

УДК 524.79

В. А. Леонтьев, Б. С. Новосядлий

Кафедра астрофізики та астрономічна обсерваторія
Львівського національного університету ім. І. Франка
79005 Львів, вул. Кирила і Мефодія 8

Еволюція кореляційної функції квазарів в Λ CDM-моделях формування структури Всесвіту

Досліджено залежність амплітуди кореляційної функції квазарів від червоного зміщення в космологічних Λ CDM-моделях. Розрахунки проведено в припущення, що квазари утворюються на початкових стадіях еволюції галактик з масами $10^{11} M_\odot$ і тривалість їхнього існування є малою у порівнянні з віком Всесвіту. Показано, що в космологічних моделях з параметрами, що визначені на основі сукупності даних по анізотропії реліктового випромінювання та великомасштабній структурі Всесвіту, амплітуда спадає до $z \approx 2$, і зростає на більших z . Отриманий хід еволюції кореляційної функції якісно узгоджується із результатами обробки каталогу 2dF QSO Survey.

ЭВОЛЮЦИЯ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ КВАЗАРОВ В Λ CDM-МОДЕЛЯХ ФОРМИРОВАНИЯ СТРУКТУРЫ ВСЕЛЕННОЙ, Леонтьев В. А., Новосядлый Б. С. — Получена зависимость амплитуды корреляционной функции квазаров от красного смещения в космологических Λ CDM-моделях. Рассчеты проведены в рамках теории, согласно которой квазары образуются на начальных стадиях формирования галактик с массами $10^{11} M_\odot$ и длительность их свечения мала в сравнении с возрастом Вселенной. Показано, что в космологических моделях с параметрами, установленными на основании данных по анизотропии реликтового излучения и по крупномасштабной структуре Вселенной, амплитуда уменьшается до $z \approx 2$, и возрастает на больших z . Полученные нами результаты качественно совпадают с результатами наблюдений, полученными при анализе каталога 2dF QSO Survey.

THE EVOLUTION OF QUASAR CLUSTERING IN Λ CDM MODELS OF STRUCTURE FORMATION OF THE UNIVERSE, by Leontjev V. A., Novosyadlyj B. S. — The evolution of quasar clustering is studied in Λ CDM cosmological models, parameters of which are defined on the basis of WMAP data and from other cosmological experiments. The calculations are made under the assumption that QSO are formed in early stages of evolution of massive galaxies with masses of $10^{11} M_\odot$ and that quasar lifetimes are negligible

as compared with the age of the Universe. It is shown that, in our model the amplitude of quasar correlation function drops slowly down to $z \approx 2$ and then is growing at larger values of z . Our results are qualitatively consistent with the experimental results obtained during the analysis of the 2df QSO Survey.

ВСТУП

Завдяки своїй надзвичайній яскравості квазари є найбільш віддаленими об'єктами, що спостерігаються. Вивчення їхнього просторового розподілу дає можливість досліджувати великомасштабну структуру всієї спостережуваної області Всесвіту на різних етапах її розвитку. Важливими числовими характеристиками цього розподілу є залежність концентрації квазарів та амплітуди їхньої двоточкової кореляційної функції від червоного зміщення.

До останнього часу теоретичному дослідженню еволюції амплітуди кореляційних функцій квазарів приділялось мало уваги через неоднозначність спостережних даних. Так, наприклад, за результатами [11] і [16] амплітуда кореляційної функції квазарів із збільшенням червоного зміщення z монотонно зменшується за степеневим законом. Водночас в роботі [12] амплітуда із z збільшується. Сьогодні створюються нові каталоги квазарів на основі таких оглядів, як 2df QSO Survey та SDSS (Sloan Digital Sky Survey), які є повнішими і одноріднішими, ніж попередні.

Таким чином, надійність статистичних характеристик, що одержуються при обробці цих каталогів, вже є значно більшою, що спокушає до порівняння цих даних із теоретичними передбаченнями. В роботах [8, 10] було досліджено еволюцію кластеризації квазарів із z на основі каталогу 2df QSO Survey і показано, що вона є немонотонною: зменшується до $z \approx 1$ і збільшується на більших z .

При теоретичному розрахунку кореляційної функції квазарів необхідно брати до уваги фізичну модель свічення квазарів і механізм їхнього утворення. В останні роки загальновизнаною стала модель квазарів як об'єктів, що утворюються в ядрах масивних галактик у результаті акреції речовини на чорну діру з масою $10^8 M_\odot$ [2, 6, 7, 14]. Ця модель може пояснити як велику світність квазарів, оскільки ефективність енерговиділення при випадінні речовини на чорну діру досягає 10—30 % енергії спокою речовини, так і швидку зміну близькому квазарів, яка може пояснюватись лише компактністю джерела випромінювання. Механізм утворення квазарів залишається при цьому ще остаточно не виясненим. Аналіз спостережних даних показує, що час існування квазарів малий порівняно із часом існування галактик, і тому постає питання, на якій стадії своєї еволюції галактики проходять квазарну стадію. Найчастіше розглядаються два механізми утворення квазарів. Перший — це утворення квазара в момент колапсу протогалактичного збурення після утворення в його центрі надмасивної чорної діри. Другий — це утворення квазара внаслідок випадіння частини речовини на чорну діру при злитті галактик або їхньому близькому проходженні.

Скоріше за все можуть мати місце обидва ці механізми утворення квазарів. Чорна діра виникає при утворенні галактики в результаті колапсу протогалактичної хмари. Акреція газу і пилу із найближчих околиць чорної діри приводить до формування квазарного механізму. Коли ця речовина вичерпується — квазар гасне. Повторне виникнення квазара може відбуватись у галактиках, що взаємодіють (припливна взаємодія при близькому проходженні, злиття тощо). Нижче ми аналізуємо поведінку двоточкової кореляційної функції флюктуацій просторової концентрації квазарів, які

утворюються в момент колапсу протогалактичної хмари.

Амплітуда кореляційної функції квазарів і її залежність від z є чутливими до параметрів космологічної моделі і до деяких фізичних параметрів квазарів: маси материнських галактик, маси центральної чорної діри, моменту спалаху квазара та тривалості квазарної стадії існування галактик [3, 4]. Результати експериментів з дослідження анізотропії мікрохвильового фону, а також ряду інших експериментів, отримані за останні кілька років, дозволили визначити значення космологічних параметрів з порівнянно високою точністю, тим самим перевірши космологію на якісно новий рівень. Використання спостережуваних даних про поведінку кореляційних функцій квазарів дає можливість перевірити сценарії їхнього утворення та уточнити деякі фізичні параметри, які лежать в основі фізичної моделі квазара. Такий аналіз проводився в роботах [3, 4] у рамках моделей із холодною темною матерією (Λ CDM) та змішаними холодною і гарячою матерією ($H + \Lambda$ CDM).

Нижче буде розглянута залежність амплітуди кореляційної функції квазарів від червоного зміщення в Λ CDM-моделі, параметри якої визначені на основі результатів експерименту WMAP [17]. Буде також розглянуто вплив величини типової маси галактик, в яких утворюються квазари, на залежність амплітуди кореляційної функції від z .

КОРЕЛЯЦІЙНА ФУНКЦІЯ КВАЗАРІВ

Важатимемо, що квазари, як і інші елементи великомасштабної структури Всесвіту, утворюються у піках гаусівського поля флуктуацій густини речовини в момент виникнення перших протипотоків беззіткнювального компонента протогалактичної хмари на стадії колапсу. Ці протипотоки при наявності в центрі протогалактики масивної чорної діри забезпечують речовиною акреційний механізм свічення квазара. Отже, момент появи квазара — це момент колапсу збурення в його центральній частині. Амплітуда збурення густини речовини у момент виникнення протипотоків (перетину траєкторій частинок) у припущення, що середовище описується тензором енергії-імпульсу ідеальної рідини, безмежна. Але оскільки ці збурення виникають із малих по амплітуді флуктуацій густини речовини $\delta(x) \ll 1$, то цьому моменту можна поставити у відповідність амплітуду збурення густини $\delta(z)$, розраховану по теорії малих збурень. Отже, для даного z колапс і виникнення перших протипотоків відбувається у піках збурень густини, амплітуда яких є більшою за

$$\delta(z) = \delta_c D(0)/D(z). \quad (1)$$

Тут δ_c — це порогова амплітуда збурення густини, яке колапсує в теперішню епоху ($z = 0$). Для сферично-симетричної хмари в моделі Айнштайн — де Сіттера $\delta_c = 1.69$ (для інших моделей див [1]); $D(z)$ — лінійний фактор росту збурень, який за відсутності гарячого нейтринного компонента можна апроксимувати наступним виразом [9]:

$$D(z) = \frac{1 + z_{\text{eq}}}{1 + z} \frac{5\Omega(z)}{2} \{ \Omega^{4/7}(z) - \Omega_\Lambda(z) + [1 + \Omega(z)/2][1 + \Omega_\Lambda(z)/70] \}^{-1}, \quad (2)$$

де z_{eq} — червоне зміщення кінця епохи домінування випромінювання,

$$\Omega(z) = \Omega_m(1 + z)^3 g^{-2}(z), \quad \Omega_\Lambda(z) = \Omega_\Lambda g^{-2}(z),$$

$$g^2(z) = \Omega_m(1 + z)^3 + (1 - \Omega_m - \Omega_\Lambda)(1 + z)^2 + \Omega_\Lambda.$$

Тут і надалі приймаємо позначення $\Omega_m = \rho_m/\rho_{\text{cr}}$ — густина матерії,

виражена в одиницях критичної густини ρ_{cr} ; $\Omega_\Lambda = \Lambda/(3H_0^2)$ визначає вклад космологічної сталої в загальну густину енергії. Тут під матерією розуміємо суміш холодної темної матерії і баріонів.

Якщо прийняти $\Omega_\Lambda = 0$ і $\Omega_m = 1$, вираз для $D(z)$ спрощується до виду $D(z) = (1 + z_{\text{eq}})/(1 + z)$, і вираз для амплітуди $\delta(z) = \delta_c(1 + z)$ тоді збігається з тим, що використовувався в роботі [3] для CDM-моделей.

При розрахунках припускаємо, що амплітуда флюктуацій густини речовини розподілена за нормальним законом, тобто поле флюктуацій густини є гаусівським:

$$p(\delta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}\right), \quad (3)$$

де $\sigma = \delta/\nu$, ν — висота піків, σ — середнє квадратичне значення амплітуди.

Проводячи розрахунки, аналогічні [3, 4], і враховуючи (2), отримуємо вираз для кореляційної функції квазарів:

$$\xi_{\text{QSO}}(r) = (\sqrt{\xi_{\text{st}}} + \sqrt{\xi_{\text{dn}}})^2 = \left[\frac{D(0)}{D(z)} \frac{\delta_c}{\sigma^2} + \frac{D(z)}{D(0)} \right]^2 \xi(r), \quad (4)$$

де $\xi_{\text{st}}(r, z)$ — статистична складова кореляційної функції, $\xi_{\text{dn}}(r, z)$ — динамічна складова кореляційної функції квазарів, $\xi(r)$ — кореляційна функція флюктуацій густини речовини, розрахована на епоху $z = 0$. Вона знаходиться з початкового спектра потужності флюктуацій густини речовини $P(k)$, згладженого у масштабі R :

$$\xi(r) = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty k^2 P(k, R) \frac{\sin(kr)}{kr} dk, \quad (5)$$

$$P(k, R) = P(k)W^2(k, R),$$

де $W(k, R)$ — функція згладжування, або функція вікна. Якщо поле збурень згладжується гаусівським фільтром, тоді функція вікна має вигляд

$$W(k, R_g) = \exp(-k^2 R_g^2/2). \quad (6)$$

Якщо поле збурень згладжується сферою радіуса $R = R_{\text{th}}$, (фільтр «top hat»), то

$$W(k, R_{\text{th}}) = 3[\sin(kR_{\text{th}}) - kR_{\text{th}}\cos(kR_{\text{th}})]/(kR_{\text{th}})^3. \quad (7)$$

Масштаб фільтрування R задає мінімальний масштаб флюктуацій, в яких утворюються певні об'єкти, а отже визначає мінімальну масу цих об'єктів. Для гаусівського фільтра ця маса становить

$$M_g = (2\pi)^{3/2} \rho_m R_g^3 \approx 4.37 \cdot 10^{12} \Omega_m R_g^3 h^{-1} M_\odot,$$

а для фільтра «top hat» —

$$M_{\text{th}} = 4\pi \rho_m R_{\text{th}}^3 / 3 \approx 1.16 \cdot 10^{12} \Omega_m R_{\text{th}}^3 h^{-1} M_\odot.$$

Покладемо, що квазари утворюються в галактиках з масою, не меншою ніж $M_{\text{gal}} \approx 2 \cdot 10^{11} \Omega_m M_\odot$, що відповідає $R_g = 0.35 h^{-1}$ Мпк і $R_{\text{th}} = 0.54 h^{-1}$ Мпк.

При виведенні виразу (4), як і в [3, 4], ми приймали, що час життя квазарів набагато менший за значення поточного космологічного часу. Дійсно, сучасні оцінки тривалості квазарної фази дають верхню межу $\tau_{\text{QSO}} \approx 10^8$ років [13], що на порядок менше за значення космологічного часу на момент утворення ранніх квазарів ($z \approx 4...5$).

Слід вказати межі застосування (4). Цей вираз отримано в наближенні $\xi(r)/\xi(0) \ll 1$. Оскільки в масштабах, які ми розглядаємо, обвідна $|\xi(r)|$ є монотонно спадною функцією, вираз (4) має зміст лише на достатньо великих r ($r > 10h^{-1}$ Мпк).

ЕВОЛЮЦІЯ КОРЕЛЯЦІЙНОЇ ФУНКЦІЇ КВАЗАРІВ

Оскільки $D(z)$ зменшується із червоним зміщенням, то кореляційна функція (4) має мінімум при певному значенні $z = z^*$. Враховуючи, що $\delta = \delta\rho/\rho = \sigma\nu$, запишемо рівняння (4) у вигляді

$$\xi_{\text{QSO}}(r, z) = \left(\nu(z) + \frac{\delta_c}{\nu(z)} \right)^2 \frac{\xi(r)}{\xi(0)}. \quad (8)$$

Продиференціювавши (8) по z і прирівнявши похідну до нуля, отримаємо рівняння для z^* :

$$\nu(z^*) \equiv \frac{\delta_c}{\sigma} \frac{D(0)}{D(z^*)} = \sqrt{\delta_c}. \quad (9)$$

В Λ CDM-моделях рівняння (9) в явному вигляді не розв'язується відносно z^* . Якщо $\Omega_\Lambda = 0$, то z^* записується у вигляді [3]

$$z^* = \frac{\sigma}{\sqrt{\delta_c}} - 1.$$

Видно, що тут при $\sigma \leq \sqrt{\delta_c}$ червоне зміщення мінімуму z^* стає від'ємним, отже залежність амплітуди кореляційної функції від z стає монотонно зростаючою. Важливо, що в точці z^* друга похідна тут завжди є додатною, незалежно від вибору параметрів космологічної моделі:

$$\left(\frac{d^2\xi}{dz^2} \right)_{z=z^*} = \frac{4}{\delta_c} \left(\frac{d\nu}{dz} \right)^2 \frac{\xi(r)}{\xi(0)} > 0.$$

Отже, існування мінімуму в залежності амплітуди кореляційної функції від z обумовлене тільки вибором моделі формування квазарів, і його виявлення на основі спостережних даних може стати вагомим аргументом на користь прийнятого нами механізму утворення квазарів.

Як можна побачити з (9), $\nu(z^*)$ є зростаючою функцією червоного зміщення, і зменшується при збільшенні середньої квадратичної амплітуди флюктуацій $\sigma = \sqrt{\xi(0)}$. Величина σ в свою чергу визначається амплітудою спектру потужності на масштабі згладжування.

Еволюцію кореляційної функції квазарів було досліджено в рамках Λ CDM-моделей із космологічними параметрами, що отримані в [17]: $n_s = 0.93 \pm 0.03$, $h = 0.71 \pm 0.04$, $\Omega_b = 0.044 \pm 0.04$, $\Omega_m = 0.27 \pm 0.04$, $\Omega_{\text{tot}} = 1.02 \pm 0.02$ ($\Omega_{\text{tot}} = \Omega_m + \Omega_\Lambda$).

На рис. 1 показано залежність амплітуди кореляційної функції квазарів від червоного зміщення для різних значень Ω_Λ . Можна побачити, що при збільшенні Ω_Λ величина z^* зменшується, що вказує на збільшення впливу статистичної складової кореляційної функції квазарів. Така поведінка амплітуди кореляційної функції зумовлена тим, що при збільшенні Ω_Λ зменшується амплітуда спектру потужності на галактичних масштабах. Це веде до зменшення середньої квадратичної амплітуди флюктуацій, а отже, згідно

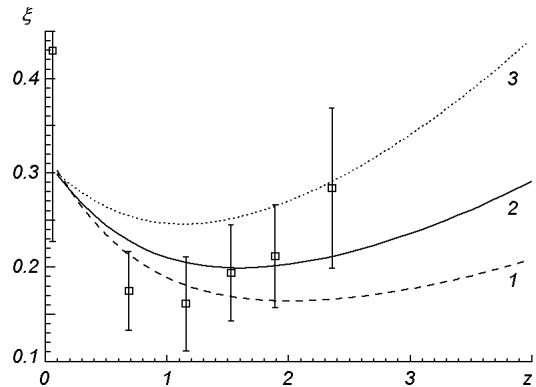


Рис. 1. Залежність амплітуди кореляційної функції квазарів від червоного зміщення на $r = 15h^{-1}$ Мпк для значень космологічної сталої $\Omega_\Lambda = 0.69$, 0.73 і 0.77 (криві 1—3). Квадратики — спостереження [8, 10]

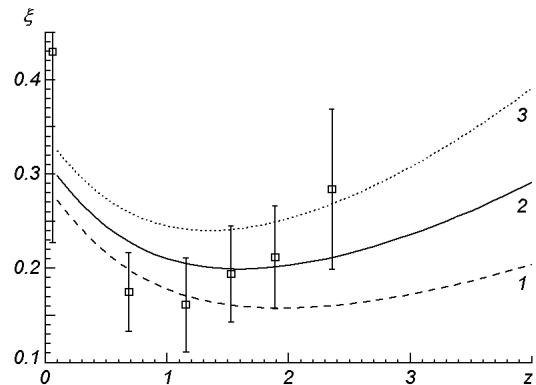


Рис. 2. Залежність амплітуди кореляційної функції від z на $r = 15h^{-1}$ Мпк для масштабів згладжування $R_g = 0.25$, 0.35 і $0.45h^{-1}$ Мпк (криві 1—3). Квадратики — спостереження [8, 10]

з (9) — до зменшення z^* . Крива 2 на рис. 1 відповідає середнім значенням космологічних параметрів, визначених в роботі [17]. Вона має мінімум при $z^* = 1.6$ в той час як спостережувана залежність [10] — на $z^* \approx 1$, і для $z > 1.6$ збільшується набагато повільніше, ніж спостережувана. Збільшення Ω_Λ зменшує цю розбіжність, але значення космологічної сталої $\Omega_\Lambda > 0.75$ є маломовірним [15, 17].

Наведені вище результати отримано у припущення, що квазари утворюються в галактиках з масами, більшими за $2 \cdot 10^{11} \Omega_m M_\odot$. На рис. 2 приведено залежності амплітуди кореляційної функції квазарів від червоного зміщення для трьох масштабів згладжування: 0.25, 0.35 і $0.45h^{-1}$ Мпк, яким згідно з (8) відповідають маси галактик $0.7 \cdot 10^{11}$, $2 \cdot 10^{11}$ і $4 \cdot 10^{11} \Omega_m M_\odot$ відповідно. Як видно, при збільшенні R_g збільшується амплітуда кореляційної функції на всіх z , а z^* зменшується. Велике значення R_g краще описує збільшення амплітуди кореляційної функції на $z > 1.5$, але дає завищенну величину в околі $z \approx 1$.

Прийнята нами модель формування квазарів ще дозволяє вибрати такий масштаб згладжування, який залежав би від z . Є ряд факторів, що можуть викликати зміну характерної маси галактик із червоним зміщенням. Тому ми також порахували ту залежність $R_g(z)$, яка забезпечує збіг амплітуди кореляційної функції із спостережуваною амплітудою на всіх z . Оскільки наше дослідження має якісний характер, то ми розрахували для космологічної моделі з параметрами [17] величину R_g , при якій амплітуди збігалися б із спостережуваними в усіх точках. Отриману залежність $R_g(z)$ показано на рис. 3. Видно, що вона є практично лінійною. На інтервалі

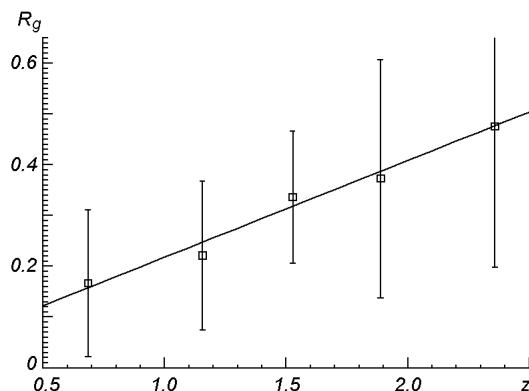


Рис. 3. Залежність величини масштабу згладжування від z для космологічної моделі з параметрами [17]

червоних зміщень $0.6 < z < 2.4$ масштаб згладжування збільшується більш ніж у три рази, що відповідає зміні характерної маси галактик приблизно у 30 разів. Причиною цього може бути спостережна селекція: слабкі квазари, які можуть виникати в маломасивних об'єктах, на великих червоних зміщеннях спостерігати неможливо, і це може призводити до збільшення характерної маси галактик із збільшенням z .

ВИСНОВКИ

Якісний збіг отриманих нами залежностей амплітуди кореляційних функцій квазарів від червоного зміщення із спостережуваними може бути підтвердженою тим, що обрана для розрахунків модель квазарів є близькою до дійсності. Якщо вибирати постійні значення масштабу згладжування, то при реалістичних значеннях параметрів космологічних моделей швидкість збільшення отриманої нами амплітуди кореляційної функції на $z > z^*$ є меншою, ніж у спостережуваної. Ця розбіжність зменшується, якщо вибрати масштаб згладжування більшим за $R_g = 0.45 h^{-1}$ Мпк, або збільшити величину Ω_Λ до 0.77 і більше, але при цьому амплітуда виявляється завищеною для $z \approx 1$. Спостережувані дані в рамках розглянутої нами моделі квазарів можна задоволити, поклавши, що масштаб згладжування збільшується із z за лінійним законом. Така залежність R_g від z може пояснюватись зміною фізичних умов виникнення квазарів або ефектами селекції.

1. Кулініч Ю., Новосядлій Б. Сферично-симетричний колапс і функція мас багатьох скупчень галактик в моделях з кривиною та космологічною сталою // Журн. фіз. досліджень.—2003.—7, № 2.—С. 234—246.
2. Новосядлій Б. С., Чорній Ю. Б. Розподіл квазарів по z і початковий спектр флюктуацій на малих масштабах // Кінематика і фізика небес. тел.—1996.—12, № 2.—С. 30—42.
3. Новосядлій Б. С., Чорній Ю. Б. Еволюція кореляційної функції квазарів у космологічних сценаріях формування великомасштабної структури Всесвіту // Журн. фіз. досліджень.—1998.—2, № 3.—С. 433—437.
4. Новосядлій Б. С., Чорній Ю. Б. Кореляційна функція квазарів і спектр потужності космологічних флюктуацій густини речовини // Кінематика і фізика небес. тел.—1998.—14, № 2.—С. 156—165.
5. Bardeen J. M., Bond J. R. The statistics of peaks of Gaussian random fields // Astrophys. J.—1986.—304, N 1.—P. 15—60.
6. Cen R., Gnedin V. Yu., Kofman L. A., et al. A tilted cold dark matter cosmological scenario // Astrophys. J.—1992.—399, N 1.—P. L11—L14.
7. Chornii Yu., Novosyadlyj B. S. Redshift distribution of QSOs as a probe of initial spectrum on small scales // Astron. and Astrophys. Transactions.—1996.—10.—P. 77—82.
8. Croom S. M., Shanks T., Boyle B. J., et al. The 2dF QSO redshift survey — II. Structure and evolution at high redshift // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.—2001.—325, N 2.—P. 483—496.

9. Eisenstein D. J., Hu W. Power spectra for cold dark matter and its variants // *Astrophys. J.*—1999.—**511**, N 1.—P. 5—15.
10. Grazian A., Negrello M., Moscardini L., et al. The Asiago-ESO/RASS QSO survey III. Clustering analysis and theoretical interpretation // *Astron. J.*—2004.—**127**, N 2.—P. 592—605.
11. Haehnelt M., Rees M. J. The formation of nuclei in newly formed galaxies and the evolution of the quasar population // *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*—1993.—**263**, N 1.—P. 168—175.
12. La Franca F., Andreani P., Cristiani S. The evolution of clustering of QSOs // *Astron. Soc. Pacif.*—1998.—**176**.—P. 341.—(Observational Cosmology: The Development of Galaxy Systems: Proc. of the International Workshop held at Sesto Pusteria, Bolzano, Italy, 30 June—3 July, 1998 / Eds G. Giuricin, M. Mezzetti, P. Salucci.).
13. Martini P., Schneider D. P. Multipoch sky surveys and the lifetime of quasars // *Astrophys. J.*—2003.—**597**, N 2.—P. L109—L112.
14. Novosyadlyj B. S., Chornij Yu. The number density of quasars as a probe of initial power spectrum on small scale // Журн. фіз. досліджень.—1997.—1, N 2.—C. 287—296.
15. Novosyadlyj B., Durrer R., Gottlöber S., et al. Cosmological parameters from large scale structure observations // *Astron. and Astrophys.*—2000.—**356**.—P. 418—436.
16. Sabbe C. N., Oemler A., Coppi P. The low-redshift quasar-quasar correlation function from an extragalactic H_α emission line survey to $z = 0.4$ // *Astrophys. J.*—2001.—**548**, N 2.—P. 585—591.
17. Spergel D. N., Verde L. First year WMAP observations: determination of cosmological parameters // *Astrophys. J. Suppl. Ser.*—2003.—**148**, N 1.—P. 175—194.
18. Thorne K. S. Disk-accretion onto a black hole. II. Evolution of the hole // *Astrophys. J.*—1974.—**191**.—P. 507—520.
19. Yu Q., Tremaine S. Observational constraints on growth of massive black holes // *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*—2002.—**335**, N 4.—P. 965—976.

Надійшла до редакції 02.03.04