

УДК 524.79

**Ю. Чорній, Ю. Кулініч, Б. Новосядлій**

Астрономічна обсерваторія Львівського національного університету імені Івана Франка,  
79005 Львів, вул. Кирила і Мефодія, 8  
e-mail novos@astro.franko.lviv.ua

## **Інтерпретація розподілу квазарів по червоних зміщеннях у сучасних космологічних моделях**

*Згідно з даними спостережень розподіл середньої концентрації квазарів по червоних зміщеннях  $z$  є немонотонним і має максимум при  $z \approx 2.2\ldots2.5$ . У роботі показано, що такий характер розподілу легко пояснюється в рамках стандартного космологічного сценарію утворення великомасштабної структури Всесвіту із початкових флюктуацій густини речовини під дією гравітаційної нестійкості у космологічній моделі з параметрами густини енергії вакуума  $\Omega_\Lambda \approx 0.7$  і густини матерії  $\Omega_M \approx 0.3$ . При цьому квазари розглядаються як рання короткочасна фаза в розвитку масивних галактик з масою  $M \sim (1\ldots3) \cdot 10^{11} M_\odot$ .*

*ИНТЕРПРЕТАЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КВАЗАРОВ ПО КРАСНЫМ СМЕЩЕНИЯМ В СОВРЕМЕННЫХ КОСМОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ, Чорний Ю., Кулінич Ю., Новосядлый Б. — Согласно данным наблюдений распределение средней концентрации квазаров по красным смещениям  $z$  является немонотонным и имеет максимум при  $z \approx 2.2\ldots2.5$ . В этой работе показано, что такой характер распределения легко объясняется в рамках стандартного космологического сценария образования крупномасштабной структуры Вселенной из начальных флюктуаций плотности материи под действием гравитационной неустойчивости в космологической модели с параметрами плотности энергии вакуума  $\Omega_\Lambda \approx 0.7$  и плотности материи  $\Omega_M \approx 0.3$ . При этом квазары рассматриваются как ранняя кратковременная фаза в развитии массивных галактик с массой  $M \sim (1\ldots3) \cdot 10^{11} M_\odot$ .*

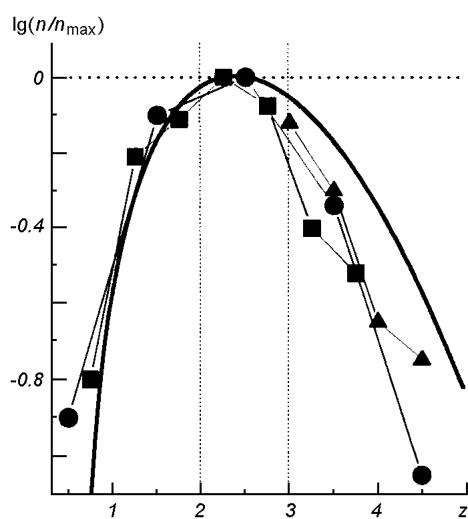
*INTERPRETATION OF THE DISTRIBUTION OF QUASARS OVER RED-SHIFTS IN THE FRAMEWORK OF MODERN COSMOLOGICAL MODELS, by Chornii Yu., Kulinich Yu., Novosyadlyj B. — The summary of results of numerous investigations obtained by various authors from observations indicate that the distribution of the mean number density of quasars  $n_{QSO}$  over the redshift  $z$  is nonmonotonic and has the maximum at  $z \approx 2.2\ldots2.5$ . We show that such character of the distribution  $n_{QSO}(z)$  finds its explanation in the framework of standard cosmological scenario for large scale*

*structure formation from primordial matter density fluctuations under the influence of the gravitational instability, in cosmological model with the energy density of vacuum  $\Omega_\Lambda \approx 0.7$  and matter density  $\Omega_M \approx 0.3$ . In this case quasars are considered as an early short stage in the evolution of massive galaxies with the mass  $M \sim (1...3) \cdot 10^{11} M_\odot$ .*

## ВСТУП

Після відкриття квазарів М. Шмідтом у 1963 р. проблема з'ясування їхньої природи стала однією із ключових в астрофізиці. Сьогодні практично не викликає сумнівів гіпотеза про те, що квазари є результатом дискової акреції речовини на масивні чорні діри масою  $M_{bh} \sim 10^9 M_\odot$  в ядрах масивних галактик ( $M_g \sim (10^{11}...10^{12}) M_\odot$ ) [1, 10, 12, 14, 16, 27]. Таке припущення підтверджується сучасними спостереженнями, обсяг яких за останні роки суттєво зрос. Так, у каталозі [25] нараховується 23 760 квазарів і квазароподібних об'єктів у інтервалі червоних зміщень  $0.5 \leq z \leq 6$ . Однією із проблем аналізу результатів спостережень є те, що розподілі середньої концентрації квазарів  $n_{QSO}$  по космологічних червоних зміщеннях  $z$ , отримані на різному статистичному матеріалі [15, 21—23, 26], суттєво відрізняються (рисунок).

Однак у всіх випадках таким розподілом властивий немонотонний характер і наявність максимуму при  $z \approx 2.2...2.5$ . Ця особливість робить розподіл квазарів винятковим у порівнянні з аналогічними розподілами об'єктів інших класів, що є елементами великомасштабної структури Всесвіту, наприклад галактик і багатьох скupчень галактик. Їхні концентрації монотонно збільшуються із збільшенням космологічного часу  $t$  і відповідним зменшенням  $z$ . У випадку з квазарами на підставі спостережень можна припустити, що у перші приблизно  $2 \cdot 10^9$  років еволюції Всесвіту в ньому відбувалось бурхливе квазароутворення, кількість квазарів швидко зростала і досягла свого максимального значення в момент часу, що відповідав  $z \approx 2.2...2.5$ . Після цього моменту їхня кількість та концентрація почали швидко зменшуватись. Зауважимо, що таке припущення випливає із даних спостережень квазарів, що належать до статистично однорідних, але різних вибірок: як, наприклад, [15, 21, 22, 26] — квазари, яскраві в оптичному діапазоні, [23] — в радіодіапазоні. Наш аналіз статистично неоднорідного каталогу [25] теж показує наявність максимуму в розподілі



Розподіли середньої концентрації квазарів  $n_{QSO}$  по червоних зміщеннях  $z$ : трикутники — за даними [22], квадратики — квазари, яскраві в оптичному діапазоні [15], кружечки — в радіодіапазоні [23], суцільна лінія — каталог [25]. Всі розподіли нормовані на їхні максимальні значення  $n_{QSO}^{\max}$

$n_{\text{QSO}}(z)$  при  $z \approx 2.2\ldots2.5$  (рисунок). Отже, існування такого максимуму не залежить від тої чи іншої вибірки квазарів і пов'язане із їхніми найбільш загальними властивостями, що виділяють квазари як окремий клас об'єктів. Цим визначається наступний аспект піднятого проблеми: якими є механізми виділення енергії, їхні просторові масштаби та час існування? Утворення окремих квазарів є випадковими подіями, а їхня середня концентрація  $n_{\text{QSO}}(z)$  в різні моменти космологічного часу є результатом статистики певних початкових умов і механізмів формування, що в цілому є одним з проблемних аспектів теорії походження великомасштабної структури Всесвіту. Зокрема, якщо квазари пов'язані з ранньою фазою життя ядер масивних галактик, то максимум в їхньому розподілі вказує на ту епоху, коли процес утворення таких галактик у Всесвіті відбувався найінтенсивніше. Окрім того, положення такого максимуму на шкалі космологічних червоних зміщень повинно залежати також від основних параметрів космологічних моделей Всесвіту. Цим визначається аспект задачі: якими значеннями основних космологічних параметрів можна теоретично пояснити положення максимуму на  $z \approx 2.2\ldots2.5$ ? Проблема теоретичної інтерпретації спостережуваного розподілу  $n_{\text{QSO}}(z)$  і методики його розрахунку була предметом кількох досліджень [3—5, 7, 11, 17, 19]. В останні роки значно збільшилась точність спостережень. Результати космічного експерименту WMAP [24] дозволили зафіксувати ключові космологічні параметри з достатньо високим рівнем достовірності. У нашій роботі ми поставили за мету дослідити питання про те, чи дозволяє вся сукупність сучасних припущень про фізичну природу квазарів, умови і механізми їхнього утворення пояснити наявність максимуму в розподілі концентрації  $n_{\text{QSO}}(z)$  при  $z \approx 2.2\ldots2.5$ .

#### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ І МЕТОД РОЗВ'ЯЗКУ

Згідно із загальноприйнятими уявленнями такі елементи великомасштабної структури Всесвіту, як галактики, скупчення галактик, квазари та ін. утворюються внаслідок розвитку адіабатичних збурень густини і швидкості речовини під дією самогравітації. Моментом утворення елементу структури, наприклад масивної галактики, умовно називається момент, коли в центрі тяжіння відповідної по масі протогалактичної хмари речовини внаслідок її гравітаційного колапсу виникають протипотоки беззіткнювальної матерії, яка має небаріонну природу, і ударної хвилі у баріонному газовому компоненті. Цей момент космологічного часу  $t$  однозначно визначається відносним відхиленням  $\delta(r, t_0)$  густини речовини  $\rho(r, t_0)$  в області цієї хмари від середньої густини речовини у всьому просторі  $\bar{\rho}(t_0)$  в деякий початковий момент часу  $t_0$  ( $r$  — координата, супутня до космологічного розширення):  $\delta(r, t_0) = [\rho(r, t_0) - \bar{\rho}(t_0)] / \bar{\rho}(t_0)$ . Припускається, що випадкова величина  $\delta(r, t_0)$  розподілена за нормальним законом з математичним сподіванням  $\bar{\delta}(r, t_0) = 0$ .

До сучасного моменту часу  $t_c$  сколапсують ті хмари, в яких величина  $\delta(r, t_0)$  є більшою за деяку величину  $\delta_c$ , яка залежатиме від космологічної моделі. Середнє квадратичне значення  $\sigma(M)$  цього відносного відхилення залежить від маси протогалактичної хмари  $M$ , або відповідного цій масі розміру хмари  $R$ . Вважаючи, що квазари є ранньою короткосильною стадією розвитку масивних галактик, ми задаємо масу відповідних протогалактичних хмар  $M_g$ . Для фіксованого значення цієї маси можна визначити відповідне її значення  $\sigma(M)$  в рамках конкретної космологічної моделі. Відповідно до результатів WMAP [24] такою є модель із значеннями

відносної густини матерії  $\Omega_M \approx 0.3$  і енергії вакууму (її ще називають темною енергією, яка феноменологічно описується космологічною сталою в рівняннях Айнштайн)  $\Omega_\Lambda \approx 0.7$ . Визначення моменту утворення галактики з протогалактичної хмари із заданими масою  $M$ , початковим значенням  $\delta(r, t_0)$  та довільним розподілом густини речовини всередині хмари є складною гідродинамічною задачею. Однак теорія утворення ранніх масивних галактик передбачає, що вони утворювались в областях, в яких еволюція протогалактичних хмар під дією гравітаційної нестійкості з достатньою точністю описується аналітичними методами в наближенні однорідності і сферичної симетрії [6, 17—19]. Це, зокрема, дозволяє вважати розподіл густини речовини всередині протогалактичних хмар однорідним ( $\delta(r, t_0) \equiv \delta(t_0)$ ) і знайти аналітичну залежність між початковим значенням  $\delta(t_0)$  протогалактичної хмари і моментом утворення галактики відповідної маси. Маючи таку залежність, ми тепер можемо пов'язати гауссівську статистику початкових неоднорідностей  $\delta(t_0)$  з концентрацією квазарів  $n_{\text{QSO}}(z)$ , що виникали в ядрах масивних галактик в моменти їхнього утворення, і дослідити знайдену теоретичну залежність  $n_{\text{QSO}}(z)$  на наявність в ній максимуму при  $z \approx 2.2...2.5$ .

Для розрахунку концентрації квазарів  $n_{\text{QSO}}(z)$  [3—5, 7, 11, 17, 19] застосовувались різні методи. Зокрема, в роботах [11, 19] використовувався піковий формалізм теорії випадкових гауссівських полів [8]. Однак результати [8] були приведені в апроксимаційній формі, адаптованій до стандартної космологічної CDM — моделі з «холодною темною матерією» ( $\Omega_\Lambda = 0$ ), що обмежило їхнє застосування рамками лише цієї моделі. В роботах [7, 17] використовується феноменологічний формалізм Преса-Шехтера [20], однак межі його коректного застосування визначаються умовою  $\delta(t_0)/\sigma(M) \gg 1$ , що робить його непридатним для нашої мети. З урахуванням цього для дослідження залежності  $n_{\text{QSO}}(z)$  ми використовуємо наступні міркування.

При визначенні концентрації квазарів  $n_{\text{QSO}}(z)$  у вузькому інтервалі червоних зміщень від  $z$  до  $z + \Delta z$  будемо виходити з того, що цим квазарам ставляться у відповідність протогалактичні хмари речовини з відповідними значеннями збурень густини  $\delta(t_0) > \delta_c$  в інтервалі, який відповідає інтервалу  $[z, z + \Delta z]$ . Щоб визначити цей інтервал, треба мати зв'язок між початковим значенням  $\delta(t_0) \equiv \delta$  протогалактичної хмари і червоним зміщенням  $z$ , що відповідає моменту утворення із неї галактики і спалаху в ній квазара. Щоб знайти такий зв'язок, використаємо результати [2], де було досліджено гравітаційний колапс сферично-симетричних флюктуацій густини речовини в космологічних моделях з кривиною і ненульовою космологічною  $\Lambda$ -сталою. Спираючись на вирази (22) та (24) із вказаної роботи, ми знайшли просту залежність амплітуди від космологічних параметрів для збурень, що колапсуватимуть у момент  $z_{\text{col}}$ :

$$\delta_c \approx \left(\frac{3}{2}\right) \left(\frac{3\pi}{2}\right)^{2/3} \Omega_M \int_0^1 \left(\frac{a}{\Omega_\Lambda a^3 + \Omega_M}\right)^{3/2} da (1 + z_{\text{col}}). \quad (1)$$

Цей вираз було отримано в наближенні значень  $z_{\text{col}} \geq 1$ . Ця область охоплює майже весь діапазон червоних зміщень спостережуваних квазарів ( $0.5 < z < 6$  [25]). Для космологічної моделі з  $\Omega_M = 0.3$  і  $\Omega_\Lambda = 0.7$  цей вираз набуває вигляду:

$$\delta_c \approx 1.31(1 + z_{\text{col}}). \quad (2)$$

Вираз (2) дозволяє перейти від розподілу  $n_{\text{QSO}}(z)$  по  $z$  до відповідного йому розподілу протогалактичних хмар по  $\delta$ . У припущення, що випадкова

величина  $\delta$  розподілена за нормальним законом, ми отримуємо можливість визначити концентрацію квазарів  $n_{\text{QSO}}(z)$  як величину, пропорційну ймовірності того, що значення  $\delta > \delta_c$  відповідних цим квазарами протогалактичних хмар знаходяться в інтервалі  $[\delta_1, \delta_2]$ , який, згідно з виразом (2), відповідає інтервалу червоних зміщень  $[z_1, z_2 = z_1 + \Delta z]$ :

$$n_{\text{QSO}}(z) \sim \int_{\delta_1}^{\delta_2} p(\delta) d\delta, \quad (3)$$

де  $p(\delta) = 1/(\sqrt{2\pi}\sigma(M)) \cdot \exp(-\delta^2/(2\sigma(M)^2))$  — густина ймовірності нормального розподілу величини  $\delta$ . Інтервал  $\Delta z$ , як показано в [3, 11, 17, 19], визначається середнім часом «життя» квазарів  $\tau_{\text{QSO}}$ . Для моделей з нульовою кривиною (або близькою до нуля) зв'язок між космологічним часом  $t$  і відповідним йому космологічним червоним зміщенням має такий вигляд:

$$t = \frac{2}{3H_0\sqrt{\Omega_\Lambda}} \operatorname{arcsinh}\left(\sqrt{\frac{\Omega_\Lambda}{\Omega_M}} \frac{1}{(1+z)^{3/2}}\right), \quad (4)$$

де  $H_0$  — сучасне значення сталої Габбла. З використанням (4) для  $z_{\text{col}} \geq 2$  знаходимо

$$\Delta z \approx H_0 \sqrt{\Omega_M} (1+z)^{2.5} \tau_{\text{QSO}}, \quad (5)$$

де  $\tau_{\text{QSO}} \equiv |\Delta t|$ . З виразу (2) випливає, що  $\Delta\delta \approx 1.31\Delta z$ . З виразу (5) отримуємо, що  $\Delta z \ll 1$ , оскільки час «життя» квазарів значно менший за сучасний космологічний вік Всесвіту. Отже, різниця меж інтегрування у виразі (3) є малою, і на підставі цього

$$n_{\text{QSO}}(\delta) \sim p(\delta)\Delta\delta, \quad (6)$$

а врахування виразів (1) і (5) дає

$$n_{\text{QSO}}(\delta) \sim \delta^{2.5} \cdot \exp(-\delta^2/(2\sigma(M)^2)). \quad (7)$$

Умова на існування екстремуму (в даному випадку максимуму) в залежності  $n_{\text{QSO}}(z)$  і рівнозначна їй умова існування екстремуму при заміні  $z$  на  $\delta$  мають вигляд

$$\frac{dn_{\text{QSO}}(z)}{dz} = \frac{dn_{\text{QSO}}(\delta)}{d\delta} = 0. \quad (8)$$

З її використанням ми і визначимо положення максимуму в розподілі  $n_{\text{QSO}}(z)$ . Використовуючи (8), знаходимо екстремум в залежності  $n_{\text{QSO}}(\delta)$ :

$$\delta \approx \sqrt{2.5}\sigma(M), \quad (9)$$

що дозволяє визначити, з використанням (2), відповідне червоне зміщення  $z$ :

$$z \approx \frac{\sqrt{2.5}\sigma(M)}{1.31} - 1. \quad (10)$$

Величину  $\sigma(M)$  в моделі з  $\Omega_M = 0.3$  і  $\Omega_\Lambda = 0.7$  ми обчислили на основі спектру потужності флюктуацій густини речовини з [13] та нормованому згідно з [9]. Апроксимація для цієї залежності має вигляд

$$\sigma(M) \approx 15.72 - 1.56\lg(M) + 0.037[\lg(M)]^2, \quad (11)$$

і є справедливою в інтервалі мас  $M \sim (10^8 \dots 10^{14})M_\odot$ . Для мас  $M_g \approx (1 \dots 3) \cdot 10^{11} M_\odot$  отримуємо  $\sigma(M_g) \approx (3 \dots 2.7) M_\odot$ . Тоді з використанням [10] остаточно знаходимо, що розподіл  $n_{\text{QSO}}(z)$  квазарів, які виникли в

галактиках з масою  $M_g \approx (1...3) \cdot 10^{11} M_\odot$ , має максимум при червоному зміщенні  $z \approx 2.2...2.5$ .

### ІІІ. ВИСНОВКИ

Оцінюючи отримані результати, ми виходимо з такої інтерпретації даних спостережень, за якою немонотонний характер і наявність максимуму при  $z \approx 2.2...2.5$  є характерною ознакою розподілу  $n_{\text{QSO}}(z)$ , яка проявляється при аналізі різних статистичних вибірок квазарів. Така властивість цього розподілу виділяє його у порівнянні із аналогічними розподілами інших об'єктів. Наші результати показують, що такий характер розподілу  $n_{\text{QSO}}(z)$  є наслідком короткочасності існування квазарів  $\tau_{\text{QSO}}$ , а також — результатом гаусівської статистики початкових збурень густини речовини, з яких формуються протогалактичні хмари. Концентрація квазарів  $n_{\text{QSO}}(z)$  визначається густиною ймовірності знаходження цих збурень у інтервалах, що відповідають різним червоним зміщенням квазарів  $z$  і часом їхнього життя  $\tau_{\text{QSO}}$ . При цьому  $n_{\text{QSO}}(z)$  прямо пропорційна часу життя  $\tau_{\text{QSO}}$ , а положення максимуму в розподілі  $n_{\text{QSO}}(z)$  по  $z$  не залежить від величини  $\tau_{\text{QSO}}$ , якщо та набагато менша за вік Всесвіту. Фіксоване результатами спостережень [15, 21—23, 26] положення максимуму  $z \approx 2.2...2.5$  в розподілі  $n_{\text{QSO}}(z)$  і космологічна модель  $\Omega_m = 0.3$  і  $\Omega_\Lambda = 0.7$  [24] дозволили оцінити масу галактик, в яких спалахують квазари:  $M_g \approx (1...3) \cdot 10^{11} M_\odot h^{-1}$ . Отримані значення узгоджуються з відповідними результатами спостережень квазарів і сучасними уявленнями про їхню фізичну природу та умови формування [1, 10, 12, 14, 16, 27]. Таким чином, положення максимуму в розподілі  $n_{\text{QSO}}(z)$  знаходить своє природне пояснення в рамках стандартного космологічного сценарію утворення великомасштабної структури Всесвіту із початкових флюктуацій густини речовини під дією гравітаційної нестійкості.

1. Комберг Б. В., Сюняев Р. А. Являются ли квазизвездные объекты ядрами зарождающихся галактик // Астрон. журн.—1971.—48, № 2.—С. 235—240.
2. Кулінч Ю., Новосядлій Б. Сферично-симетричний колапс і функція мас багатьох скупчень галактик у моделях з кривиною та космологічною сталою // Журн. фіз. досліджень.—2003.—7, № 2.—С. 234—246.
3. Новосядлій Б. С., Чорній Ю. Б. Розподіл квазарів по  $Z$  і початковий спектр флюктуацій на малих масштабах // Кінематика і фізика небес. тел.—1996.—12, № 2.—С. 30—42.
4. Новосядлій Б. С., Чорній Ю. Б. Еволюція кореляційної функції квазарів у космологічних сценаріях формування великомасштабної структури Всесвіту // Журн. фіз. досліджень.—1998.—2, № 3.—С. 433—437.
5. Новосядлій Б. С., Чорній Ю. Б. Кореляційна функція квазарів і спектр потужності космологічних флюктуацій густини речовини // Кінематика і фізика небес. тел.—1998.—14, № 2.—С. 15—165.
6. Новосядлій Б. С., Чорній Ю. Б. Розвитие космологических возмущений на фоне крупномасштабных неоднородностей // Астрон. журн.—1993.—70, № 4.—С. 657—666.
7. Чорній Ю. Просторовий розподіл квазарів у космологічних моделях // Журн. фіз. досліджень.—2002.—6, № 4.—С. 459—461.
8. Bardeen J. M., Bond J. R., Kaiser N., Szalay A. S. The statistics of peaks of Gaussian random fields // Astrophys. J.—1986.—304, N 1.—P. 15—61.
9. Bunn E. F., White M. The 4 Year COBE Normalization and Large-Scale Structure // Astrophys. J.—1996.—480, N 1.—P. 6—21.
10. Cavaliere A., Vittorini V. The Rise and Fall of the Quasars // ASP Conf. Ser.—1998.—146.—P. 26.—(The Young Universe: Galaxy Formation and Evolution at Intermediate and High Redshift / Eds S. D'Odorico, A. Fontana, E. Giallongo).
11. Chornij Yu., Novosyadlyj B. Redshift distribution of QSO's as a probe of initial spectrum on small scales // Astron. and Astrophys. Transactions.—1996.—10.—P. 77—82.
12. Efstathiou G., Rees M. J. High-redshift quasars in the Cold Dark Matter cosmogony // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.—1988.—230, N 1.—P. 5—11.

13. Eisenstein D. J., Hu W. Power Spectra for Cold Dark Matter and Its Variants // *Astrophys. J.*—1999.—**511**, N 1.—P. 5—15.
14. Haehnelt M., Rees M. J. The formation of nuclei in newly formed galaxies and the evolution of the quasar population // *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*—1993.—**263**, N 1.—P. 168—178.
15. Hawkins M. R. S., Veron P. The space density of quasars at  $z > 4$  // *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*—1996.—**281**, N 1.—P. 348—356.
16. Loeb A., Rasio F. A. Collapse of primordial gas clouds and the formation of quasar black holes // *Astrophys. J.*—1994.—**432**, N 1.—P. 52—61.
17. Nusser A., Silk J. Abundance and evolution of quasars in cold dark matter models // *Astrophys. J.*—1993.—**411**, N 1.—P. L1—L4.
18. Novosyadlyj B. S., Chornij Yu. B. Evolution of galactic-scale perturbations on the background of large-scale inhomogeneities in cosmological models with dark matter of different types // *Kinematics and Phys. Celest. Bodies.*—1994.—**10**, N 3.—C. 68—78.
19. Novosyadlyj B., Chornij Yu. The number density of quasars as a probe of initial power spectrum on small scale // *J. Phys. Studies.*—1997.—**2**.—P. 287—296.
20. Press W. H., Schechter P. Formation of galaxies and Clusters of Galaxies by Self-Similar Gravitational Condensation // *Astrophys. J.*—1974.—**187**, N 2.—P. 425—438.
21. Schmidt M., Schneider D. P., Gunn J. E. Luminosity function of quasars at large redshifts from GRISM surveys // The space distribution of quasars: Proc. of the Workshop. — Victoria, Canada, 1991.—P. 109—114.
22. Schmidt M., Schneider D. P., Gunn J. E. Spectroscopic CCD Surveys for Quasars at Large Redshift. IV. Evolution of the Luminosity Function from Quasars Detected by Their Lyman-Alpha Emission // *Astron. J.*—1995.—**110**, N 2.—P. 68.
23. Shaver P. A., Hook I. M., Jackson C. A., et al. The redshift Cutoff and the Quasar Epoch // *ASP Conf. Ser.*—1999.—**156**.—P. 163.—(Highly Redshifted Radio Lines / Eds C. L. Carilli, S. J. E. Radford, K. M. Menten, G. I. Langston).
24. Spergel D. N., Verde L., Peiris H. V., et al. First-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Determination of Cosmological Parameters // *Astrophys. J.*—2003.—**148**, N 1.—P. 175—194.
25. Veron-Cetty M. P., Veron P. A catalogue of quasars and active nuclei: 10th edition // *Astron. and Astrophys.*—2001.—**374**, N 2.—P. 92—94.
26. Warren S. J., Hewett P. C., Osmer P. S. A wide-field multicolor survey for high-redshift quasars, Z greater than or equal to 2.2. 3: The luminosity function // *Astrophys. J.*—1994.—**421**, N 2.—P. 412—433.
27. Wyithe J. S. B., Loeb A. A Physical Model for the Luminosity Function of High-Redshift Quasars // *Astrophys. J.*—2002.—**581**, N 2.—P. 886—894.

Надійшла до редакції 20.01.04