плотность частиц низких энергий непрерывно увеличивается с увеличением гелиоцентрического расстояния независимо от  $\kappa_{in}/\kappa_{mid}$  (рис. 4).

1. Диткин В. А., Прудников А. П. Интегральные преобразования и операционное исчисление. — М.: Наука, 1974.—542 с.
2. Долгинов А. З., Топтыгин И. Н. Многократное рассеяние частиц в магнитном поле со случайными неоднородностями // Журн. эксперим. и теорет. физики.—1966.—**51**.— С. 1771—1783.
3. Долгинов А. З., Топтыгин И. Н. Теория движения космических частиц в межпланетных магнитных полях // Тр. пятой Всесоюз. школы по космофизике. — Апатиты: Изд-во Кольского филиала АН СССР, 1968.—С. 167—182.
4. Колесник Ю. Л., Шахов Б. А. Распределение галактических космических лучей в простейшей модели стоячей ударной волны у границ гелиосферы // Кинематика и физика небес. тел.—2009.—**25**, № 4.—С. 307—315.
5. Шахов Б. А., Колесник Ю. Л. Распространение галактических космических лучей в гелиосфере в зависимости от рассеивательных свойств турбулентного межпланетного магнитного поля // Кинематика и физика небес. тел.—2008.—**24**, № 6.—С. 426—440.
6. Florinski V., Pogorelov N. V. Four-dimensional transport of galactic cosmic rays in the outer heliosphere and heliosheath // *Astrophys. J.*—2009.—P. 642— 651.
7. Goldstein M. L., Ramaty R., Fisk L. A. Interstellar cosmic ray spectra from the non-thermal radio background from 0.4 to 400 MHz // *Phys. Rev. Lett.*—1970.—**24**, N 21.—P. 1193—1196.
8. Kiraly P. Recent Voyager data and unexpected properties of the heliosphere termination shock // *Proc. 21-st Europ. Cosmic Ray Symp.* — Kosice, 2008.—P. 159—163.
9. McDonald F. B. Voyager observations of galactic and anomalous cosmic rays at the termination shock and in the heliosheath // *Proc. 30-th Int. Cosmic Ray Conf.*—2009.—**6**.—P. 167—180.
10. Parker E. N. The passage of energetic charged particles through interplanetary space // *Planet. Space Sci.*—1965.—**13**.—P. 9.
11. Perko J. S. Solar modulation of galactic antiprotons // *Astron. and Astrophys.*—1987.—**184**, N 1.—P. 119—121.
12. Ptuskin V. S., Volk H. J., Zirakoshvili V. N., Breitschwerdt D. Transport of relativistic nucleons in a galactic wind driven by cosmic rays // *Astron. and Astrophys.*—1997.—**321**, N 2.—P. 434—443.
13. Urch I. H., Gleeson L. J. Galactic cosmic ray modulation from 1965—1970 // *Astrophys. Space Sci.*—1972.—N 17.—P. 426—446.

Поступила в редакцию 01.03.12