

УДК 523.94; 533.9(201)

Ю. В. КызыуровГлавная астрономическая обсерватория НАН Украины
03680 Киев, ул. Академика Заболотного, 27**Неоднородности электронной концентрации,
вызванные турбулентными движениями газа
в нижней атмосфере Солнца**

В турбулентном потоке слабоионизованного газа нижней атмосферы Солнца возможно появление случайных неоднородностей концентрации заряженных частиц. С помощью уравнения, описывающего процесс формирования таких неоднородностей, получено выражение для их пространственного спектра. Выражение справедливо для плазменных неоднородностей, масштабы которых ограничены инерционным интервалом турбулентности. В результате интегрирования спектра по пространству волновых векторов получена формула, позволяющая для заданного интервала масштабов неоднородностей определить средний квадратичный уровень отклонений возмущенной концентрации электронов от среднего значения. Согласно этой формуле при обычных условиях в спокойной области нижней атмосферы Солнца ($B = 0.5$ мТл, внешний масштаб турбулентности порядка среднего размера гранул 1000 км и скорость диссипации турбулентной энергии $\epsilon \approx 10^7$ см²/с³), отклонение возмущенной концентрации электронов от фонового значения может составлять 5 %.

НЕОДНОРІДНОСТІ ЕЛЕКТРОННОЇ КОНЦЕНТРАЦІЇ, ВИКЛИКАНІ ТУРБУЛЕНТНИМИ РУХАМИ ГАЗУ В НИЖНІЙ АТМОСФЕРІ СОНЦЯ,
Кызыуров Ю. В. — Випадкові неоднорідності густини заряджених частинок можуть виникати в турбулентному потоці слабоіонізованого газу нижньої атмосфери Сонця. За допомогою рівняння, яке описує процес їхнього формування, отримано вираз для просторового спектру таких неоднорідностей. Вираз є дійсним для неоднорідностей, масштаби яких обмежені інерційним інтервалом турбулентності. В результаті інтегрування спектру по простору хвильових векторів одержано формулу, яка дозволяє для заданого інтервалу масштабів неоднорідностей визначити середній квадратичний рівень відхилень збуреної концентрації електронів від середнього значення. Згідно з цією формулою за звичайних умов у спокійній ділянці нижньої атмосфери Сонця ($B = 0.5$ мТл, зовнішній масштаб турбулентності порядку середнього розміру гранули 1000 км і швидкість дисипації турбулентної енергії $\epsilon \approx 10^7$ см²/с³), відхилення збуреної концентрації електронів від фонові може досягти 5 %.

ELECTRON-DENSITY INHOMOGENEITIES CAUSED BY TURBULENT MOTIONS OF GAS IN THE LOWER SOLAR ATMOSPHERE, by Kzyurov Yu. V. — Random electron-density inhomogeneities can arise in a turbulent flow of weakly-ionized gas in the lower atmosphere of the Sun. Using an equation describing the process of inhomogeneity formation, we derived an expression for the spatial spectrum of inhomogeneities. The expression is valid for irregularities with scales restricted to the inertial range of turbulence. Integration of the spectrum over the wave-vector space resulted in the formula allowing one, in the given range of scales, to estimate a mean-square level for the deviation of disturbed electron density from the mean value. According to the formula, under ordinary conditions of a quiet region in the lower solar atmosphere when the magnetic field strength is 0.5 mT, the outer scale of turbulence is of order of a mean granular size of 1000 km, and the rate of turbulent energy dissipation $\varepsilon \approx 10^7 \text{ cm}^2/\text{s}^3$, the deviation of disturbed electron density from the background can be about 5 %.

ВВЕДЕНИЕ

Исключительно важное место в физике Солнца занимают исследования статистических характеристик изменений различных параметров в нижней части солнечной атмосферы. К таким параметрам можно отнести интенсивность спектральных линий, которые формируются в нижней атмосфере, скорость движений атмосферного газа и напряженность магнитного поля [5, 6, 21, 23, 25, 27—29]. Существенно улучшается в последние годы пространственно-временное разрешение подобных исследований, проводимых как с помощью наземных инструментов, так и с использованием космических аппаратов. Расширение временного спектра параметров в область относительно высоких частот, а пространственного — в область малых масштабов делает актуальным рассмотрение мелкомасштабных явлений в нижней атмосфере Солнца.

Возможность формирования мелкомасштабных неоднородностей концентрации электронов на высотах фотосферы и нижней хромосферы была рассмотрена в работе [8]. При этом использовалась усредненная согласованная модель атмосферы Солнца [7], в которой солнечная плазма считается изотермической, т. е. температура всех видов частиц одинакова: $T_e = T_i = T_n = T$. Было показано, что атмосферный газ на малых высотах должен находиться в состоянии турбулентного перемешивания. Если в качестве характерного масштаба L_0 потока газа в нижней атмосфере выбрать средний размер гранул $L_g \approx 1000$ км, а соответствующую этому масштабу среднюю скорость течения u_0 порядка 1 км/с, то довольно большим оказывается число Рейнольдса [9]

$$\text{Re} = u_0 L_0 / \nu, \quad (1)$$

где ν — коэффициент кинематической вязкости газа. На рассмотренных уровнях солнечной атмосферы движения газа характеризуются значениями числа $\text{Re} > 10^7$ (см. таблицу). Таким образом, в случае нижней атмосферы Солнца можно говорить о турбулентности с очень большим числом Рейнольдса. Среднее количество энергии, переходящей в теплоту в единице массы атмосферного газа за единицу времени, составляет при этом

$$\varepsilon \sim u_0^3 / L_0 = 10^7 \text{ cm}^2/\text{s}^3.$$

Такой средней удельной скорости диссипации энергии турбулентных пульсаций соответствует внутренний масштаб турбулентности (минимальный размер пульсаций) [4]

Модельные значения [7] температуры T , концентрации нейтральных частиц N_n и электронов N_e , средней атомной массы ионов M_i , а также оценочные значения числа Рейнольдса Re , внутреннего масштаба турбулентности l_d и произведения среднего времени между столкновениями ионов с нейтралами на гирочастоту ионов $\tau_i \cdot \omega_{Bi}$ для нижней атмосферы Солнца

z , км	T , К	N_n , 10^{14} см^{-3}	N_e , 10^{10} см^{-3}	M_i , а. е. м.	Re , 10^7	l_d , см	$\tau_i \omega_{Bi}$, 10^{-5}
280	4570	230	100	26.8	94	20	4.7
500	4170	43	25	25.3	19	61.1	27
630	4470	7.4	7.9	16	3.1	240	250

$$l_d \sim (\nu^3/\varepsilon)^{1/4}, \quad (2)$$

который в рассмотренном интервале высот существенно превышает длину свободного пробега электронов, ионов и нейтральных частиц, а также много больше дебаевского радиуса (см. табл. 3 в работе [8])

$$\lambda_D = [\kappa_B T / (4\pi e^2 N_e)]^{1/2},$$

где κ_B — постоянная Больцмана, e — заряд электрона, N_e — концентрация электронов. Это позволило рассматривать процесс генерации неоднородностей электронной концентрации в нижней атмосфере Солнца в рамках макроскопического описания [2] и считать плазму квазинейтральной:

$$N_i \approx N_e = N, \quad (3)$$

Другими словами, концентрация положительных ионов равна концентрации электронов даже для возмущений плотности плазмы (вкладом отрицательных ионов по сравнению с вкладом электронов пренебрегаем [7]). Предполагалось также, что атмосферный газ представляет собой смесь электронно-ионной плазмы и несжимаемого нейтрального газа. Причем плазма является пассивной примесью и не влияет на движение нейтрального газа. Это предположение справедливо в областях атмосферы Солнца, где напряженность магнитного поля не слишком велика. Приближение несжимаемости нейтрального газа

$$\text{div} \mathbf{u} = 0 \quad (4)$$

применимо, если рассматриваемые скорости движений меньше скорости звука [1, 9, 12]. В нижней атмосфере скорость звука c_s порядка 10 км/с, а средняя скорость потока в данном случае $u_0 \approx 1$ км/с (скорость на внешнем масштабе турбулентности), характерные скорости турбулентных пульсаций u меньше u_0 , поэтому

$$u = |\mathbf{u}| \ll c_s.$$

Принимая во внимание наличие однородного магнитного поля \mathbf{B} и градиента фоновой концентрации плазмы ∇N_0 , в работе [8] было получено уравнение, связывающее возмущения концентрации заряженных частиц $\delta N(\mathbf{r}, t) = N_i/N_0$ ($N_i(\mathbf{r}, t)$ — отклонение плотности электронов от среднего значения $N_0(\mathbf{r})$) с турбулентным полем скоростей $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$ нейтрального газа:

$$\partial \delta N / \partial t + \text{div}(\delta N \cdot \mathbf{u}) - D_A \nabla^2 \delta N = -(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) / L_N - \tau_i \omega_{Bi} (\mathbf{b} \cdot \text{rot} \mathbf{u}). \quad (5)$$

Здесь случайная составляющая скорости нейтрального газа \mathbf{u} соответствует \mathbf{u}_i в [8], \mathbf{n} и \mathbf{b} — единичные векторы соответственно вдоль направления магнитного поля и в направлении градиента фоновой концентрации электронов ∇N_0 , L_N — характерный масштаб этого градиента, D_A — коэффициент

амбиполярной диффузии, τ_i — среднее время между столкновениями иона с нейтральными атомами, $\omega_{Bi} = eB/m_1c$ — гирочастота иона с массой m_1 , c — скорость света. Следует отметить, что если магнитное поле невелико, то коэффициенты вязкости ν и диффузии D_A можно считать скалярными величинами [1, 2]. При значениях магнитного поля $B = 0.5$ мТл, характерных для спокойных областей в нижней атмосфере Солнца, в выбранном диапазоне высот справедливо неравенство $\tau_i\omega_{Bi} \ll 1$ (см. таблицу). Это означает существенное превышение частоты столкновений ионов с нейтралами над гирочастотой ионов.

Уравнение (5) описывает процесс генерации плазменных неоднородностей с характерными размерами, удовлетворяющими неравенствам

$$l_d < l < L_N \leq L_0. \quad (6)$$

Область масштабов (6) принадлежит инерционному интервалу турбулентности. Для этого интервала статистические характеристики турбулентного поля скоростей хорошо известны. Таким образом, с помощью уравнения (5) можно определить статистические свойства возмущений плотности заряженных частиц $\delta N(\mathbf{r}, t)$, генерируемых заданным полем скоростей $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$. Информация об этих свойствах может оказаться полезной при изучении локальных осцилляций интенсивности спектральных линий, которые формируются в нижней атмосфере Солнца и связаны с ионизованной составляющей. Кроме того, появление случайных неоднородностей концентрации электронов означает, что случайно-неоднородной становится электропроводность атмосферного газа. Одного этого, как известно, достаточно, чтобы вызвать появление случайного компонента магнитного поля [15]. Таким образом, знание статистических характеристик мелкомасштабных возмущений электронной концентрации должно представлять интерес при рассмотрении особенностей мелкомасштабной структуры магнитного поля на уровне фотосферы и нижней хромосферы.

Цель работы — с помощью уравнения (5) получить выражение для пространственного спектра мелкомасштабных возмущений концентрации электронов в турбулентном потоке атмосферного газа фотосферы и нижней хромосферы, а также формулу для вычисления среднего квадратичного отклонения возмущенной концентрации от фонового значения.

ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННАЯ СПЕКТРАЛЬНАЯ ПЛОТНОСТЬ ВОЗМУЩЕНИЙ ЭЛЕКТРОННОЙ КОНЦЕНТРАЦИИ В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОТОКЕ АТМОСФЕРНОГО ГАЗА

Турбулентное поле скоростей газа в атмосфере Солнца является случайным полем, статистические свойства которого в инерционном интервале масштабов известны [25], но подробные (неусредненные) характеристики — слишком сложны для аналитического описания. Это поле генерирует случайные возмущения концентрации электронов, статистические характеристики которых и являются целью данного рассмотрения. Как известно [12], любое статистически однородное и стационарное случайное поле можно представить в виде суперпозиции компонентов фиксированного функционального вида со случайными взаимно некоррелированными коэффициентами. Спектральное разложение Фурье, т. е. представление случайного поля в виде суперпозиции плоских волн, является простейшим частным случаем такого представления.

Запишем для случайных полей $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$ и $\delta N(\mathbf{r}, t)$ их четырехмерные спектральные разложения [17]:

$$u_j(\mathbf{r}, t) = \int \int u_j(\mathbf{k}, \omega) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r} - i\omega t) d\mathbf{k} d\omega, \quad (7)$$

$$\delta N(\mathbf{r}, t) = \int \int \delta N(\mathbf{k}, \omega) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r} - i\omega t) d\mathbf{k} d\omega. \quad (8)$$

Здесь спектральные амплитуды, в общем случае комплексные, обозначены теми же символами u_j и δN с другими независимыми переменными — волновым вектором \mathbf{k} и частотой ω , $i = (-1)^{1/2}$, $d\mathbf{k}$ — элемент объема в \mathbf{k} -пространстве. «Формулы обращения», позволяющие выразить $u_j(\mathbf{k}, \omega)$ и $\delta N(\mathbf{k}, \omega)$ через $u_j(\mathbf{r}, t)$ и $\delta N(\mathbf{r}, t)$, имеют вид

$$u_j(\mathbf{k}, \omega) = (2\pi)^{-4} \int \int u_j(\mathbf{r}, t) \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r} + i\omega t) d\mathbf{r} dt, \quad (9)$$

$$\delta N(\mathbf{k}, \omega) = (2\pi)^{-4} \int \int \delta N(\mathbf{r}, t) \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r} + i\omega t) d\mathbf{r} dt. \quad (10)$$

Так как $u_j(\mathbf{r}, t)$ и $\delta N(\mathbf{r}, t)$ — вещественные величины, то для всех \mathbf{k}, ω

$$u(-\mathbf{k}, -\omega) = u^*(\mathbf{k}, \omega), \quad \delta N(-\mathbf{k}, -\omega) = \delta N^*(\mathbf{k}, \omega),$$

где звездочка обозначает комплексное сопряжение. К тому же в силу соотношения (4) для всех \mathbf{k}

$$(\mathbf{k} \cdot \mathbf{u}(\mathbf{k}, \omega)) = 0.$$

Обозначив угловыми скобками операцию усреднения по ансамблю реализаций случайного поля, рассмотрим величину

$$\begin{aligned} \langle u_i(\mathbf{k}, \omega) \cdot u_j^*(\mathbf{k}', \omega') \rangle &= (2\pi)^{-8} \int \int \int \int \langle u_i(\mathbf{r}, t) \cdot u_j^*(\mathbf{r}', t') \rangle \times \\ &\times \exp[-i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \mathbf{k}'\mathbf{r}' - \omega t + \omega' t')] d\mathbf{r} d\mathbf{r}' dt dt'. \end{aligned} \quad (11)$$

Для статистически однородного и стационарного случайного поля \mathbf{u} при $\mathbf{r}' = \mathbf{r} + \rho$ и $t' = t + \tau$ величина

$$\langle u_i(\mathbf{r}, t) \cdot u_j^*(\mathbf{r}', t') \rangle = Q_{ij}(\rho, \tau) \quad (12)$$

является корреляционным тензором. Если воспользоваться интегральным представлением четырехмерной дельта-функции Дирака [20]

$$\int \int \exp[-i(\mathbf{k} - \mathbf{k}')\mathbf{r} + i(\omega - \omega')t] d\mathbf{r} dt = (2\pi)^4 \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \delta(\omega - \omega'), \quad (13)$$

то из (11) получаем

$$\langle u_i(\mathbf{k}, \omega) \cdot u_j^*(\mathbf{k}', \omega') \rangle = Q_{ij}(\mathbf{k}, \omega) \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \delta(\omega - \omega'), \quad (14)$$

где

$$Q_{ij}(\mathbf{k}, \omega) = (2\pi)^{-4} \int \int Q_{ij}(\rho, \tau) \exp(-i\mathbf{k}\rho + i\omega\tau) d\rho d\tau \quad (15)$$

— пространственно-временной спектральный тензор турбулентного поля скоростей. Преобразование Фурье, обратное (15), —

$$Q_{ij}(\rho, \tau) = \int \int Q_{ij}(\mathbf{k}, \omega) \exp(i\mathbf{k}\rho - i\omega\tau) d\mathbf{k} d\omega \quad (16)$$

представляет собой обобщение известной теоремы Винера — Хинчина [13, 17].

Равенство, аналогичное (14), можно записать и для возмущений концентрации плазмы:

$$\langle \delta N(\mathbf{k}, \omega) \cdot \delta N^*(\mathbf{k}', \omega') \rangle = P(\mathbf{k}, \omega) \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \delta(\omega - \omega'). \quad (17)$$

Здесь $P(\mathbf{k}, \omega)$ — пространственно-временная спектральная плотность возмущений.

Соотношения (14) и (17) очень полезны, так как позволяют по соотношению между компонентами Фурье случайных полей найти соответствующую связь между их спектральными плотностями.

Фурье-образ уравнения (5) имеет вид:

$$(D_A k^2 - i\omega)\delta N(\mathbf{k}, \omega) + ik_j \int \int \delta N(\mathbf{k}', \omega') u_j(\mathbf{k} - \mathbf{k}', \omega - \omega') d\mathbf{k}' d\omega' = \\ = -L_N^{-1}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{u}(\mathbf{k}, \omega)) - i\tau_1 \omega_{\text{Bi}}(\mathbf{b} \cdot [\mathbf{k} \cdot \mathbf{u}(\mathbf{k}, \omega)]), \quad (18)$$

где $k = |\mathbf{k}|$, второе слагаемое слева записано в компонентах, и по дважды повторяющемуся индексу подразумевается суммирование. Уравнение (18) устанавливает связь между $k\omega$ -амплитудами возмущений электронной концентрации $\delta N(\mathbf{k}, \omega)$ и турбулентного поля скоростей нейтрального газа $\mathbf{u}(\mathbf{k}, \omega)$ в слабоионизованной плазме солнечной атмосферы. Пространственные масштабы возмущений $k^{-1} = l$ удовлетворяют неравенствам (6). Первое слагаемое в (18) справа описывает процесс возникновения плазменных неоднородностей в результате перемешивания областей с высоким и низким значениями концентрации заряженных частиц; второе — формирование возмущений δN в результате взаимодействия плазмы, погруженной в турбулентный газовый поток, с магнитным полем. Содержащее свертку слагаемое в уравнении (18) слева отражает роль «коллективного» характера турбулентного перемешивания в процессе генерации плазменных неоднородностей, то есть роль связи турбулентных возмущений различных масштабов. Учтем его введением эффективного коэффициента диффузии [13]

$$D_T \propto \varepsilon^{1/3} k^{-4/3} \quad (19)$$

(D_T определяет усиление диффузии, вызванное турбулентными пульсациями, масштабы которых меньше k^{-1}).

Уравнение (18) можно переписать в следующем виде:

$$\delta N(\mathbf{k}, \omega) = (\omega_k - i\omega)^{-1}(\mathbf{q}(\mathbf{k}) \cdot \mathbf{u}(\mathbf{k}, \omega)), \quad (20)$$

где

$$\mathbf{q} = -L_N^{-1} \cdot \mathbf{n} - i\tau_1 \omega_{\text{Bi}} [\mathbf{b} \cdot \mathbf{k}], \quad (21)$$

$$\omega_k = (D_A + D_T)k^2 = D_A k^2 + \varepsilon^{1/3} k^{2/3}. \quad (22)$$

Запишем равенство, комплексно сопряженное (20), для \mathbf{k}' , ω' :

$$\delta N^*(\mathbf{k}', \omega') = (\omega_{k'} + i\omega')^{-1}(\mathbf{q}^*(\mathbf{k}') \cdot \mathbf{u}^*(\mathbf{k}', \omega')). \quad (23)$$

Теперь, используя соотношения (14), (17), (20), (23), приходим к выражению, которое связывает $P(\mathbf{k}, \omega)$ с $Q_{ij}(\mathbf{k}, \omega)$:

$$P(\mathbf{k}, \omega) = (\omega^2 + \omega_k^2)^{-1} q_i(\mathbf{k}) \cdot q_j^*(\mathbf{k}) \cdot Q_{ij}(\mathbf{k}, \omega). \quad (24)$$

Спектральный тензор поля скоростей нейтрального газа $Q_{ij}(\mathbf{k}, \omega)$ в инерционном интервале турбулентности известен [12, 25]:

$$Q_{ij}(\mathbf{k}, \omega) = (\delta_{ij} - k_i k_j k^{-2}) [4\pi^2 k^2 (1 + \omega^2 \tau_c^2)]^{-1} \tau_c E(k), \quad (25)$$

где

$$\tau_c = (\nu k^2 + \varepsilon^{1/3} k^{2/3})^{-1} \quad (26)$$

— время корреляции турбулентного вихря с масштабом k^{-1} (учет скорости вязкой диссипации νk^2 позволяет несколько расширить рассматриваемый интервал масштабов в область малых $l = k^{-1}$ и вместо $l \gg l_d$ считать, что $l \geq l_d$);

$$E(k) = C_1 e^{2/3} k^{-5/3} \quad (27)$$

— плотность распределения кинетической энергии по спектру волновых чисел k турбулентных пульсаций в инерционном интервале (числовая постоянная $C_1 \approx 1.4$).

Подставим (25) в (24). Замечая, что

$$(\delta_{ij} - k_i k_j k^{-2}) q_i(\mathbf{k}) \cdot q_j^*(\mathbf{k}) = (\mathbf{q}(\mathbf{k}) \cdot \mathbf{q}^*(\mathbf{k})) - k^{-2} (\mathbf{k} \cdot \mathbf{q}(\mathbf{k})) \cdot (\mathbf{k} \cdot \mathbf{q}^*(\mathbf{k})),$$

$$(\mathbf{q}(\mathbf{k}) \cdot \mathbf{q}^*(\mathbf{k})) = L_N^{-2} + \tau_i^2 \omega_{\text{Bi}}^2 [\mathbf{b} \cdot \mathbf{k}]^2,$$

и учитывая, что $(\mathbf{k} \cdot [\mathbf{b} \cdot \mathbf{k}]) \equiv 0$, получаем

$$(\mathbf{k} \cdot \mathbf{q}(\mathbf{k})) = (\mathbf{k} \cdot \mathbf{q}^*(\mathbf{k})) = (\mathbf{n} \cdot \mathbf{k}) / L_N.$$

В итоге получаем выражение для пространственно-временного спектра $P(\mathbf{k}, \omega)$ неоднородностей концентрации электронов в турбулентном потоке атмосферного газа:

$$P(\mathbf{k}, \omega) = \frac{L_N^{-2} \mathbf{k}^{-2} [\mathbf{n} \cdot \mathbf{k}]^2 + \tau_i^2 \omega_{\text{Bi}}^2 [\mathbf{b} \cdot \mathbf{k}]^2}{4\pi^2 k^2 (\omega^2 + \omega_k^2) (1 + \omega^2 \tau_c^2)} \cdot \tau_c E(k). \quad (28)$$

При записи (28) использовано равенство: $k^2 - (\mathbf{n} \cdot \mathbf{k})^2 = [\mathbf{n} \cdot \mathbf{k}]^2$.

ПРОСТРАНСТВЕННЫЙ СПЕКТР И СРЕДНИЙ КВАДРАТИЧНЫЙ УРОВЕНЬ МЕЛКОМАСШТАБНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ ПЛОТНОСТИ ЭЛЕКТРОНОВ В АТМОСФЕРЕ СОЛНЦА

Известно [11], что в газообразных средах коэффициенты диффузии D и вязкости ν имеют одинаковый порядок, так что число Шмидта $Sc = \nu / D \sim 1$. В нашем случае $D = D_A$, и следовательно, $\omega_k \approx \tau_c^{-1}$. Тогда (28) принимает вид

$$P(\mathbf{k}, \omega) = (L_N^{-2} \mathbf{k}^{-2} [\mathbf{n} \cdot \mathbf{k}]^2 + \tau_i^2 \omega_{\text{Bi}}^2 [\mathbf{b} \cdot \mathbf{k}]^2) \frac{\tau_c^3 E(k)}{4\pi^2 k^2 (1 + \omega^2 \tau_c^2)^2}. \quad (29)$$

Через $P(\mathbf{k}, \omega)$ можно выразить пространственный спектр $P(\mathbf{k})$ случайного поля возмущений концентрации электронов [17]:

$$P(\mathbf{k}) = \int_{-\infty}^{\infty} P(\mathbf{k}, \omega) d\omega. \quad (30)$$

Здесь интегрирование по ω сводится к вычислению интеграла

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} (1 + \omega^2 \tau_c^2)^{-2} d\omega.$$

Вычислим его с помощью теории вычетов [18]. Так как функция

$$f(\zeta) = (1 + \tau_c^2 \zeta^2)^{-2} = \tau_c^{-4} (\zeta - i\tau_c^{-1})^{-2} (\zeta + i\tau_c^{-1})^{-2}$$

имеет в верхней полуплоскости комплексного ζ единственный полюс второго порядка в точке $\zeta = i\tau_c^{-1}$, то

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} f(\omega) d\omega = 2\pi i \operatorname{res}_{\zeta=i\tau_c^{-1}} f(\zeta). \quad (31)$$

По формуле для вычисления вычета в полюсе второго порядка

$$\operatorname{res}_{\zeta=a} f(\zeta) = \lim_{\zeta \rightarrow a} \frac{d}{d\zeta} [(\zeta - a)^2 f(\zeta)]$$

находим

$$\operatorname{res}_{\xi=i\tau_c^{-1}} f(\xi) = \frac{-i}{4\tau_c},$$

и в силу (31) имеем

$$I = 2\pi i \operatorname{res}_{\xi=i\tau_c^{-1}} f(\xi) = \pi/2\tau_c.$$

В результате получаем следующее выражение для пространственного спектра плазменных неоднородностей:

$$P(\mathbf{k}) = (L_N^{-2}k^{-2}[\mathbf{n} \cdot \mathbf{k}]^2 + \tau_1^2\omega_{\text{В1}}^2[\mathbf{b} \cdot \mathbf{k}]^2) \frac{\tau_c^2 E(k)}{8\pi k^2}. \quad (32)$$

Зная трехмерную спектральную плотность $P(\mathbf{k})$, можно определить средний квадрат отклонений возмущенной концентрации электронов от фонового значения:

$$\langle(\delta N)^2\rangle = \int P(\mathbf{k})d\mathbf{k},$$

или в сферических координатах пространства волновых векторов —

$$\langle(\delta N)^2\rangle = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin\theta d\theta \int_{k_1}^{k_2} P(\mathbf{k})k^2 dk. \quad (33)$$

Известно, что в отличие от сильных магнитных полей активных областей, которые замкнуты и возвращаются к Солнцу после выхода в пространство над поверхностью, сравнительно слабые поля, всплывающие в спокойных областях, уходят в межпланетное пространство с солнечным ветром [14, 15]. Значение магнитного поля $B = 0.5$ мТл характерно для спокойных областей на Солнце [16]. Следовательно, можно считать, что в данном случае вектор $\mathbf{b} = \mathbf{B}/B$ направлен вертикально. Поскольку в используемой модели [7] солнечной атмосферы плотность плазмы изменяется вдоль вертикального направления, то $\mathbf{n} \parallel \mathbf{b}$. С учетом этого $[\mathbf{n} \cdot \mathbf{k}]^2 = [\mathbf{b} \cdot \mathbf{k}]^2 = k^2 \sin^2\theta$ (см. рис. 1), и подстановка (32) в (33) дает

$$\langle(\delta N)^2\rangle = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin^3\theta d\theta \int_{k_1}^{k_2} (L_N^{-2} + \tau_1^2\omega_{\text{В1}}^2k^2) \frac{\tau_c^2(k)E(k)}{8\pi} dk. \quad (34)$$

Так как

$$\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin^3\theta d\theta = \frac{8\pi}{3},$$

то после интегрирования в (34) по угловым координатам получаем

$$\langle(\delta N)^2\rangle = \int_{k_1}^{k_2} P_0(k)dk, \quad (35)$$

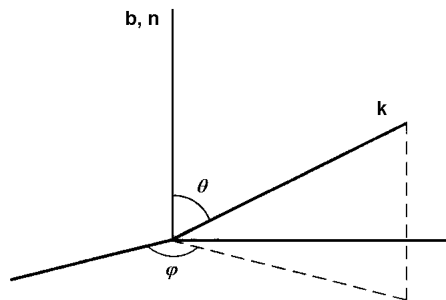


Рис. 1. Система сферических координат в пространстве волновых векторов \mathbf{k} с указанием направления однородного магнитного поля $\mathbf{b} = \mathbf{B}/B$ и градиента фоновой плотности плазмы $\mathbf{n} = (L_N \nabla N_0)/N_0$

где, учитывая (26) и (27),

$$P_0(k) = (L_N^{-2} + \tau_1^2 \omega_{\text{Bi}}^2 k^2) \frac{C_1 \varepsilon^{2/3} k^{-5/3}}{3(\nu k^2 + \varepsilon^{1/3} k^{2/3})^2}. \quad (36)$$

Очевидно, что в (36) k_1 и k_2 должны удовлетворять неравенствам $L_N \ll k_1 < k_2 < l_d^{-1}$, а $P_0(k)dk$ характеризует интенсивность возмущений концентрации электронов в неоднородностях со значениями k в заданном интервале dk .

Подстановка $k^{2/3} = \xi$ с учетом выражения (2) приводит (36) к виду

$$\langle (\delta N)^2 \rangle = \frac{C_1}{2l_d^{8/3}} \int_{\xi_1}^{\xi_2} \frac{L_N^{-2} + \tau_1^2 \omega_{\text{Bi}}^2 \xi^3}{\xi^4 (l_d^{-4/3} + \xi^2)^2} d\xi.$$

В силу того, что

$$\int \frac{d\xi}{\xi^4 (a^2 + \xi^2)^2} = \left[-\frac{1}{3a^4 \xi^3} + \frac{2}{a^6 \xi} + \frac{\xi}{2a^6 (a^2 + \xi^2)} + \frac{5}{2a^7} \arctg \frac{\xi}{a} \right],$$

$$\int \frac{d\xi}{\xi (a^2 + \xi^2)^2} = \left[\frac{1}{2a^2 (a^2 + \xi^2)} + \frac{1}{2a^4} \ln \frac{\xi^2}{a^2 + \xi^2} \right]$$

(см., например, [5]), получаем формулу

$$\langle (\delta N)^2 \rangle = \langle (N_1/N_0)^2 \rangle = S(k_2 l_d) - S(k_1 l_d), \quad (37)$$

где

$$S(x) = \frac{C_1}{2} \left(\frac{l_d}{L_N} \right)^2 \left(-\frac{1}{3} x^{-2} + 2x^{-2/3} + \frac{x^{2/3}}{2(1+x^{4/3})} + \frac{5}{2} \arctg x^{2/3} \right) +$$

$$+ \frac{C_1}{4} \tau_1^2 \omega_{\text{Bi}}^2 \left(\frac{1}{1+x^{4/3}} + \ln \frac{x^{4/3}}{1+x^{4/3}} \right). \quad (38)$$

Формула (37) определяет среднее квадратичное отклонение возмущенной концентрации электронов N_1 от фонового значения N_0 для плазменных неоднородностей из интервала волновых чисел $k_1 < k < k_2$. Величина $\langle (\delta N)^2 \rangle$ является мерой интенсивности возмущений плотности электронов в неоднородностях. Оценим ее в случае турбулентного потока слабоионизованного газа для трех уровней в атмосфере Солнца: 280, 500 и 630 км. Значения $\tau_1 \omega_{\text{Bi}}$ и l_d для этих уровней представлены в таблице. Будем полагать, что не зависят от высоты характерный пространственный масштаб градиента фоновой концентрации $L_N \sim L_0 \sim 10^8$ см (равный по порядку величины внешнему масштабу турбулентности), средняя скорость диссипации турбулентной энергии $\varepsilon \sim 10^7$ см²с⁻³ и значение магнитного поля $B = 0.5$ мТл. В итоге ожидаемое отклонение возмущенной концентрации заряженных частиц от среднего значения для всех трех высот и интервала масштабов $0.1L_N \geq l \geq l_d$ или области волновых чисел

$$10L_N^{-1} < k < l_d^{-1} \quad (39)$$

составляет $\langle (N_1/N_0)^2 \rangle^{1/2} \approx 5\%$. Эта величина практически не зависит от высоты. В то же время из рис. 2 видно, что форма пространственного спектра $P_0(k)$ изменяется с высотой. Если спектр $P_0(k)$ аппроксимировать степенной функцией $k^{-\gamma}$, то показатель степени γ для выбранных уровней в солнечной атмосфере принимает соответственно значения 2.15, 1.9 и 1.55, т. е. наклон спектра уменьшается с высотой. Обратим внимание на то, что форма спектра остается неизменной для малых волновых чисел k , различия имеют место при сравнительно больших k . Это означает, что вклад

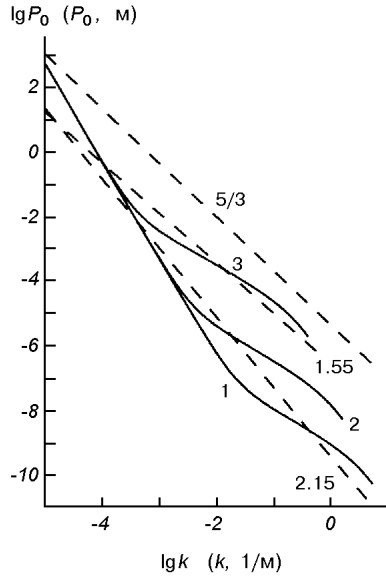


Рис. 2. Спектральная плотность неоднородностей концентрации электронов $P_0(k)$ (36) для трех уровней в атмосфере Солнца: сплошная линия 1 — 280 км, 2 — 500 км, 3 — 630 км; штриховая линия 2.15 — аппроксимация кривой 1 степенной зависимостью $k^{-2.15}$, 1.55 — аппроксимация кривой 3 ($k^{-1.55}$); линия 5/3 — закон Колмогорова — Обухова ($k^{-5/3}$)

плазменных неоднородностей наименьших масштабов в общий уровень возмущений электронной концентрации пренебрежимо мал. Различия в форме спектра $P_0(k)$ обусловлены изменением с высотой внутреннего масштаба турбулентности l_d и величины $\tau_i \omega_{Bi}$ (произведения среднего времени между столкновениями ионов с нейтральными частицами τ_i на гирочастоту ионов ω_{Bi}). С увеличением высоты вязкость атмосферного газа ν увеличивается обратно пропорционально значению плотности, и при постоянной скорости диссипации ε значения l_d увеличиваются, следовательно, уменьшается инерционный интервал турбулентности. С высотой не только уменьшается плотность атмосферного газа, что увеличивает время между столкновениями τ_i , но и уменьшается средняя масса иона, увеличивая при постоянном магнитном поле гирочастоту ω_{Bi} . В результате увеличивается произведение $\tau_i \omega_{Bi}$ (см. таблицу), определяющее волновое число

$$k_B = (\tau_i \omega_{Bi} L_N)^{-1}, \quad (40)$$

которое делит диапазон волновых чисел (39) на два интервала:

$$10L_N^{-1} < k < k_B \quad \text{и} \quad k_B < k < l_d^{-1}.$$

В первом при формировании неоднородностей важнее роль градиента средней концентрации плазмы и при степенной аппроксимации одномерной спектральной плотности имеем $P_0(k) \propto k^{-3}$. Во втором — существеннее роль магнитного поля, а $P_0(k) \propto k^{-1}$. Таким образом, в окрестности k_B изменяется наклон спектра, причем k_B зависит от высоты. Это вместе с высотной зависимостью инерционного интервала турбулентности объясняет изменение от уровня к уровню формы спектра плазменных неоднородностей $P_0(k)$ (см. рис. 2). Для выделенных в атмосфере Солнца уровней 280, 500 и 630 км масштаб неоднородностей $\tau_i \omega_{Bi} L_N = k_B^{-1}$ принимает соответственно значения 47, 270 и 2500 м. Так как изменение формы спектра не влечет за собой заметного изменения интенсивности возмущений плотности электронов из области волновых чисел (39), то можно заключить, что в данном случае на общий уровень возмущений слабо влияют плазменные неоднородности, волновые числа которых $k \geq k_B$. Это означает, что при рассмотрении мелкомасштабных возмущений концентрации электронов, вызванных турбулентными движениями атмосферного газа в областях со слабым магнит-

ным полем, влиянием поля на интенсивность возмущений можно пренебречь. Действительно, если в (38) положить $\omega_{\text{Ві}} = 0$, то из (37) получим тот же уровень возмущений ($\approx 5\%$). Однако при исследовании формы спектра неоднородностей пренебрегать магнитным полем нельзя.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе на основе уравнения (5), которое описывает процесс возникновения в турбулентном потоке слабоионизованного газа нижней атмосферы Солнца мелкомасштабных неоднородностей электронной концентрации, получены выражения для их пространственно-временного (28) и трехмерного пространственного (32) спектров. Одномерная спектральная плотность $P_0(k)$, формула (36), является результатом интегрирования (32) по углам и характеризует распределение интенсивности возмущений плотности электронов в области волновых чисел, которая соответствует инерционному интервалу турбулентности (6). Интегрирование $P_0(k)$ по k привело к формуле (37), которая позволяет оценить средний квадратичный относительный уровень возмущений концентрации электронов для заданного диапазона волновых чисел (масштабов неоднородностей). Оценка такого уровня для высот нижней атмосферы Солнца: 280, 500 и 630 км в интервале (39) составила около 5%. То есть, уровень возмущений электронной концентрации при рассмотренных условиях практически не зависит от высоты.

В то же время форма спектра неоднородностей изменяется с высотой (см. рис. 2). Различия имеют место в области больших волновых чисел k . Следовательно, вклад неоднородностей из этой области k (самых малых масштабов) в общий уровень возмущений пренебрежимо мал. Зависимость формы спектра от высоты объясняется уменьшением с высотой инерционного интервала турбулентности, а также расширением области масштабов (волновых чисел), в которой основным процессом при формировании неоднородностей является взаимодействие плазмы, погруженной в турбулентный поток газа, с магнитным полем. В данном случае, когда внешний масштаб турбулентности L_0 и средняя скорость диссипации ее энергии ε постоянны, уменьшение инерционного интервала происходит из-за увеличения внутреннего масштаба турбулентности l_d (2). В свою очередь, величина l_d увеличивается вследствие увеличения вязкости газа при уменьшении его плотности с высотой. Расширение области масштабов, где существенной в процессе образования неоднородностей становится роль магнитного поля, вызвано двумя факторами. С одной стороны — увеличением среднего времени между столкновениями ион — нейтрал из-за уменьшения плотности газа, а с другой — увеличением ионной гирочастоты, что при постоянном магнитном поле связано с уменьшением средней массы ионов в результате изменения с высотой ионного состава атмосферы. Таким образом, параметры атмосферы Солнца оказывают влияние на форму пространственного спектра неоднородностей электронной концентрации.

Следует отметить, что при рассмотрении процесса формирования неоднородностей концентрации электронов в солнечной атмосфере некоторые моменты не были приняты во внимание. Так, есть основания считать, что в нижней атмосфере Солнца скорость диссипации ε зависит от высоты [5], кроме того, как известно [16, 23], магнитное поле крайне неоднородно, к тому же характерный масштаб градиента средней концентрации электронов может изменяться с высотой. Учет в дальнейшем перечисленных факторов позволит уточнить полученную картину генерации плазменных неоднородностей.

Что касается применения полученного результата, то, во-первых, неоднородности плотности заряженных частиц, возникающие в нижней

атмосфере Солнца, могут представлять интерес при изучении локальных изменений интенсивности спектральных линий ионизованных составляющих. Так как результаты данного рассмотрения относятся к мелкомасштабным возмущениям, то речь может идти о сравнительно высокочастотных колебаниях интенсивности ($\omega > 0.01$ Гц). Во-вторых, появление неоднородностей электронной концентрации, вызванное турбулентными движениями газа, означает, что электропроводность среды становится случайно-неоднородной. Случайные изменения электропроводности приводят к появлению случайной составляющей магнитного поля [15]. Пространственный масштаб возмущений магнитного поля в нижних слоях атмосферы Солнца в таком случае должен, очевидно, соответствовать масштабу возмущений электропроводности (неоднородностей электронной концентрации). Наибольший характерный масштаб изменения случайного компонента магнитного поля, связанного с рассмотренными плазменными неоднородностями, по порядку величины будет равен их максимальному масштабу $L_{\delta B} \sim l_{\max} = 0.1L_N = 10^7$ см. Есть основания полагать [10], что функция распределения солнечного ветра формируется в нижней атмосфере Солнца с относительно высокой плотностью и затем «выносятся» потоками солнечного ветра в межпланетное пространство. При этом структура магнитного поля Солнца в нижней атмосфере вследствие «вмороженности» сохраняется и в солнечном ветре [15]. К тому же выносятся потоком газа сравнительно слабые поля [14].

Учитывая сказанное, определим, каким будет на уровне орбиты Земли максимальный масштаб магнитных неоднородностей (которые связаны с плазменными неоднородностями в нижней атмосфере Солнца) при их переносе солнечным ветром.

Известно [14], что невозмущенное межпланетное магнитное поле во внутренней гелиосфере (внутри земной орбиты) имеет преимущественно радиальное направление. Рассмотрим в качестве примера однородный радиальный ветер, обладающий скоростью v_w и выносящий поле от невращающегося Солнца в радиальном направлении z . В этом случае перенос картины случайного поля на расстояние R за время $\Delta t \approx R/v_w$ создаст среднее квадратичное горизонтальное смещение силовых линий на участке Δz [15, 26]

$$\langle(\Delta y)^2\rangle/\Delta z = (L_{\delta B}^2/\tau v_w)(R/R_S)^2,$$

где $\tau \approx 100$ с — характерное время движения неоднородности с масштабом $L_{\delta B}$ на уровне фотосферы, R_S — радиус Солнца.

При постоянной скорости ветра $v_w = 4 \cdot 10^7$ см/с и $R_S = 7 \cdot 10^{10}$ см среднее квадратичное смещение на орбите Земли ($R = 1$ а. е. = $1.5 \cdot 10^{13}$ см) составляет $\langle(\Delta y)^2\rangle/\Delta z = 1.21 \cdot 10^9$ см. Для участка $\Delta z = 1$ а. е. это соответствует поперечному масштабу $\langle(\Delta y)^2\rangle^{1/2} = 1.3 \cdot 10^{11}$ см. Величина $\langle(\Delta y)^2\rangle^{1/2}$ и есть искомый максимальный масштаб неоднородности вблизи орбиты Земли. Возмущения межпланетного магнитного поля при таком максимальном масштабе соответствуют частотному диапазону с нижней границей $3 \cdot 10^{-4}$ Гц. Многочисленные измерения с помощью космических аппаратов показывают, что во внутренней гелиосфере наблюдаются широкие спектры флуктуаций межпланетного магнитного поля, которые описываются степенными зависимостями [1, 10]. К таким флуктуациям могут принадлежать и возмущения поля полученного частотного диапазона (см. [10, 24]). Влияние магнитных неоднородностей масштаба $\langle(\Delta y)^2\rangle^{1/2}$ должно быть заметным при распространении космических лучей солнечного происхождения с энергиями не выше 10 МэВ [19, 22, 26]. Разумеется, данный результат является предварительным, и необходимо более детальное изучение вопроса.

1. *Вайнштейн С. И., Быков А. М., Топтыгин И. Н.* Турбулентность, токовые слои и ударные волны в космической плазме. — М.: Наука, 1989.—311 с.
2. *Гуревич А. В., Цедилина Е. Е.* Движение и расплывание неоднородностей в плазме // Успехи физ. наук.—1967.—**91**, вып. 4.—С. 609—643.
3. *Дэйт Г. Б.* Таблицы интегралов и другие математические формулы. — М.: Наука, 1983.—176 с.
4. *Колмогоров А. Н.* Локальная структура турбулентности в несжимаемой жидкости при очень больших числах Рейнольдса // Докл. АН СССР.—1941.—**30**, № 4.—С. 299—303.
5. *Костык Р. И.* Размеры элементов турбулентности в атмосфере Солнца // Астрон. журн.—1982.—**59**, № 6.—С. 1167—1170.
6. *Костык Р. И., Щукина Н. Г.* Пятиминутные колебания и тонкая структура фотосферы Солнца. I // Кинематика и физика небес. тел.—1999.—**15**, № 1.—С. 25—37.
7. *Кринберг И. А., Теплицкая Р. Б.* Методы описания и классификация космической плазмы. II. Плазма Солнца // Исслед. по геомагнетизму, аэронамии и физике Солнца.—1971.—**16**.—С. 40—71.
8. *Кызыоров Ю. В.* Возможный механизм генерации мелкомасштабных неоднородностей электронной концентрации в слабоионизованной плазме атмосферы Солнца // Кинематика и физика небес. тел.—2003.—**19**, № 6.—С. 548—559.
9. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теоретическая физика. — М.: Наука, 1986.—Т. 6: Гидродинамика.—736 с.
10. *Милованов А. В., Аванов Л. А., Застенкер Г. Н., Зеленый Л. М.* Мультифрактальные свойства турбулентности солнечного ветра: теория и наблюдения // Космич. исследование.—1996.—**34**, № 5.—С. 451—456.
11. *Монин А. С., Яглом А. М.* Статистическая гидромеханика. — М.: Наука, 1965.—Ч. 1.—640 с.
12. *Монин А. С., Яглом А. М.* Статистическая гидромеханика. — М.: Наука, 1967.—Ч. 2.—720 с.
13. *Обухов А. М.* Турбулентность и динамика атмосферы. — Л.: Гидрометеиздат, 1988.—416 с.
14. *Паркер Е.* Динамические процессы в межпланетной среде. — М.: Мир, 1965.—364 с.
15. *Паркер Е.* Космические магнитные поля. — М.: Мир, 1982.—Ч. 1.—608 с.
16. *Паркер Е.* Космические магнитные поля. — М.: Мир, 1982.—Ч. 2.—480 с.
17. *Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И.* Введение в статистическую радиофизику. — М.: Наука, 1978.—Ч. 2.—464 с.
18. *Сидоров Ю. В., Федорюк М. В., Шабунин М. И.* Лекции по теории функций комплексного переменного. — М.: Наука, 1976.—408 с.
19. *Федоров Ю. И., Шахов Б. А.* Распространение солнечных космических лучей при изотропном рассеянии на неоднородностях межпланетного магнитного поля // Геомагнетизм и аэронамия.—1994.—**34**, № 1.—С. 19—29.
20. *Фелсен Л., Маркувиц Н.* Излучение и рассеяние волн. — М.: Мир, 1978.—552 с.
21. *Хоменко Е. В.* Локальные осцилляции и их модификация в неоднородной солнечной атмосфере // Кинематика и физика небес. тел.—2002.—**18**, № 6.—С. 559—573.
22. *Шахов Б. А., Федоров Ю. И., Кызыоров Ю. В., Носов С. Ф.* Описание распространения солнечных космических лучей на основе аналитического решения кинетического уравнения // Изв. РАН. Сер. физ.—1995.—**59**, № 4.—С. 48—51.
23. *Шеминова В. А.* Линия Fe I λ 1564.8 и распределение солнечных магнитных полей // Кинематика и физика небес. тел.—2003.—**19**, № 2.—С. 107—125.
24. *Burlaga L. F., Klein L. W.* Fractal structure of the interplanetary magnetic field // J. Geophys. Res.—1986.—**91**, N A1.—P. 347—350.
25. *Cadavid A. C., Lawrence J. K., Ruzmaikin A. A., et al.* Spatiotemporal correlations and turbulent photospheric flows from SOHO/MDI velocity data // Astrophys. J.—1998.—**509**, N 2.—P. 918—926.
26. *Jokipii J. R., Parker E. N.* Stochastic aspects of magnetic lines of force with application to cosmic-ray propagation // Astrophys. J.—1969.—**155**, N 3.—P. 777—798.
27. *Khomenko E. V., Kostik R. I., Shchukina N. G.* Five-minute oscillations above granules and intergranular lanes // Astron. and Astrophys.—2001.—**369**, N 2.—P. 660—671.
28. *Norton A. A., Ulrich R. K., Bush R. I., Trabel T. D.* Characteristics of magnetohydrodynamic oscillations observed with the Michelson Doppler Imager // Astrophys. J.—1999.—**518**, N 2.—P. L123—L126.
29. *Vollmüller P., Komm R., Mattig W.* Temperature and velocity fluctuations in the deeper layers of the solar atmosphere // Astron. and Astrophys.—1996.—**306**, N 1.—P. 294—298.