

УДК 524.7

**С. Л. Парновский, А. В. Тугай**

Астрономическая обсерватория Киевского национального университета имени Тараса Шевченко,  
04053 Киев, ул. Обсерваторная, 3

**Исследование поля пекулярных скоростей галактик,  
вызванного притяжением одиночного атTRACTора,  
в квадрупольном и октупольном приближениях**

Проведено моделирование поля пекулярных скоростей для выборки плоских галактик, вызываемого одиночным атTRACTором. Проанализированы квадрупольная и октупольная составляющие поля скоростей. Показано, что ориентация одной из собственных осей тензора квадрупольной составляющей может быть индикатором положения атTRACTора на небесной сфере, если атTRACTор достаточно удален. Угол отклонения оси от направления на атTRACTор превышает соответствующий угол для дипольной составляющей в шесть раз. Установлено, что октупольная составляющая не дает информации о положении атTRACTора. При анализе четырехатTRACTорной модели распределения плотности на масштабе 150 Мпк выяснилось, что подобная модель является неадекватной при рассмотрении квадрупольного движения галактик.

**ДОСЛІДЖЕННЯ ПОЛЯ ПЕКУЛЯРНИХ ШВІДКОСТЕЙ ГАЛАКТИК, ЩО ВИКЛИКАЄТЬСЯ ТЯЖІННЯМ ОДИНОЧНОГО АТРАКТОРА, У КВАДРУПОЛЬНОМУ І ОКТУПОЛЬНОМУ НАБЛИЖЕННЯХ, Парновський С. Л., Тугай А. В. — Змодельовано поле пекулярних швидкостей вибірки плоских галактик, яке викликається одиночним атTRACTором. Проаналізовані квадрупольна й октупольна складові поля пекулярних швидкостей. Показано, що орієнтація однієї з власних осей тензора квадрупольної складової може бути індикатором положення атTRACTора на небесній сфері, якщо атTRACTор розташований на великій відстані. Кут відхилення власної осі квадруполя від напрямку на атTRACTор в шість разів перевищує відповідний кут для дипольної складової. Встановлено, що октупольна складова не дає інформації про положення атTRACTора. Розглянуто також чотирьохатTRACTорну модель розподілу густини на масштабі 150 Мпк. Показано, що вона не є адекватною при дослідженні квадрупольної складової поля швидкостей.**

**INVESTIGATION OF THE GALAXY PECULIAR VELOCITY FIELD CAUSED BY SINGLE ATTRACTOR IN QUADRUPOLE AND OCTUPOLE APPROXIMATIONS, by Parnovsky S. L., Tugay A. V. — We made a simulation of the galaxy peculiar motion field caused by one attractor for a real sample of galaxies and analysed it in the quadrupole and octopole approximations. The orientation of one of the quadrupole tensor axes can be**

*an indicator of the attractor position on the celestial sphere if the attractor is sufficiently distant, but the angle of the axis deviation from the direction towards the attractor is approximately six times greater than the corresponding angle for bulk motion (vector of the dipole component). The octopole component gives us no information on the attractor position. We show that a four-attractor model of density distribution is not adequate in the quadrupole approximation.*

## ВВЕДЕНИЕ

Данная работа является продолжением работы [4] по моделированию поля пекулярных скоростей, вызванных одиночным притягивающим центром (аттрактором), и исследованию этого поля методами, использующимися при анализе нехаббловских коллективных движений галактик на масштабе 100 Мпк [1, 2]. В отличие от простых теоретических расчетов мы рассматриваем не модельный случай всюду полной сферически-симметричной выборки галактик-индикаторов радиальной составляющей пекулярной скорости, а реальную выборку Disco [5] 1271 спиральной галактики из каталога RFGC [6]. Эта выборка, использованная в работе [1], характеризуется, как и любой другой набор наблюдательных данных, неполнотой, неоднородностью и асимметрией. В расчетах мы рассматриваем модель аттрактора с кинговским распределением избыточной плотности (1), однако с тем же успехом мы могли бы применить любую сферически-симметричную модель аттрактора.

В работе [1] для исследования движения галактик выборки Disco применялось мультипольное разложение поля скоростей с использованием обобщенной многопараметрической зависимости Талли — Фишера вплоть до октупольных членов. Для всех моделей поля скоростей в [4] была определена относительная поправка к постоянной Хаббла, которая для всех разумных оценок оказалась менее 1 %. Также были определены модуль и направление вектора дипольной составляющей поля скоростей. В отличие от сферически-симметричной выборки, где этот вектор всегда направлен вдоль направления на аттрактор, для реальной выборки Disco это не так. Для аттрактора, лежащего на малых расстояниях, угол отклонения от направления на аттрактор может быть большим. Этот угол уменьшается до нуля с увеличением расстояния до аттрактора (см. [4]).

Здесь мы будем исследовать поведение квадрупольной и октупольной составляющих поля скоростей, вызванных одиночным кинговским аттрактором и определенных по радиальным скоростям движения галактик выборки Disco. В первую очередь нас будут интересовать величины, которые бы показывали нам положение аттрактора на небесной сфере с точностью не худшей, чем при использовании дипольной составляющей. Кроме того, будут рассмотрены квадрупольная и октупольная составляющие поля скоростей, получаемые в 4-аттракторной модели распределения плотности во Вселенной на масштабах до 200 Мпк.

## МЕТОД И ВЫБОРКА

Расчеты проводятся для сферически-симметричного аттрактора с кинговским распределением плотности

$$\rho(r) = \rho_b \left[ 1 + \frac{A}{(1 + x^2)^{1.5}} \right], \quad x = r/r_a, \quad (1)$$

где  $\rho_b$  — фоновая плотность вещества. Модель описывается двумя параметрами

рами: величина  $A$  характеризует массу аттрактора, а  $r_a$  — его размер. Все расстояния и размеры мы выражаем в единицах  $Hr$ , т. е. в км/с, чтобы не вводить в качестве дополнительного параметра постоянную Хаббла  $H$ . Вектор пекулярной скорости падения галактики на аттрактор связан с возмущением плотности формулой [3, формула (14.9)]

$$\mathbf{V}(\mathbf{r}) = \frac{\beta}{4\pi} \int \left( \frac{\rho(r)}{\rho_b} - 1 \right) \frac{\mathbf{r}' - \mathbf{r}}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|^3} d^3\mathbf{r}',$$

$$\beta = \frac{\Omega^{0.6}}{b}.$$
(2)

Здесь  $\Omega$  — космологический параметр плотности, а  $b$  — так называемый линейный постоянный фактор сдвига, равный отношению флюктуации плотности скоплений к флюктуации плотности массы. Значение  $\beta$  по разным данным варьирует в пределах 0.5—0.6. В результате аттрактор создает в системе отсчета реликтового излучения поле пекулярных скоростей

$$\mathbf{V}(\mathbf{r}) = -A\beta \mathbf{n}Y,$$

$$Y = \frac{r_a}{x^2} \left[ \ln \left( x + \sqrt{1 + x^2} \right) - \frac{1}{\sqrt{1 + x^2}} \right],$$
(3)

где  $\mathbf{n}$  — единичный вектор, направленный от аттрактора к галактике. При численных расчетах использовались значения  $r_a = 1000$  и  $3000$  км/с, 26 направлений на аттрактор, описанных в [4], и 26 значений расстояний от 0 до  $25000$  км/с шагом 1000 км/с.

Как и при анализе реального поля пекулярных скоростей [1], мы используем модели, основанные на его мультипольном разложении. Дипольная ( $D$ ) модель была использована в работе [4] и приводится только для полноты картины, поскольку никак не описывает интересующие нас квадрупольную и октупольную составляющие:

$$V_r = D_i n_i + \varepsilon r.$$
(4)

Квадрупольная ( $DQ$ ) модель используется только при анализе квадрупольной составляющей:

$$V_r = D_i n_i + \varepsilon r + Q_{ik} n_i n_k r =$$

$$= D_i n_i + \varepsilon r + Q_1(n_x^2 - n_z^2)r + Q_2(n_y^2 - n_z^2)r + Q_{xy}n_x n_y r + Q_{xz}n_x n_z r + Q_{yz}n_y n_z r.$$
(5)

В последнем преобразовании мы учли бесследовость симметричного тензора  $Q_{ik}$ .

Октупольная ( $DQO$ ) модель используется при анализе квадрупольной и октупольной составляющих:

$$V_r = D_i n_i + \varepsilon r + Q_1(n_x^2 - n_z^2)r + Q_2(n_y^2 - n_z^2)r + Q_{xy}n_x n_y r + Q_{xz}n_x n_z r + Q_{yz}n_y n_z r +$$

$$+ O_{xyz}n_x n_y n_z r^2 + O_{xxx}n_x^3 r^2 + O_{yyy}n_y^3 r^2 + O_{zzz}n_z^3 r^2 +$$

$$+ O_{xxy}n_x^2 n_y r^2 + O_{xxz}n_x^2 n_z r^2 + O_{yyx}n_y^2 n_x r^2 + O_{yyz}n_y^2 n_z r^2 + O_{zxz}n_z^2 n_x r^2 + O_{zyz}n_z^2 n_y r^2.$$
(6)

Во всех случаях  $\varepsilon$  — изменение параметра Хаббла для нашей выборки вызванное наличием аттрактора,  $D_i$  — дипольная составляющая поля скорости (bulk motion), тензоры  $Q_{ik}$  и  $O_{ikl}$  характеризуют квадрупольную и октупольную составляющие поля скоростей и содержат соответственно пять и десять параметров. Тензор  $O_{ikl}$  симметричен по всем трем парам индексов.

В работе [4] были рассмотрены зависимости величин  $\varepsilon$  и  $D_1$  от параметров аттрактора во всех трех моделях. Ниже мы опишем, как связаны с параметрами аттрактора квадрупольная и октупольная составляющие мультипольного разложения поля скоростей.

Расчеты проводятся для выборки галактик, расположенных в пространстве так же, как 1271 галактика выборки Disco из каталога RFGC. Эта выборка использовалась как в работе [1] для анализа реального поля скоростей, так и в работе [4] при компьютерном моделировании. Среднее расстояние до галактик выборки равно 5900 км/с, выборка полна до 5500 км/с. Для того чтобы отдельно рассмотреть проявление эффектов асимметрии, мы используем также симметризированную выборку из 10168 галактик, полученную на основе Disco. Каждой галактике исходной выборки соответствуют 8 галактик симметризированной выборки. Они расположены в вершинах куба с центром в начале координат. Координаты одной из вершин являются координатами галактики из исходной выборки.

## РЕЗУЛЬТАТЫ

**Квадрупольная составляющая.** Моделирование поля скоростей сферически-симметричных аттракторов существенно упрощается для идеализированного случая сферически-симметричной выборки, например для очень большого числа одинаковых галактик, равномерно распределенных внутри сферы с центром в начале координат. Рассматривая аттрактор, лежащий на оси  $z$ , из соображений симметрии находим, что тензор квадрупольной составляющей равен

$$Q = Q_0 \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Два собственных значения тензора совпадают и собственным вектором является любой вектор, перпендикулярный к направлению на аттрактор. Выделенная собственная ось лежит в направлении на аттрактор. Собственное значение вдоль этого направления получается умножением собственного значения перпендикулярного направления на  $-2$ . Все параметры аттрактора и выборки входят в параметр  $Q_0$ . Значение  $Q_0$  определяется расстоянием между центрами аттрактора и выборки, а также радиальными функциями сферически-симметричного распределения плотности массы в аттракторе и

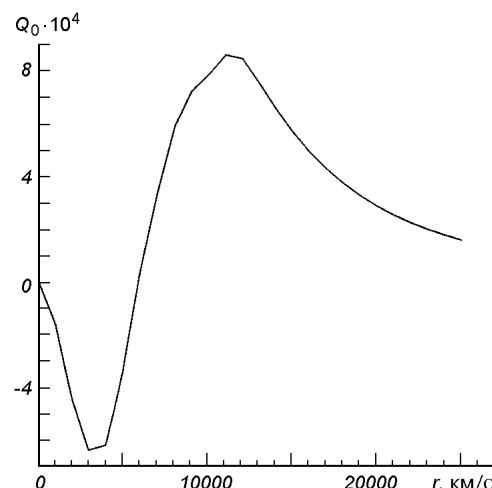


Рис. 1. Расчетные значения величины  $Q_0$  (DQ-модель, симметризированная выборка,  $r_a = 1000$  км/с)

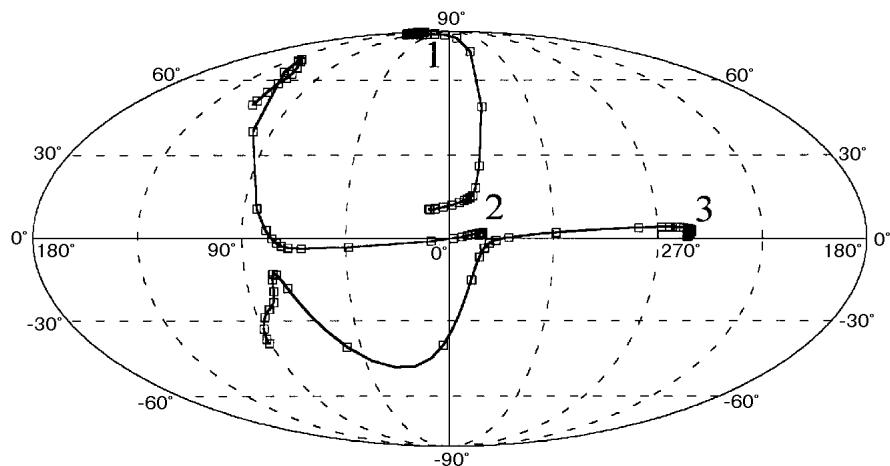


Рис. 2. Направления собственных осей тензора квадруполя в галактических координатах. АтTRACTор находится в направлении северного галактического полюса на расстояниях от 1000 до 25000 км/с. Соседние квадратики на линиях соответствуют разнице расстояний до атTRACTора 500 км/с. Цифрами 1, 2, 3 обозначены направления собственных осей с наибольшими, наименьшими и промежуточными собственными числами соответственно. Положение цифр соответствует собственным направлениям для далекого атTRACTора.

числа галактик в выборке и может быть получено путем интегрирования. Подобное поведение мы наблюдаем при использовании симметризованных выборок. При увеличении расстояния до атTRACTора величина  $Q_0$  ведет себя так, как показано на рис. 1 при  $r_a = 1000$  км/с. Отметим, что изменение знака  $Q_0$  для атTRACTоров разных размеров происходит на расстояниях  $r \approx 6000$  км/с, т. е. дипольная и квадрупольная составляющие меняют знак приблизительно на одинаковых расстояниях.

Для несимметричной выборки Disco поведение квадрупольной составляющей отличается от описанного выше симметричного случая. Для атTRACTора, лежащего на расстоянии до 8000 км/с, квадрупольная составляющая не дает нам никаких указаний о положении атTRACTора на небе. Это видно из рис. 2, где показана ориентация на небесной сфере трех собственных осей тензора  $Q_{ik}$  для атTRACTора с  $r_a = 1000$  км/с, лежащего в направлении северного галактического полюса на расстояниях от 100 до 25000 км/с. При анализе графика следует принять во внимание два обстоятельства. Во-первых, направление на атTRACTор для симметризированной выборки соответствует максимальному собственному значению при  $Q_0 > 0$ , т. е. на больших расстояниях, и минимальному собственному значению при  $Q_0 < 0$ , т. е. на расстояниях, меньших 6000 км/с. Во-вторых, в процессе деформации трехосного эллипсоида, описываемого тензором  $Q_{ik}$  при изменении расстояния до атTRACTора, он проходит через стадию двухосного эллипсоида вращения. При этом переходе направление собственной оси может резко измениться.

На рис. 3 показаны зависимости максимального, минимального и среднего собственных значений тензора  $Q_{ik}$  при изменении расстояния до атTRACTора. Указаны среднее, максимальное и минимальное значение этих величин для всех 26 направлений на атTRACTор. Важно отметить, что при увеличении расстояния до атTRACTора наименьшее и промежуточное собственные значения квадрупольной составляющей становятся равными. Таким образом, влияние асимметрии выборки на значения параметров квадруполь-

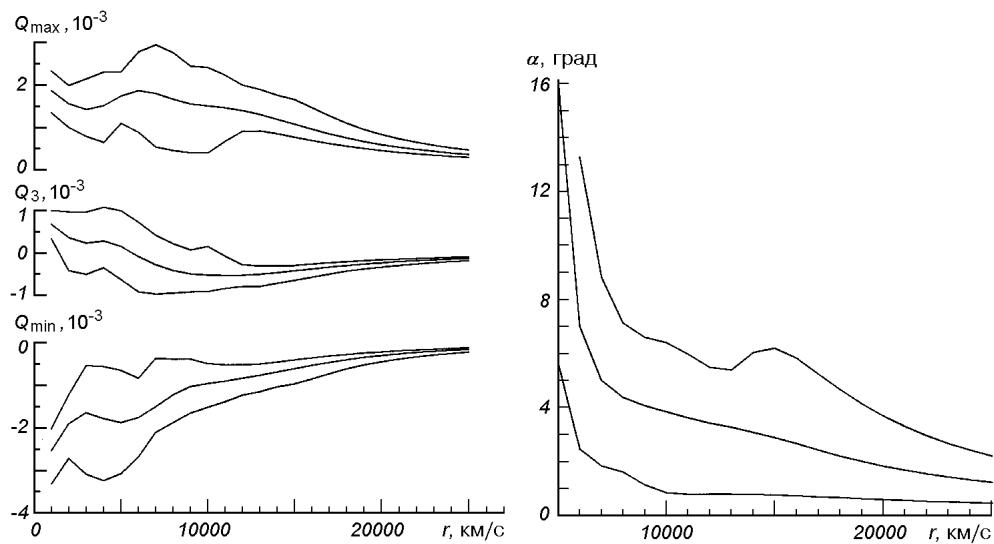


Рис. 3. Собственные числа квадрупольной составляющей в зависимости от расстояния до аттрактора. Линии проведены для наибольших, средних и наименьших значений среди 26 рассмотренных направлений на аттрактор

Рис. 4. Угол отклонения собственного направления, соответствующего максимальному собственному значению, от направления на аттрактор. Приведены наибольшие, наименьшие и средние значения среди 26 направлений для расстояний до аттрактора от 6000 до 25000 км/с

ной составляющей уменьшается с увеличением расстояния до аттрактора. Ниже будет показано, что для октупольной составляющей последнее утверждение неверно.

Если аттрактор лежит на больших расстояниях, то направление оси квадруполя, имеющей максимальное собственное значение, может быть использовано в качестве индикатора положения аттрактора на небе. Правда, в отличие от направления вектора дипольной составляющей, этот индикатор дает два противоположных направления. Насколько точно определяется положение аттрактора?

На рис. 4 построены средние, максимальное и минимальное значения угла отклонения этой собственной оси от направления на аттрактор. Сравнение с аналогичным графиком для дипольной составляющей (см. [4]) показывает, что угол отклонения оси квадруполя в среднем в шесть раз больше угла отклонения диполя, как для DQ-, так и для DQO-модели. Напомним, что в работе [4] было показано, что средний угол отклонения диполя меньше для DQO-модели, чем для DQ-модели.

Таким образом, при определении направления на одиночный аттрактор использование DQ- и особенно DQO-модели предпочтительней не из-за появления дополнительных индикаторов положения аттрактора, а из-за уменьшения угла отклонения дипольной составляющей от аттрактора.

**Октупольная составляющая.** Для анализа октупольной составляющей имеет смысл вслед за работой [1] выделить из тензора октуполя его след. В результате вместо формулы (6) мы получаем эквивалентное ей представление поля скоростей

$$\mathbf{V}_r = \mathbf{R} + (D_i + R^2 P_i) n_i + R Q_{ij} n_i n_j + R^2 \tilde{O}_{ijk} n_i n_j n_k. \quad (8)$$

Здесь вектор  $\mathbf{P}$  связан со следом октуполя, а тензор  $\tilde{O}$  является симметричным и бесследовым. Последний член может быть записан в виде

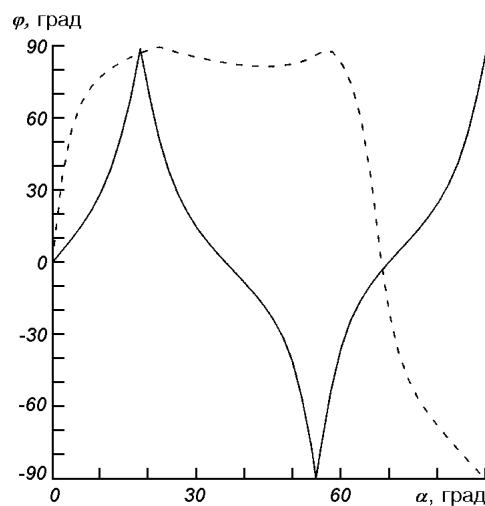
$$\tilde{O}_{ijk} n_i n_j n_k = d_1(3n_1 n_2^2 - n_1^3) + d_2(3n_1 n_3^2 - n_1^3) + d_3(3n_2 n_1^2 - n_2^3) + \\ + d_4(3n_2 n_3^2 - n_2^3) + d_5(3n_3 n_1^2 - n_3^3) + d_6(3n_3 n_2^2 - n_3^3) + d_7 n_1 n_2 n_3, \quad (9)$$

где семь параметров  $d$  можно легко выразить через параметры в формуле (6). Для сферически-симметричной выборки из симметрии видно, что вектор  $\mathbf{P}$  должен быть ориентирован вдоль направления на аттрактор, а тензор  $\tilde{O}$  сводится к константе. Для случая аттрактора, лежащего на оси  $z$ , необходимо, чтобы

$$\begin{aligned} \tilde{O}_{1ik} &= O_0 \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ \tilde{O}_{2ik} &= O_0 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \\ \tilde{O}_{3ik} &= O_0 \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (10)$$

В линейном приближении теории возмущений плотность материи пропорциональна дивергенции поля скоростей [3]. Предполагая потенциальность поля скоростей, мы видим, что вектор  $\mathbf{P}$  пропорционален градиенту плотности распределения материи и направлен в сторону ее уменьшения, т. е. по направлению от аттрактора.

Для специально построенной тестовой выборки с высокой степенью симметрии, например для галактик, лежащих в вершинах додекаэдра, мы наблюдаем описанное выше поведение октупольной составляющей. Но уже для симметризованных выборок угол отклонения вектора  $\mathbf{P}$  от направления на аттрактор становится не  $180^\circ$ , а около  $170^\circ$  даже для далеких аттракторов. Это показывает, что применяемый метод симметризации недостаточен при исследовании октупольного приближения, в частности из-за упорядоченности ориентации кубов, образуемых каждой галактикой. Для реальной выборки Disco эффект отклонения вектора  $\mathbf{P}$  существенно увеличивается и направление вектора  $\mathbf{P}$ , вообще говоря, практически не связано с направлением на аттрактор, даже если он находится на большом расстоянии. Этот эффект получается также при аналитическом рассмотрении



*Рис. 5. Связь вектора  $\mathbf{P}$  с направлением на аттрактор для искусственных выборок «узкий цилиндр» и «диск» (сплошная и штриховая линии соответственно). Углы отклонения от плоскости, перпендикулярной к оси симметрии выборки задают направления радиуса-вектора аттрактора ( $\alpha$ ) и вектора  $\mathbf{P}(\varphi)$*

разложения поля скоростей по мультипольям. Проиллюстрируем этот эффект на примере двух искусственных выборок галактик, имеющих квадрупольный момент в виде вытянутого и сплюснутого эллипсоидов вращения. В одной из выборок галактики были расположены на боковой поверхности узкого цилиндра вокруг оси вращения, во второй — на поверхности тонкого диска, перпендикулярного к этой оси.

На рис. 5 показан угол отклонения вектора  $\mathbf{P}$  от плоскости, перпендикулярной к оси вращения эллипса инерции, в зависимости от аналогичного угла для направления на аттрактор. Заметим, что аналогичные графики, построенные для точечного аттрактора, практически не отличаются от приведенных графиков для аттрактора с кинговским профилем. Итак, направление вектора  $\mathbf{P}$  не дает нам практически никакой информации о местоположении аттрактора, как и любые величины, составленные из компонентов тензора  $O$ . Тем не менее, использование именно DQO-модели при определении параметров аттрактора предпочтительнее из-за уменьшения угла отклонения дипольной составляющей от направления на аттрактор.

#### ПРОВЕРКА 4-АТТРАКТОРНОЙ МОДЕЛИ В КВАДРУПОЛЬНОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Были найдены квадрупольная и октупольная составляющие поля скоростей для 4-аттракторной модели распределения плотности вещества на масштабе до 150 Мпк, введенной в работе [7]. Как было показано в работе [4], в этой модели дипольная составляющая модельного поля скоростей хорошо согласуется с дипольной составляющей, определяемой по наблюдательным данным о пекулярных скоростях галактик. Такой результат естественен, поскольку параметры аттракторов в 4-аттракторной модели определялись в [7] именно исходя из требования о совпадении дипольной составляющей для модели и наблюдательных данных. При сравнении квадрупольной составляющей, найденной для реальных пекулярных скоростей в [1, 2] и для 4-аттракторной модели, оказалось, что они совершенно различны.

В таблице приведены собственные значения и собственные направления квадрупольной составляющей для 4-аттракторной модели и соответствую-

Собственные значения и собственные направления (в галактических координатах) квадрупольной составляющей поля пекулярных скоростей для 4-аттракторной модели и результатов обработки двух выборок пекулярных скоростей, полученных на основе наблюдательных данных. Приведены два варианта для различных значений предельных расстояний  $R_{\max}$  галактик из реальных выборок

Выборка	$R_{\max}$ , км/с	Максимум		Минимум		Третья ось	
		$Q_1$ , %	l, b, град	$Q_2$ , %	l, b, град	$Q_3$ , %	l, b, град
DQ-модель							
[1]	10000	$4.8 \pm 1.5$	1, 70	$-5.1 \pm 1.7$	92, 0	$0.3 \pm 1.5$	182, 20
[1]	8000	$6.1 \pm 1.7$	205, 69	$-8.1 \pm 1.9$	104, 4	$2.0 \pm 1.9$	13, 20
[2]	10000	$5.8 \pm 1.2$	54, 78	$-4.8 \pm 1.3$	86, -10	$-1.0 \pm 1.8$	354, -6
[2]	8000	$5.8 \pm 1.4$	118, 89	$-6.4 \pm 1.6$	104, -1	$0.6 \pm 2.1$	14, 3
4-аттракторная модель							
		6.4	150, -18	-5.4	103, 64	-1.0	54, -18
DQO-модель							
[1]	10000	$6.1 \pm 2.0$	1, 76	$-6.7 \pm 2.2$	266, 1	$0.7 \pm 2.0$	176, 14
[1]	8000	$4.5 \pm 1.9$	183, 58	$-7.4 \pm 2.1$	274, 1	$2.9 \pm 2.0$	5, 32
[2]	10000	$6.8 \pm 1.7$	77, 82	$-4.4 \pm 1.6$	79, -8	$-2.4 \pm 2.3$	349, 0
[2]	8000	$4.2 \pm 1.7$	75, 82	$-5.1 \pm 1.6$	89, -7	$0.9 \pm 2.3$	359, -2
4-аттракторная модель							
		2.9	137, -9	-1.9	146, 81	-1.0	47, 2

щие им величины, найденные в [1, 2]. Полное несоответствие собственных направлений приводит к выводу от том, что 4-аттракторная модель распределения плотности неадекватна уже при рассмотрении квадрупольной составляющей поля скоростей.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализ квадрупольной и октупольной составляющих поля пекулярных движений галактик, вызванных одиночным аттрактором показал, что:

- 1) направление оси тензора, описывающего квадрупольную составляющую, с собственным значением, наиболее отличающимся от остальных, близко к направлению на аттрактор, если последний находится на расстоянии, существенно превышающем  $60h^{-1}$  Мпк. Однако угол отклонения этого вектора от направления на аттрактор в среднем в шесть раз превышает угол отклонения дипольной составляющей. Поэтому для определения положения аттрактора на небе целесообразно использовать именно вектор дипольной составляющей, но рассчитанный в рамках DQ- или DQO-модели;
- 2) октупольная составляющая не дает возможности определить положение аттрактора на небе. Ее составная часть, вектор  $P$ , необязательно направлен для реальных выборок в сторону, противоположную градиенту плотности материи;
- 3) предложенная в работе [7] 4-аттракторная модель распределения плотности неадекватно описывает уже квадрупольную составляющую поля скоростей.

1. Парновский С. Л., Кудря Ю. Н., Карапенцева В. Е., Карапенцев И. Д. Коллективные движения плоских галактик на масштабах 100 Мпк в квадрупольном и октупольном приближениях // Письма в Астрон. журн.—2001.—27, № 12.—С. 890—900.
2. Парновский С. Л., Тугай А. В. Коллективные движения плоских галактик на масштабах 100 Мпк в квадрупольном и октупольном приближениях на основе новых данных // Письма в Астрон. журн.—2004.—30, № 6.—С. 403—413.
3. Пиблс Ф. Дж. Э. Структура Вселенной в больших масштабах. — М.: Мир, 1983.—408 с.
4. Тугай А. В., Парновский С. Л. Моделирование крупномасштабных движений галактик, вызванных одиночным аттрактором // Кинематика и физика небес. тел.—2003.—19, № 5.—С. 454—466.
5. Karachentsev I. D., Karachentseva V. E., Kudrya Yu. N., et al. A list of peculiar velocities of RFGC galaxies // Bull. SAO.—2000.—50.—P. 5—38.
6. Karachentsev I. D., Karachentseva V. E., Kudrya Yu. N., et al. The revised Flat Galaxy Catalogue // Bull. SAO.—1999.—47.—P. 5—185.
7. Marinoni C., Monaco P., Giuricin G., Costantini B. Galaxy Distances in the Nearby Universe: Corrections for Peculiar Motions // Astrophys. J.—1998.—505, N 2.—P. 484—505.

Поступила в редакцию 27.11.03