

УДК 521.81, 521.95, 523.9

В. О. Данилевський

Астрономічна обсерваторія Київського університету імені Тараса Шевченка
04053, Київ, вул. Обсерваторна 3

Визначення радіуса сонячного диска за фотометричними спостереженнями повного затемнення Сонця

Фотометричні спостереження повних затемнень Сонця дозволяють визначити радіус його диска за локалізацією точки перегину розподілу яскравості на його краю. Для цього крива блиску описується інтегральним рівнянням відносно функції розподілу яскравості на краю сонячного диска. Задача розв'язується шляхом підгонки теоретичної кривої блиску затемнення до спостережної методом найменших квадратів. Для затемнення 11 серпня 1999 р. отримано оцінку радіуса Сонця $959.66 \pm 0.03''$ для відстані 1 а. о. Цей результат може бути уточненим при врахуванні несферичності фігури та уточненні карт рельєфу крайової зони Місяця.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАДИУСА СОЛНЕЧНОГО ДИСКА ПО ФОТОМЕТРИЧЕСКИМ НАБЛЮДЕНИЯМ ПОЛНОГО ЗАТМЕНИЯ СОЛНЦА, Данилевский В. А. — Фотометрические наблюдения полных затмений Солнца позволяют определять радиус его диска по положению точки перегиба распределения яркости на его крае. Для этого кривая блеска описывается интегральным уравнением относительно функции распределения яркости на крае диска. Задача решается путем подгонки теоретической кривой блеска затмения к наблюдаемой методом наименьших квадратов. Для затмения 11 августа 1999 г. получена оценка радиуса Солнца $959.66 \pm 0.03''$ для расстояния 1 а. е. Этот результат может быть уточнен путем учета несферичности фигуры и уточнения карт рельефа краевой зоны Луны.

DETERMINATION OF THE SOLAR RADIUS FROM TOTAL SOLAR ECLIPSE PHOTOMETRIC OBSERVATIONS, by Danylevskyi V. O. — Photometric observations of total solar eclipses allow one to determine the solar disc radius from the location of the inflection point of the solar limb brightness function. To do this, the eclipse light curve is described by integral equation of the brightness distribution function. The problem is solved through least squares fitting of the theoretical eclipse light curve to the observed one. For observations of the 11 August 1999 total solar eclipse, we derived an estimate for the solar radius equal to $959.66 \pm 0.03''$. This result can be refined by taking into account the lunar shape nonsphericity and by improving charts of the marginal zone of the Moon.

ВСТУП

Радіус Сонця використовується як одиниця вимірювання у багатьох галузях астрофізики. Його зміни з часом можуть мати суттєве значення для фізичних умов на планетах Сонячної системи, зокрема на Землі [3, 4]. До цього часу стандартним вважається значення радіуса Сонця, знайдене Ауверсом наприкінці 19-го сторіччя за допомогою геліометра [1, 21, 26]. Однак окремі дослідження дають підстави вважати, що ця оцінка може бути заниженою на $0.4\text{--}0.17''$ (тут і далі для відстані 1 а. о.) [28, 46]. Огляд результатів вимірювань кутового радіуса Сонця протягом останніх трьох десятиріч у оптичному діапазоні спектру можна знайти у роботах [27, 35, 48].

З аналізу [3] сучасних оцінок, отриманих зокрема методами геліо-сейсмології з космічної станції SOHO та мережею наземних станцій GONG, випливає, що наземні визначення діаметра Сонця будуть залишатися достатньо актуальними ще принаймні десятирок років. Між оцінками, отриманими різними методами або у різні епохи, спостерігаються відмінності до $1.5\text{--}2''$, що набагато перевищує декларовані похибки вимірювань. Найімовірніше, це свідчить про невраховані систематичні похибки вимірювань або редуцій, а не про зміни діаметра Сонця з часом. Найвагоміше джерело похибок пов'язане із нестабільністю земної атмосфери [35, 46, 49]. Ще одна складова похибки пов'язана з градієнтом яскравості на краю диска [40]. При використанні сучасних фотоелектричних перетворювачів край сонячного диска ототожнюється з точкою перегину розподілу яскравості, яку визначають за допомогою спеціальних математичних процедур [30, 35, 36, 45, 49] з урахуванням апаратної функції телескопа і деформації зображення земною атмосферою.

Оцінки діаметра Сонця за спостереженнями сонячних затемнень значно менше обтяжені похибками атмосферного походження [4, 35, 44]. Позитивна особливість цього методу полягає ще й у тому, що будь-які оцінки (зокрема дані 1715—1987 рр. [27]) пізніше можуть бути переобчислені з вищою точністю за умови використання досконаліших ефемерид та даних про рельєф краю Місяця [44]. Проте, як було показано в роботі [22], неможливо досягти точностей порядку $0.01''$ без урахування розподілу інтенсивності випромінювання Сонця на краю диска.

У ряді робіт з фотометричних спостережень повних затемнень Сонця активно дискутувалось питання розподілу інтенсивності на краю диска (функції потемніння) [32, 41, 43], але задача визначення діаметра не ставилась, а точність даних була низькою. Зокрема, калібрування даних для затемнення 1936 р. [47] оцінене як «дуже грубе», а для затемнення 1952 р. — з похибкою 25 % [29, 43]. У деяких випадках дані не калібрувались [41]. У роботах [9, 24] була зроблена спроба за даними фотометричних спостережень повного затемнення Сонця 11 липня 1991 р. [7] визначити радіус сонячного диска у припущенні, що функція потемніння на його краю відома. Проте дані [7] також не були калібровані, тому отримана оцінка не може вважатися надійною.

Наша робота присвячена визначенню радіуса видимого сонячного диска за даними фотометричних спостережень у шести пунктах смуги повного затемнення, каліброваними за блиском цілого сонячного диска на час повної фази затемнення у кожному з місць спостережень.

МЕТОДИКА ОБЧИСЛЕНЬ

Крива блиску. Результатом фотометричних спостережень повного затемнення Сонця є крива блиску затемнення, тобто залежність від часу вихідного

сигналу фотометра, пропорційного до блиску сонячного серпа [10]. Якщо спостереження виконані так, що є можливість визначити з відомими похибками сигнал фотометра від цілого сонячного диска на час затемнення у місці спостережень, то можна прокалібрувати спостережені криві блиску за блиском цілого сонячного диска, виключивши таким чином чутливість фотометра та прозорість атмосфери. Тоді крива блиску затемнення буде відображати лише зміну з часом блиску сонячного серпа та корони в одиницях блиску цілого сонячного диска. Як показано в роботі [10], з урахуванням рельєфу на краю місячного диска ця крива блиску може бути описана інтегральним рівнянням

$$J_C(\lambda_{\text{еф}}, t) = \frac{B_0(\lambda_{\text{еф}})}{\pi R_S^2(t) B_m(\lambda_{\text{еф}})} \left\{ \int_{R_M(t) - \Delta(t)}^{R_S(t) + H_{\text{хр}}} b(\lambda_{\text{еф}}, r) 2r \arccos \left[\frac{R_M^2(t) - r^2 - \Delta^2(t)}{2r\Delta(t)} \right] dr + \sum_{k=1}^{N(t)} \Delta P_{ML,k} \int_{L_{1k}}^{L_{2k}} b(\lambda_{\text{еф}}, r_{M,k}) r_{M,k} dr_{M,k} \right\} + J_{\text{кр}}(\lambda_{\text{еф}}). \quad (1)$$

Тут $R_S(t)$, $R_M(t)$ — топоцентричні радіуси видимих дисків Сонця та Місяця; $\Delta(t)$ — кутова відстань між центрами видимих дисків Сонця та Місяця на момент спостережень t ; $H_{\text{хр}}$ — висота хромосфери за межами видимого диска Сонця; $B_0(\lambda_{\text{еф}})$, $B_m(\lambda_{\text{еф}})$ — яскравість сонячного диска у його центрі та середня по диску відповідно; $b(\lambda_{\text{еф}}, r)$ — функція розподілу яскравості по сонячному диску; $J_{\text{кр}}(\lambda_{\text{еф}})$ — блиск корони у межах поля зору фотометра (можна вважати сталим протягом затемнення); $\lambda_{\text{еф}}$ — ефективна довжина хвилі; $N(t)$ — число елементарних ділянок, на які розділений лімб місячного диска у межах сонячного серпа для обчислення внеску його нерівностей у блиск серпа на момент часу t ; $\Delta P_{ML,k}$ — кутова ширина k -ї елементарної ділянки лімба місячного диска; $r_{M,k}$ — координата точки на сонячному диску у геометричному центрі k -ї ділянки відносно центра місячного диска (для кожного $r_{M,k}$ обчислюється відповідне значення координати r відносно центра сонячного диска за відомою відстанню між центрами дисків); L_{1k} та L_{2k} — межі інтегрування по цій координаті, які залежать від співвідношення між поправкою h_k до середнього радіуса диска Місяця, що знаходиться за картами рельєфу краю місячного диска, та висотою H_k над ним краю сонячного диска при даному позиційному куті P_k .

Отже, задача знаходження радіуса Сонця за кривою блиску затемнення пов'язана з визначенням розподілу яскравості на краю сонячного диска вздовж його радіуса. Зазначений розподіл яскравості, знайдений зі спостережень затемнень Сонця, може бути використаний для побудови моделі його верхньої атмосфери чи навпаки. У роботі [10] вже обговорювались проблеми обчислення функції потемніння для спостережень у широкому діапазоні оптичного спектру. Тому видається правильним за одержаними з фотометричних спостережень кривими блиску затемнення визначати кутовий радіус Сонця одночасно з розподілом яскравості сонячного диска $b(\lambda_{\text{еф}}, r)$ на його краю. Для цього потрібно розв'язувати інтегральне рівняння (1), ліва частина якого одержана зі спостережень, відносно функції $b(\lambda_{\text{еф}}, r)$ для кожного моменту часу кривої блиску. Загалом така обернена задача належить до класу некоректно поставлених, алгоритми розв'язку яких досить складні [6, 32]. Зокрема можна застосувати метод найменших квадратів. При цьому сума квадратів нев'язок між одержаною зі спостережень каліброваною кривою блиску затемнення Сонця $J_0(t_i)$ та її теоретичною моделлю $J_C(t_i, C_k)$, що подається рівнянням (1), буде функціоналом відносно невідомої функції $b(r)$ потемніння сонячного диска до краю [6, 13]:

$$\Phi(C_k) = \sum_{i=1}^N \left[\frac{J_0(t_i) - J_C(t_i, C_k) - J_{0\text{trph}}}{J_0(t_i)} \right]^2, \quad (2)$$

де N — кількість дискретних значень спостереженої кривої блиску. Блиск $J_{0\text{trph}}$ ділянки неба у полі зору фотометра під час повної фази затемнення тут може бути визначений як середнє значення спостереженої кривої блиску на цьому проміжку часу.

Оптимізація функціонала (2) може бути виконана одним із відомих методів [5, 13, 20]. Вона буде тим ефективнішою, чим більше апріорної інформації буде використано. Зокрема, якщо у виразі (1) функція потемніння буде залежати лише від кількох параметрів C_k , то функціонал (2) стає функцією змінних C_k .

Апроксимація розподілу яскравості на краю сонячного диска. Як зазначалося вище, радіус сонячного диска може бути визначений при розв'язанні рівняння (1) шляхом мінімізації (2), якщо тип функції $b(r)$ відомий, і вона має обмежене число параметрів. У роботі [10] для $r < R_S$ розглядалась функція виду

$$b_d(r) = C_0 + \mu(r) \left[1 - C_0 + C_1 \ln 2 - C_1 \ln \left(1 + \frac{1}{\mu(r)} \right) \right], \quad (3)$$

де $\mu(r) = \sqrt{1 - (r/R_S)^2}$; C_k — взаємно незалежні параметри. Було показано, що спостережені криві блиску затемнення 11 серпня 1999 р. з непоганим наближенням відтворюються теоретичною кривою блиску (1), у якій використана комбінація функції (3) та функції від r для яскравості хромосфери за межами сонячного диска ($r \geq R_S$) [19]:

$$b_{xp}(r) = c_0 e^{-c_1(r - R_S)} + c_2 \cdot e^{-c_3(r - R_S)}. \quad (4)$$

Формула (3) основана на розкладі функції джерела за інтегрально-експоненційними функціями до другого порядку від оптичної товщини $E_2(\tau)$ [16, 17]. Якщо ж функцію джерела у фотосфері розкласти за інтегрально-експоненційними функціями до третього порядку, то розподіл яскравості на сонячному диску буде апроксимуватися формулою [14]

$$b_d(r) = C_0 + (1 - C_0)\mu(r) + C_1\mu(r) \ln \left(\frac{2\mu(r)}{\mu(r) + 1} \right) + C_2\mu(r) \left[\mu(r) \ln \left(\frac{\mu(r) + 1}{\mu(r)} \right) - \ln 2 \right]. \quad (5)$$

У роботах [17, 31, 43 та ін.] розподіл яскравості по сонячному диску апроксимувався степеневим рядом

$$b_d(r) = C_0 + C_1\mu(r) + C_2\mu^2(r), \quad (6)$$

основаним на розкладі функції джерела за степенями оптичної глибини τ .

Аналітичні функції інших видів використовувались у дослідженнях [32, 33, 38]. У нашій роботі для оцінки залежності результату від виду функції потемніння ми використовуватимемо лише функції (3)—(6). У такому разі у сумі квадратів нев'язок (2) параметри C_0 , C_1 і C_2 та c_0 і c_2 будуть лінійними. Нелінійними параметрами будуть радіус сонячного диска R_S , а також параметри c_1 та c_3 функції (4). Ще одним нелінійним параметром може бути поправка до моментів часу спостережуваних кривих блиску, оскільки, по-перше, похибка хронометрування 1^s може виявитись завеликою, а по-друге, така поправка може до певної міри компенсувати геометричні особливості місячного диска.

Як зазначалось у роботі [10], розподіл яскравості по диску Сонця вздовж його радіуса виміряно достатньо надійно для центральної частини диска, де $\mu \geq 0.15$ ($\approx 10''$ до краю) [14, 15]. Доцільно використати ці дані для калібрування функцій (3), (5) і (6), що апроксимують яскравість сонячного диска при $\mu \rightarrow 0$. Це дає можливість визначити параметр C_0 , і таким чином зменшити кількість змінних параметрів функції (2). Зокрема, у нашому випадку для калібрування доцільно використати дані вимірювань, проінтегровані у широкому спектральному діапазоні та апроксимовані функцією (3) у роботі [15]. Зазначена функція досить точно імітує розподіл яскравості по сонячному диску для довжини хвилі $\lambda = 0.665$ мкм, близької до ефективної довжини хвилі кривих блиску затемнення $\lambda = 0.69$ мкм [10]. У роботі [15] було також визначено відношення $B_0(\lambda_{\text{еф}})/B_m(\lambda_{\text{еф}})$, використане у виразі (1). Також доволі очевидною є умова $b_d(R_S) = b_{xp}(R_S)$, з якої визначається параметр c_0 . Вимога, щоб функція розподілу яскравості на краю сонячного диска мала перегин у точці $r = R_S$, дозволяє накласти додаткові умови на співвідношення між параметрами функцій (3)—(6). Далі буде викладено спосіб мінімізації (1) за зазначених умов.

Оцінювання параметрів кривої блиску. Одним з найефективніших методів мінімізації функцій з нелінійними параметрами є метод Пауела, що використовує спряжені напрямки [13, 20]. У даному випадку процедура Пауела була доповнена тими обмежувальними умовами, які впливають з умови існування перегину зазначених функцій. Ці обмеження задаються у вигляді штрафних (бар'єрних) функцій [5, 13, 20]. Критерієм досягнення мінімуму у зазначеній процедурі є умова, щоб одночасна зміна відносного значення мінімуму квадратів нев'язок $\Phi(C_k)$ та кожного зі змінних параметрів C_k стала меншою від заданої величини, яка називається точністю мінімізації (оптимізації). Але ми накладаємо також обмеження знизу на мінімальне значення суми квадратів нев'язок, адже невиправдано намагатися мінімізувати функцію $\Phi(C_k)$ настільки, щоб нев'язки стали меншими за середні квадратичні похибки спостережної кривої блиску $J_0(t_i)$ [5, 13]. Згідно з цим принципом нижня гранична сума квадратів нев'язок для кожної зі спостережних кривих блиску обчислюється як

$$\Phi_{\min} \approx N \left[\frac{\sigma^2(J_0(t_i))}{J_0^2(t_i)} + \frac{\sigma^2(J_{\text{отп}})}{J_{\text{отп}}^2} \right]. \quad (7)$$

Алгоритм оцінювання параметрів теоретичної кривої блиску (1) полягає у наступному. Перш за все знаходяться початкові оцінки параметрів кривої блиску (1) для кожного типу функції потемніння. Початкова оцінка геоцентричного кутового радіуса сонячного диска покладається рівною $R_S = 959.63''$. Початкова оцінка для c_1 у (4) була знайдена за емпіричними даними розподілу яскравості на краю сонячного диска для неперервного спектру, одержаними в [34] зі спектрокінематографічної реєстрації спектрів спалахів під час повних затемнень Сонця [10]. Для решти ж параметрів покладається $C_k = 0$. Ці умови означають, що спочатку сонячний диск поблизу краю рівномірно яскравий, як у точці $\mu = 0.15$, і його яскравість за краєм дуже круто спадає (початкове значення $c_1 \approx 12$). Початкова точність для мінімізації (2) задається досить грубою, приблизно такою, як оцінка Φ_{\min} для даної спостережної кривої блиску, або у кілька разів більшою. З цими даними процедура Пауела виконується один раз з варіюванням усіх змінних параметрів. Далі одержані оцінки параметрів використовуються як початкові для повторної мінімізації, яка виконується з вищою точністю. Ітерації продовжуються до тих пір, поки одержана сума квадратів нев'язок

або не стане приблизно рівною Φ_{\min} , або поки підвищення точності мінімізації вже не призводить до суттєвої зміни $\Phi(P_k)$ та оцінок параметрів.

Оцінити похибки знайдених значень параметрів кривої блиску можна з тієї умови, що зазначені параметри взаємно незалежні, і сума квадратів нев'язок є сумою їхніх середніх квадратичних похибок:

$$\Phi_{\min}(C_k) \approx \sum_{i=1}^N \left[\sum_{k=1}^{N_k} W_k^2(t_i) \sigma^2(C_k) \right], \quad (8)$$

де ваговий коефіцієнт оцінюється за формулою

$$W_k(t_i) = \frac{\partial J_C(C_k, t_i)}{\partial C_k} \cdot \frac{1}{J_C(C_k, t_i)}. \quad (9)$$

У зазначеній процедурі оцінюється геоцентричне значення параметра R_S для відстані 1 а. о. Параметри теоретичної кривої блиску (1), такі як радіуси видимих дисків Сонця й Місяця, відстані між їхніми центрами, поправки до координат Місяця, поправки до його радіуса за нерівності рельєфу поблизу краю диска та інші обчислюються так, як у роботах [9, 10]. Дифракція сонячного випромінювання на краю місячного диска не враховується.

СПОСТЕРЕЖЕННЯ ПОВНОГО ЗАТЕМНЕННЯ СОНЦЯ 11 СЕРПНЯ 1999 р. ТА РЕЗУЛЬТАТИ ВИЗНАЧЕННЯ РАДІУСА СОНЯЧНОГО ДИСКА

Процедура оцінювання параметрів кривої блиску затемнення була застосована для визначення кутового радіуса сонячного диска за кривими блиску повного затемнення Сонця 11 серпня 1999 р. [10, 18]. Фотометричні спостереження затемнення Сонця 11 серпня 1999 р. були виконані науковою експедицією Київського національного університету імені Тараса Шевченка в Румунії у шести місцях в межах смуги повного затемнення поблизу її північної та південної границь. Характеристики обладнання та процедура спостережень забезпечили можливість хронометрування та калібрування даних спостережень, одержаних у вигляді фонограм [11, 18]. Обладнання та процедури, використані для побудови кривих блиску зазначеного затемнення, описані у роботах [8, 10]. Похибки хронометрування цих кривих блиску у шкалі UTC не перевищували 1.0 с, а похибки калібрування становили 6—8 %, при цьому з кривих блиску виключені прозорість атмосфери на час затемнення у місці спостережень та індивідуальні коефіцієнти чутливості кожного з фотометрів.

Оцінки радіуса сонячного диска R_S , параметрів розподілу яскравості сонячного диска та поправок до моментів часу спостережної кривої блиску Δt були одержані зазначеним вище способом для кожного з місць спостережень, при розподілі яскравості на краю сонячного диска, що описувався комбінаціями аналітичних функцій (3), (5) та (6) з функцією (4). Одержано також оцінки (9) вагових коефіцієнтів як функцій часу без урахування нерівностей рельєфу на краю місячного диска.

Середні квадратичні похибки (СКП) радіуса сонячного диска R_S оцінювалися для ефективних моментів часу

$$t_{\text{ef}} = \frac{\int_{t_{\text{low}}}^{t_{\text{high}}} t W_k(t) dt}{\int_{t_{\text{low}}}^{t_{\text{high}}} W_k(t) dt}. \quad (10)$$

При цьому вважається, що всі члени суми по k у формулі (8) приблизно дорівнюють один одному для кожного t_i . Тоді з (8) випливає

$$\sigma^2(C_k) \approx \frac{\Phi_{\min}(C_k)}{N \cdot N_k W_k^2(t_{\text{эф}})} \quad (11)$$

На рис. 1 показані апроксимації розподілу яскравості на краю сонячного диска вздовж його радіуса, побудовані за спостережними кривими блиску, зареєстрованими на трьох пунктах біля південної межі смуги повного затемнення. У табл. 1 наведені деякі з параметрів теоретичних кривих блиску та їхні СКП, знайдені за формулою (11). Видно, що поблизу точки перегину розбіжність між значеннями апроксимаційних функцій суттєво зменшується, а координати точок перегину лежать у межах СКП параметра R_S (табл. 1). Отже, оцінка радіуса не залежить від типу функції, що апроксимує розподіл яскравості на краю сонячного диска, і надалі можна використовувати лише одну функцію розподілу. Зважаючи на оцінки таких апроксимацій, зроблених на основі досліджень переносу випромінювання у сонячній фотосфері [16, 17], надалі для апроксимації яскравості на краю сонячного диска ми використовували комбінацію функції (5) з функцією (4). Так, відповідний розподіл є медіанним серед трьох зазначених функцій для всіх шести спостережених кривих блиску. Одержані оцінки радіуса сонячного диска за всіма кривими блиску та інші параметри наведені у табл. 2. На рис. 2 показані теоретичні моделі кривих блиску затемнення 11 серпня 1999 р., побудовані за знайденими параметрами, та спостережні криві блиску, отримані біля південної межі смуги повного затемнення.

Але на визначувані параметри можуть впливати похибки інших параметрів, що вважаються відомими у рівнянні (1). Це радіус місячного диска та відстань між центрами видимих дисків Сонця й Місяця. Оцінки залежності радіуса сонячного диска від зазначених параметрів були одержані шляхом прямого оцінювання R_S при їхньому варіюванні для кривої блиску, одержаної біля північної межі смуги повного затемнення (місце 6, табл. 2), та апроксимації (5). Так, зроблено оцінку R_S при двох значеннях геоцентричного радіуса місячного диска, які використовуються для обчислень обставин затемнень Сонця [2, 25, 26]. Якщо вважати різницю цих значень за оцінку похибки R_M , то відповідна похибка радіуса сонячного диска становитиме приблизно $0.03''$, що нижче від оцінок його СКП (табл. 2). Похибка ж параметра Δ визначається похибками обчислень топоцентричних координат центрів видимих дисків Сонця й Місяця. Очевидно, що їхній вплив на криву блиску повинен бути еквівалентним. Якщо припустити, що

Таблиця 1. Параметри кривих блиску затемнення Сонця 11 серпня 1999 р., одержані для трьох пунктів південної межі смуги повного затемнення (пункт 1 — найближчий до межі, 3 — найвіддаленіший)

Пункт спостережень	Апроксимаційні функції	Φ_{\min}	Δ , с	R_S	$b(R_S)$
1	(3) і (4)	53.4	-2.9 ± 0.5	$959.688 \pm 0.111''$	0.33
	(5) і (4)	54.1	-2.9 ± 0.4	959.642 ± 0.090	0.36
	(6) і (4)	52.4	-2.9 ± 0.5	959.697 ± 0.060	0.37
2	(3) і (4)	16.9	-3.0 ± 0.5	959.793 ± 0.186	0.21
	(5) і (4)	17.0	-3.0 ± 0.3	959.758 ± 0.137	0.26
	(6) і (4)	16.9	-3.0 ± 0.4	959.755 ± 0.060	0.26
3	(3) і (4)	10.4	-4.5 ± 0.5	959.648 ± 0.084	0.45
	(5) і (4)	9.9	-4.5 ± 0.2	959.639 ± 0.072	0.47
	(6) і (4)	7.0	-4.7 ± 0.2	959.669 ± 0.036	0.50

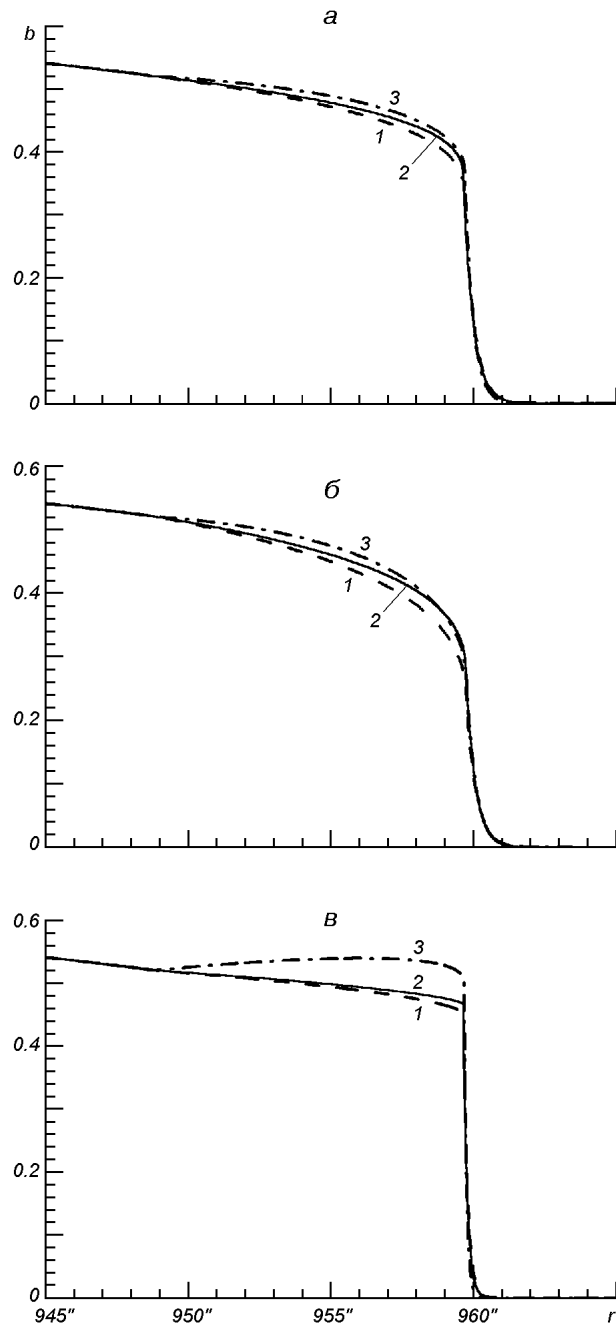


Рис. 1. Функції розподілу яскравості вздовж радіуса сонячного диска на краї: 1 — апроксимація виразами (3) і (4), 2 — (5) і (4), 3 — (6) і (4). Спостереження виконано у трьох пунктах поблизу південної межі смуги повного затемнення: а — найближчий до межі пункт, б — найвіддаленіший

максимальна похибка визначення екваторіальних геоцентричних координат Сонця за даними астрономічного щорічника [2] складає $0.1''$, то максимальна похибка радіуса складатиме $0.006''$ і $0.03''$ для прямого сходження і схилення відповідно. Геоцентричні координати центру мас Місяця обчислюються точніше, ніж координати Сонця, але для Місяця є додаткова похибка через розбіжність між координатами центру мас та центру видимого диска [25, 26], яка теж складає приблизно $0.1''$ [37, 42]. Отже, похибки радіуса

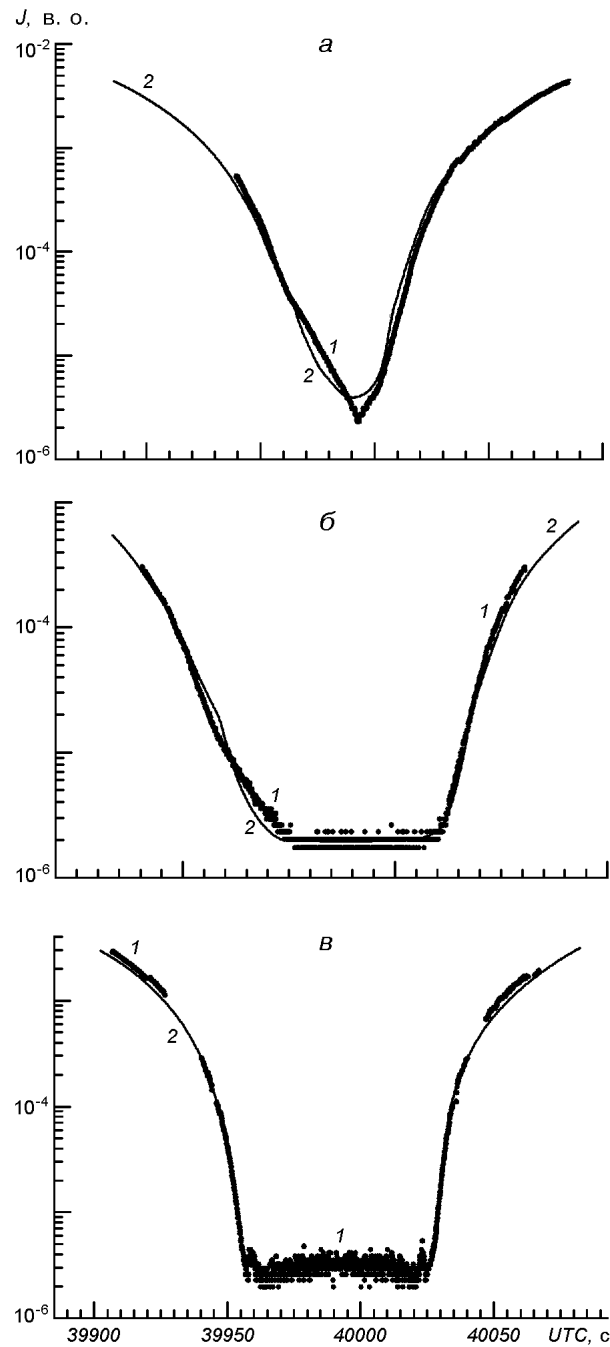


Рис. 2. Спостережні криві блиску (1), одержані біля південної межі смуги повного затемнення, та їхні теоретичні моделі (2), побудовані на основі апроксимації розподілу яскравості (5): *a* — найближче до межі смуги затемнення місце спостережень, *б* — найвіддаленіше

сонячного диска будуть теж відповідними. І нарешті, за рахунок похибок визначення широти і довготи місць спостережень ($\leq 0.5''$ [18]) похибка радіуса не перевищує $0.01''$. Таким чином, при визначенні радіуса сонячного диска похибками перелічених параметрів можна знехтувати.

Очевидно, що оцінки R_S , одержані для різних місць спостережень, є незалежними випадковими величинами. Середні значення із цих оцінок та

Таблиця 2. Параметри кривої блиску повного затемнення Сонця 11 серпня 1999 р. з апроксимацією (5) і (4); σ — середня квадратична нев'язка. У дужках — середні квадратичні похибки одного окремого результату. Нумерація місць спостережень 1...6 — з півдня на північ

Пункт спостережень	σ	Δt , с	R_S	$b(R_S)$
1	0.19	-2.92 ± 0.34	$959.642 \pm 0.090''$	0.359
2	0.18	-2.97 ± 0.31	959.758 ± 0.137	0.261
3	0.14	-4.48 ± 0.20	959.639 ± 0.072	0.467
Середнє біля південної межі			959.680 ± 0.039 (± 0.068)	
4	0.14	1.71 ± 0.46	959.698 ± 0.080	0.464
5	0.10	2.75 ± 0.18	959.580 ± 0.039	0.461
6	0.12	3.60 ± 0.55	959.629 ± 0.044	0.464
Середнє біля північної межі			959.636 ± 0.034 (± 0.060)	
Середнє за всіма спостереженнями			959.658 ± 0.025 (± 0.062)	

Його СКП також наведені у табл. 2. Оцінка СКП одного окремого результату загалом узгоджується з оцінками СКП, одержаними для кожної зі спостережних кривих блиску за виразом (11). Наведене середнє значення майже точно збігається із середнім значенням, отриманим при апроксимації розподілу яскравості на його краю комбінацією функцій (6) і (4) [23]. Разом з тим воно на $0.026''$ (тобто, на величину його СКП) менше, ніж значення, отримане для комбінації функцій (3) і (4). Середні оцінки радіуса для південної та північної меж смуги повного затемнення відрізняються на $0.044''$, для апроксимації (3) і (4) ця різниця становить $0.056''$, а для апроксимації (6) і (4) — $0.094''$. Ці різниці видаються невинуватими, оскільки спостерігаються також відповідні різниці між яскравостями краю диска, а також між поправками Δt до моментів часу кривих блиску (табл. 2). На нашу думку, ці різниці зумовлені головним чином похибками врахування форми місячного диска та нерівностей рельєфу на його краю. У нашій роботі ми нехтували відхиленнями проекції несферичної поверхні Місяця на картинну площину від круга, а використані карти Ватса мають значні похибки біля полюсів, тоді як рельєф місячного диска тут дуже складний [25, 37]. Ці недоліки проявляються на рис. 2, а та б. Поправки до шкали часу спостережних кривих блиску свідчать, що повна фаза затемнення біля південної межі смуги настала дещо пізніше, ніж очікувалось з обчисленнями, тоді як біля північної — дещо раніше. Напевно, ці розбіжності можна усунути, якщо проекцію на небесну сферу умовної середньої поверхні Місяця представити або еліпсом [37, 42], або ж завитком Паскаля [12]. Такі повторні обчислення радіуса сонячного диска із врахуванням несферичності умовної середньої поверхні Місяця, та із застосуванням детальніших карт рельєфу його поверхні, а також нових ефемерид Сонця й Місяця (наприклад DE405/LE405), можуть бути зроблені пізніше.

ВИСНОВКИ

Визначення радіуса Сонця за кривою блиску повного сонячного затемнення пов'язане з розподілом яскравості на краю сонячного диска, тобто з будовою атмосфери Сонця. Якщо отриману криву блиску прокалібровано за блиском цілого сонячного диска з похибкою 6—8 %, а сумарна СКП кривої блиску не перевищує 10—12 %, то викладений вище метод дозволяє визначити кутовий радіус сонячного диска з похибкою $0.1''$. Якщо криві блиску із

зазначеними характеристиками одержані з кількох місць, як це було під час затемнення Сонця 11 серпня 1999 р., то усереднення одержаних оцінок радіуса дозволяє досягнути точності у декілька сотих секунди дуги.

Одержане нами значення кутового радіуса Сонця для відстані у 1 а. о. $R_s = 959.66 \pm 0.03''$ узгоджується з іншими оцінками, зокрема з прийнятим стандартним значенням $959.63''$ [1, 21, 26]. Середня квадратична похибка такого усередненого «фотосферного» радіуса Сонця приблизно така ж, як і у «сейсмічного», хоча їхні значення суттєво різняться. При цьому слід зазначити, що точність визначення радіуса сонячного диска за спостереженнями затемнення 11 серпня 1999 р. може з часом бути підвищена, якщо буде можливість використати точніші дані про фігуру та рельєф поверхні Місяця поблизу краю його видимого диска, а також точніші дані щодо розподілу яскравості на краю сонячного диска. Зокрема, про перспективи уточнення даних про рельєф приполярних зон Місяця вже зазначалося у роботі [10].

З іншого боку, підвищення точності спостережень теж суттєво покращило б точність визначення радіуса Сонця зазначеним методом. Зокрема використаний нами спосіб калібрування кривих блиску за блиском цілого сонячного диска дає прийнятну точність, практично усуває вплив земної атмосфери і видається єдино придатним для розв'язку розглянутої тут задачі. Вибір місць спостережень саме поблизу меж смуги повного затемнення має ті переваги, що, по-перше, у приполярних зонах сонячного диска значно менша імовірність активних явищ, які можуть вплинути на розподіл яскравості на краю сонячного диска, і по-друге, швидкість відносного руху країв сонячного і місячного дисків тут у декілька разів менша, ніж при спостереженнях поблизу центру смуги, а це суттєво підвищує точність фотометрування. Без сумніву, підвищенню точності сприяло б і застосування більш досконалого, наприклад регуляризаційного, алгоритму оптимізації функціонала (2) [6, 13].

Спостереження повних затемнень Сонця постачають дані, що використовуються для виявлення вікових змін та варіацій його діаметра, пов'язаних зокрема з сонячною активністю [4, 28]. Вони можуть бути використані також для калібрування результатів майбутніх космічних методів на тривалих відрізках часу [39]. Зважаючи на зазначені вище властивості викладеного методу, не слід нехтувати жодною сприятливою можливістю для фотометричних спостережень повних затемнень Сонця з метою визначення його діаметра.

Автор висловлює подяку колегам за допомогу і корисні зауваження. Автор вдячний членам експедиції, які доклали багато зусиль для того, щоб спостереження затемнення були успішними. Зокрема не можна не згадати з сумом про О. А. Молотая, який так несподівано рано пішов з життя.

У роботі були використані карти Ватса рельєфу крайової зони Місяця, одержані у цифровому вигляді від ІТА РАН.

1. Аллен К. У. Астрофизические величины. — М.: Мир, 1977.—444 с.
2. *Астрономический Ежегодник на 1999 г.* — Санкт-Петербург: ИПА РАН, 1998.—730 с.
3. Бабенко Ю. Г., Вертилох О. Я., Гнатик Б. І., Данилевський В. О. Космічний експеримент з визначення розмірів та форми видимого сонячного диска // *Космічна наука і технологія*. Додаток.—2003.—9, № 2.—С. 237—242.
4. *Вариации глобальных характеристик Солнца* / Атрощенко И. Н., Гадун А. С., Гопасюк С. И. и др. — Киев: Наук. думка, 1992.—304 с.
5. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. *Практическая оптимизация*. — М.: Мир, 1985.—510 с.
6. Гончарский А. В., Черепашук А. М., Ягола А. Г. *Некорректные задачи астрофизики*. — М.: Наука, 1985.—352 с.

7. Гуртовенко Э. А., Тельнюк-Адамчук В. В., Окулов С. М. и др. Наблюдения солнечного затмения 11 июля 1991 г. в Мексике с целью определения солнечного диаметра // *Астрон. циркуляр*.—1991.—№ 1550.—С. 29—30.
8. Данилевський В. О. Обробка даних фотоелектричних спостережень та аналіз кривих блиску повного сонячного затемнення 11 липня 1991 року // *Вісн. Київ. ун-ту. Астрономія*.—1999.—Вип. 35.—С. 51—59.
9. Данилевський В. О. Попередні результати визначення діаметра Сонця за даними спостережень сонячного затемнення 11 липня 1991 року // *Вісн. Київ. ун-ту. Астрономія*.—1999.—Вип. 35.—С. 59—65.
10. Данилевський В. О. Криві блиску повного затемнення Сонця у місцях його фотометричних спостережень // *Кинематика и физика небес. тел.*—2003.—19, № 4.—С. 352—366.
11. Данилевський В. О. Характеристики фотометрів, використаних для спостережень повного затемнення Сонця 11 липня 1991 року // *Вісн. Київ. ун-ту. Астрономія*.—2003.—Вип. 39/40.—С. 22—29.
12. Демченко И. М., Дума А. С., Дума Д. П. Профиль Луны по наблюдениям кольцеобразного затмения 20 мая 1966 // *Астрометрия и астрофизика*.—Вип. 6.—С. 9—66.
13. Калиткин Н. Н. Численные методы. — М.: Наука, 1978.—512 с.
14. Макарова Е. А., Рощина Е. М., Сарычев А. П. Аппроксимация потемнения солнечного диска к краю в континууме в спектральной области 0.3—2.4 мкм // *Кинематика и физика небес. тел.*—1990.—6, № 6.—С. 21—26.
15. Сарычев А. П., Рощина Е. М. Потемнение солнечного диска к краю в полном излучении // *Астрон. вестник*.—1999.—33, № 1.—С. 90—93.
16. Соболев В. В. Курс теоретической астрофизики. — М.: Наука, 1975.—504 с.
17. *Солнечная система* / Под ред. Дж. Койпера: В 2-х т. — М.: Мир, 1957.—Т. 1. Солнце.—610 с.
18. Тельнюк-Адамчук В. В., Єфіменко В. М., Данилевський В. О. та ін. Спостереження повного сонячного затемнення 11 серпня 1999 року науковою експедицією Київського університету // *Вісн. Київ. ун-ту. Астрономія*.—2000.—Вип. 36.—С. 41—47.
19. Томас Р., Атей Р. Физика солнечной хромосферы. — М.: Мир, 1965.—528 с.
20. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. — М.: Мир, 1975.—536 с.
21. Aihwers A. Der Sonnendurchmesser und der Venusdurchmesser nach den Beobachtungen an den Heliothern der deutschen Venus-Expeditionen // *Astron. Nachr.*—1891.—128, N 3068.—P. 361—376.
22. Brown T. M., Christensen-Dalsgaard J. Accurate determination of the solar photospheric radius // *Astrophys. J.*—1998.—500, N 3.—P. L195—L198.
23. Buronsky M. I., Danylevsky V. O., Kryvodubskyy V. N., et al. Solar angular radius determination from August 11, 1999 eclipse photometric observations // *JOURNEES 2003 Book of Abstracts*. — St. Petersburg, 2003.—P. 12.
24. Danylevsky V. O. The solar diameter determination from data of the 1991 July 11 solar eclipse photoelectric observation // *Contrib. Astron. Obs. Skalnaté Pleso*.—1999.—28, N 3.—P. 201—209.—(Proc. of the 1999 solar eclipse workshop).
25. Espenak F., Anderson J. Total Solar Eclipse of 1999 August 11 // *NASA Ref. Publ.*—1997.—N 1398.—150 p.
26. *Explanatory Supplement to the Astronomical Almanac* / Ed. by P. Kenneth Seidelmann. — California: Mill Vally, 1992.—752 p.
27. Fiala A. D., Dunham D. W., Sofia S. Variation of the solar diameter from solar eclipse observations, 1715—1991 // *Solar Phys.*—1994.—152, N 1.—P. 97—104.
28. Gilliland, R. L. Solar radius variations over the past 265 years // *Astrophys. J.*—1981.—248, N 3.—P. 1144—1155.
29. Heiden F. J., Beck C. A., Lovell D. J., et al. Spectra and intensity of light from solar crescents near totality of eclipse of February 25, 1952 // *Astrophys. J.*—1953.—118, N 3.—P. 412—428.
30. Hill H. A., Stebbins R. T., Oleson J. R. The finite Fourier transform definition of an edge on the solar disk // *Astrophys. J.*—1975.—200, N 2.—P. 484—498.
31. Hubenet H., De Jager C. A model of the upper photosphere from eclipse photometry of the solar limb // *Bull. Astron. Inst. Neth.*—1956.—13, N 469.—P. 43—49.
32. Kopal Z. The distribution of brightness at the extreme limb of the Sun // *Astrophys. J.*—1946.—104, N 1.—P. 60—74.
33. Kunasz C. V., Jefferies J. T., White O. R. Inversion of the Solar Limb-darkening Equation in the Presence of Noise // *Astron. and Astrophys.*—1973.—28, N 1.—P. 15—26.
34. Kurokawa H., Nakayama K., Tsubaki T., Kanno M. The continuum of the extreme limb and the chromosphere at the 1970 eclipse // *Solar Phys.*—1974.—36, N 1.—P. 69—79.
35. Laclare F., Delmas C., Coin J. R., Irbah A. Measurements and variations of the solar diameter // *Solar Phys.*—1996.—166, N 2.—P. 211—229.
36. Maier E., Twigg, L., Sofia, S. Preliminary results of a balloon flight of the solar disk sextant // *Astrophys. J.*—1992.—389, N 1.—P. 447—452.

37. Morrison L. V., Appleby G. M. Analysis of lunar occultations. III. Systematic corrections to Watt's limb-profiles for the Moon // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.—1981.—196, N 4.—P. 1013—1020.
38. Pagel B. E. J. The influence of the chromosphere on solar limb darkening // Astrophys. J.—1960.—132, N 3.—P. 790—800.
39. Paterno L., Sofia S. EUDOSSO: a space project for solar oscillations and long term variability relevant to climatic changes // Solar Phys.—1994.—152, N 2.—P. 303—308.
40. Rosch J., Yerle R. Solar diameter(s) // Solar Phys.—1983.—82, N 1.—P. 139—150.
41. Rosen W. A., Poss H. L. Solar limb brightening at the extreme limb from photoelectric eclipse observations // Solar Phys.—1982.—78, N 1.—P. 17—27.
42. Rossello G., Jordi C., Salazar A. Corrections to Watt's charts varying with libration // Astrophys. and Space Sci.—1991.—177, N 1-2.—P. 331—338
43. Rubin V. C. Solar limb darkening determined from eclipse observations // Astrophys. J.—1959.—129, N 3.—P. 812—825.
44. Sofia S., Dunham D., Fiala A. D. Determination of variations of the solar radius from solar eclipse observations // The Ancient Sun / Eds R. O. Pepin, J. A. Eddy, R. B. Merrill. — New York: Pergamon Press, 1980.—P. 147—157.
45. Sofia, S., Heaps, W., and Twigg, L. W. The solar diameter and oblateness measured by the solar disk sextant on the 1992 september 30 balloon flight // Astrophys. J.—1994.—427, N 2. —P. 1048—1052.
46. Toulmonde M. The diameter of the Sun over the past three centuries // Astron. and Astrophys.—1997.—325, N 3.—P. 1174—1178.
47. Wesselink A. J. Photographic observations of the integrated brightness of the solar crescent near totality of the total eclipse of the Sun on June 19, 1936 by J. G. Ferwerda, J. Uitterdijk, A. J. Wesselink, discussed by A. J. Wesselink // Bull. Astron. Inst. Neth.—1940.—9, N 328.—P. 81—100.
48. Wittmann A., Bianda M. Drift-time measurements of the solar diameter 1990-2000: new limits on constancy // The Solar cycle and terrestrial climate: Proc. 1st Solar & Space Weather Euroconference.—2000.—ESA SP-463.—P. 113—116.
49. Yoshizawa M. Solar-radius observations over a solar cycle observed with the Tokyo photoelectric meridian circle // Dynamics and Astrometry of Natural and Artificial Celestial Bodies / Eds I. M. Wyrzyszcak, H. Lieske, R. A. Feldman. — Netherlands: Kluwer Acad. Publ., 1997.—P. 551—556.

Надійшла до редакції 15.10.03