

УДК 523.98

## Нелинейное взаимодействие магнитогиродинамических волн в солнечной короне

А. К. Юхимук<sup>1</sup>, Е. К. Сиренко<sup>1</sup>, Ю. М. Войтенко<sup>1</sup>, В. А. Юхимук<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Головна астрономічна обсерваторія Національної академії наук України, Київ  
03680 ГСП, Київ-127, Голосиїв

<sup>2</sup>Лос-Аламоська Національна лабораторія, Лос-Аламос, США

*На основе двухжидкостной магнитогиродинамики рассмотрено нелинейное параметрическое взаимодействие альвеновских волн с магнитозвуковыми и ионно-звуковыми волнами. Волной накачки является альвеновская волна, которая распадается на магнитозвуковую и ионно-звуковую волну. Найдены нелинейное дисперсионное уравнение, описывающее трехволновое взаимодействие, инкремент и время развития неустойчивости. Учет кинетических эффектов в МГД-волнах существенно влияет на нелинейное параметрическое взаимодействие волн. Полученные оценки для инкремента неустойчивости показывают, что рассмотренные нелинейные процессы могут иметь место в солнечных магнитных петлях, где плазменный параметр  $\beta \ll 1$ . Продукты распада — магнитозвуковые и ионно-звуковые волны — вследствие быстрой диссипации будут эффективно нагревать корональную плазму.*

*НЕЛІНІЙНА ВЗАЄМОДІЯ МАГНІТОГІДРОДИНАМІЧНИХ ХВИЛЬ В СОНЯЧНІЙ КОРОНІ, Юхимук А. К., Сиренко Е. К., Войтенко Ю. М., Юхимук В. А. — На основі дворідинної магнітогідродинаміки розглянута нелінійна параметрична взаємодія альвенівських хвиль з магнітозвуковими і іонно-звуковими хвилями. Хвилею накачки є альвенівська хвиля, яка розпадається на магнітозвукову та іонно-звукову хвилю. Знайдені нелінійне дисперсійне рівняння, яке описує трихвильову взаємодію, інкремент та час розвитку нестійкості. Врахування кінетичних ефектів в МГД-хвилях суттєво впливає на нелінійну параметричну взаємодію хвиль. Отримані оцінки для інкременту нестійкості показують, що розглянуті нелінійні процеси можуть мати місце в сонячних магнітних петлях, де плазмовий параметр  $\beta \ll 1$ . Продукти розпаду — магнітозвукові та іонно-звукові хвилі — внаслідок швидкої дисипації будуть ефективно нагрівати корональну плазму.*

*NONLINEAR INTERACTION OF MAGNETOHYDRODYNAMIC WAVES IN THE SOLAR CORONA, by Yukhimuk A. K., Sirenko E. K., Voitenko Yu. M., Yukhimuk V. A. — Nonlinear parametric interaction of Alfvén waves with magnetosonic and ion-acoustic waves is considered on the basis of two-fluid magnetohydrodynamics. The pump wave is an Alfvén wave which decays into a magnetosonic wave and an ion-acoustic wave. A nonlinear dispersion relation describing the three-wave interaction was derived, and the instability growth rate was estimated. The kinetic effects in the Alfvén waves*

*(the finite Larmor radius of ions) were found to be essential in the parametric interactions of waves. The nonlinear parametric processes studied in the paper may take place in the solar coronal loops, where plasma parameter is small. The products of the decay — magnetosonic and ion-acoustic waves — can effectively heat the coronal plasma in consequence of rapid dissipation.*

## ВВЕДЕНИЕ

Магнитогидродинамические (МГД) волны играют важную роль в динамике магнитосферы Земли, солнечного ветра и атмосферы Солнца. Так, большая часть геомагнитных пульсаций, наблюдаемых в магнитосфере Земли, представляют собой альвеновские волны [1, 7]. Данные спутниковых наблюдений показывают, что большая часть турбулентных пульсаций в солнечном ветре также являются альвеновскими и магнитозвуковыми волнами [10]. Принято считать, что они играют основную роль в нагреве солнечного ветра. Особо важную роль МГД-волны играют в атмосфере Солнца, поскольку они являются источником энергии для нагрева короны [2, 5]. Волновой энергии альвеновских волн достаточно для нагрева корональных петель [5]. Однако они затухают слабо, и неспособны эффективно передавать энергию частицам плазмы. Ионно-звуковые и магнитозвуковые волны, наоборот, затухают быстро. Поэтому, если произойдет распад альвеновской волны на магнитозвуковую и ионно-звуковую, то последние в результате диссипации быстро передадут свою энергию частицам плазмы.

В последнее время нелинейному параметрическому взаимодействию волн в космической плазме посвящено большое количество работ [4, 6, 8, 9, 12—16]. Нелинейное взаимодействие альвеновских и ионно-звуковых волн в солнечной атмосфере было рассмотрено в работах [5, 16]. В случае слабого магнитного поля ( $V_A < V_s$ , где  $V_A$  — альвеновская скорость, а  $V_s$  — скорость ионного звука) две альвеновские волны, движущиеся в противоположных направлениях, могут возбуждать ионно-звуковую волну. В областях с сильным магнитным полем ( $V_A < V_s$ ) альвеновская волна может распасться на две волны: звуковую, движущуюся в том же направлении, и альвеновскую, движущуюся обратно. Было показано, что в областях, где  $V_A/V_s$  заключено в интервале 1/30...30, процесс образования звуковых волн из альвеновских весьма эффективен. Диссипация волновой энергии происходит на расстояниях, сравнимых с длиной корональных петель. Нелинейное взаимодействие альвеновских и ионно-звуковых волн в работах [15, 16] было проведено для случая линейных законов дисперсии альвеновских и ионно-звуковых волн, то есть без учета тепловых эффектов. Однако в магнитосферной и корональной плазме существенную роль играют тепловые эффекты. Учет тепловых эффектов (конечности ларморовского радиуса протонов) приводит к нелинейной зависимости частоты от волнового вектора, что существенно сказывается на нелинейном взаимодействии волн.

Нами рассмотрено нелинейное параметрическое взаимодействие альвеновских волн с магнитозвуковыми и ионно-звуковыми волнами с учетом тепловых эффектов. Предполагается, что в плазме распространяется альвеновская волна конечной амплитуды

$$\mathbf{E}_0 = (E_{0x}\mathbf{e}_x + E_{0z}\mathbf{e}_z)\exp i(-\omega_0 t + \mathbf{k}_0 \mathbf{r}) + \text{к. с.}, \quad (1)$$

где частота и волновой вектор связаны соотношениями

$$\omega_0^2 = k_{0z}^2 V_A^2 (1 + t\mu_1). \quad (2)$$

Здесь  $\mu_1 = k_{0x}^2 \rho_1^2$ ,  $\rho_1 = V_{T1}/\omega_{B1}$  — ларморовский радиус протонов,  $V_{T1} = (T_1/m_1)^{1/2}$ ,  $\omega_{B1} = eB/m_1 c$  — ионная циклотронная частота,  $t = T_e/T_1$ . При определенных условиях альвеновская волна (волна накачки) может

распадаться на другие волны, в частности на ионно-звуковую и магнитозвуковую.

Система координат выбрана таким образом, чтобы волновые вектора всех трех взаимодействующих волн были расположены в плоскости  $xz$ . Предполагается также, что выполняются условия синхронизма всех трех волн:

$$\omega_0 = \omega_1 \pm \omega, \mathbf{k}_0 = \mathbf{k}_1 \pm \mathbf{k}, \quad (3)$$

где  $\omega_1$  и  $\mathbf{k}_1$  — частота и волновой вектор магнитозвуковой волны, а  $\omega$  и  $\mathbf{k}$  — частота и волновой вектор ионно-звуковой волны соответственно.

#### ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Для описания трехволнового взаимодействия нами использована следующая система двухжидкостной МГД:

$$\frac{\partial \mathbf{V}_\alpha}{\partial t} = \frac{1}{m_\alpha} (e_\alpha \mathbf{E} + \mathbf{F}_\alpha) + (\mathbf{V}_\alpha \times \boldsymbol{\omega}_{\text{Be}\alpha}) - \frac{T_\alpha}{m_\alpha n_\alpha} \nabla n_\alpha, \quad (4)$$

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} = -\nabla(n_\alpha \mathbf{V}_\alpha), \quad (5)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad (6)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (7)$$

где

$$\mathbf{j} = e(n_i \mathbf{V}_i - n_e \mathbf{V}_e), \mathbf{F}_\alpha = \frac{e_\alpha}{c} (\mathbf{V}_\alpha \times \mathbf{B}) - m_\alpha (\mathbf{V}_\alpha \nabla) \mathbf{V}_\alpha.$$

Индексы  $\alpha = i, e$  соответствуют ионному и электронному компонентам плазмы.

Поскольку  $F_{pi} = \frac{m_e}{m_i} F_{pe} \ll F_{pe}$ , влиянием силы  $F_{pi}$  на ионы будем пренебрегать. Будем также пренебрегать током смещения в уравнении Ампера—Максвелла (6).

#### ДИСПЕРСИОННОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ НИЗКОЧАСТОТНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ

В плазме с малым плазменным параметром  $\beta \ll 1$  можно воспользоваться двухпотенциальным приближением, введенным Кадомцевым [3]:

$$\mathbf{E}_\perp = -\nabla\varphi, E_z = -\frac{\partial\psi}{\partial z}, \quad (8)$$

где  $\varphi \neq \psi$ .

Так как альвеновские и ионно-звуковые волны являются медленными, для получения дисперсионного уравнения можно воспользоваться плазменным приближением:

$$\tilde{n}_e = \tilde{n}_i, \quad (9)$$

где  $\tilde{n}_e$  и  $\tilde{n}_i$  — возмущение плотности электронов и ионов. Из уравнений движения и непрерывности для электронов находим

$$\frac{\tilde{n}_e}{n_0} = \frac{e}{T_e} \left( 1 - \frac{\omega^2}{k_z^2 V_{Te}^2} \right)^{-1} \left( \psi - \frac{k_x^2}{k_z^2} \frac{\omega^2}{\omega_{Be}^2} \varphi - Q_{NL} \right), \quad (10)$$

где

$$Q_{NL} = \frac{k_x \omega}{ek_z^2 \omega_{Be}} \left( i \frac{\omega}{\omega_{Be}} F_x + F_y \right) + \frac{F_z}{iek_z}. \quad (11)$$

Из уравнений движения и непрерывности для ионного компонента находим выражения для  $\tilde{n}_i$ :

$$\frac{\tilde{n}_i}{n_0} = \frac{e}{m_i} \left( \frac{k_z^2 \psi}{\omega^2} - \frac{k_x^2 \varphi}{\omega_{Bi}^2} \right). \quad (12)$$

Для получения связи между потенциалами  $\varphi$  и  $\psi$  воспользуемся уравнениями Максвелла (6) и (7). Исключая из (7) магнитное поле и подставляя в (6), получим

$$\Delta E - \nabla(\nabla E) = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t}. \quad (13)$$

Отсюда для  $z$ -го компонента находим

$$\frac{\partial}{\partial z} \nabla_{\perp}^2 (\varphi - \psi) = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial j_z}{\partial t}. \quad (14)$$

Уравнения (14) есть закон Ампера в двухпотенциальном приближении.

С другой стороны, выражение для плотности тока можно найти из уравнения сохранения заряда

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{j} = 0, \quad (15)$$

где  $\rho = e(n_i - n_e)$ .

Учитывая условия плазменного приближения (9), из (15) получаем

$$\frac{\partial j_z}{\partial t} = -\nabla_{\perp} \cdot \mathbf{j}_{\perp}. \quad (16)$$

Так как для плазмы с малым  $\beta \ll 1$  поперечная (относительно внешнего магнитного поля  $B_0 \mathbf{e}_z$ ) составляющая плотности тока определяется ионами, выражение (16) можно записать в виде

$$\frac{\partial j_z}{\partial t} = -i \frac{n_0 e^2}{m_i} \frac{\omega^2}{\omega_{Bi}} \frac{k_x^2}{k_z} \varphi. \quad (17)$$

Из уравнений (14) и (17) находим связь между потенциалами  $\varphi$  и  $\psi$ :

$$\psi = \left( 1 - \frac{\omega^2}{k_z^2 V_A^2} \right) \varphi. \quad (18)$$

Приравнивая выражения (10) и (12) и используя связь между потенциалами  $\varphi$  и  $\psi$  (18), получим дисперсионное уравнение для низкочастотных возмущений:

$$\left[ \frac{k_z^2 V_s^2}{\omega^2} \left( 1 - \frac{\omega^2}{k_z^2 V_A^2} \right) \left( 1 - \frac{\omega^2}{k_z^2 V_s^2} \right) - \mu_s \right] \varphi = Q_{NL}, \quad (19)$$

где  $\mu_s = (k_x \rho_s)^2$ ,  $\rho_s = V_s / \omega_{Bi}$ ,  $V_s = (T_e / m_i)^{1/2}$  — скорость ионного звука.

При отсутствии волны накачки ( $Q_{NL} = 0$ ) из (19) следует

$$\omega_A^2 = k_z^2 V_A^2 (1 + \mu_s), \quad (20)$$

$$\omega_s^2 = k_z^2 V_s^2 / (1 + \mu_s). \quad (21)$$

Выражение (20) описывает закон дисперсии для альвеновских волн, а (21) — для ионно-звуковых волн.

Характерной особенностью альвеновских и ионно-звуковых волн с законами дисперсии (20) и (21) является то, что они могут распространяться в плоскости  $xz$ , и энергия волн может переноситься как вдоль, так и

поперек внешнего магнитного поля.

Дисперсионное уравнение (19) можно записать в виде

$$(\omega^2 - \omega_A^2)(\omega^2 - \omega_s^2)\varphi = k_z^2 V_A^2 \omega^2 Q_{NL}. \quad (22)$$

Учитывая, что  $\omega_s^2 \ll \omega_A^2$  и  $\omega_A^2 \cong k_z^2 V_A^2$ , получим следующее дисперсионное уравнение для ионно-звуковых волн:

$$\varepsilon\varphi = -\omega_s^2 Q_{NL}. \quad (23)$$

где  $\varepsilon = \omega^2 - k_z^2 V_s^2 / (1 + \mu_s)$ .

Нелинейный член  $Q_{NL}$  (11) определяется взаимодействием волны накачки и магнитозвуковой волны и определяется выражением:

$$Q_{NL} = \frac{V_{Te}^2 k_{0x}}{V_A \omega_{Be} k_z} \left( \frac{1 + \chi_{1e}}{1 + \mu_{1i}} \right) \Phi_0 E_{1y}^*, \quad (24)$$

где  $\chi_{1e} = k_{1x}^2 \delta_e^2$ ,  $\delta_e = \omega_{pe} / c$  — электронная инерционная длина,  $\mu_{1e} = k_{1x}^2 \rho_e^2$ ,  $\rho_e = V_{Te} / \omega_{Be}$  — электронный ларморовский радиус.

В плазме с малым плазменным параметром  $m_e / m_i \ll \beta \ll 1$  основную роль играют тепловые эффекты. Учитывая, что  $\rho_e \ll \rho_i$ , членами, пропорциональными  $\rho_e$ , будем также пренебрегать. Подставляя (24) в уравнение (23) и учитывая приведенные выше замечания, уравнение (23) запишем в виде

$$\varepsilon\varphi = \eta \Phi_0 E_{1y}^*, \quad (25)$$

где коэффициент связи

$$\eta = -\frac{\omega^2 k_{0x}}{\omega_{Be} k_z} \frac{V_{Te}^2}{V_A} \frac{1 + \chi_{1e}}{1 + \mu_{1e}}. \quad (26)$$

#### ДИСПЕРСИОННОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ МАГНИТОЗВУКОВЫХ ВОЛН

При получении дисперсионного уравнения для магнитного звука, распространяющегося поперек магнитного поля (вдоль оси  $x$ ) также воспользуемся условием квазинейтральности. В этом случае скорости электронов  $V_{ex}$  и ионов  $V_{ix}$  должны совпадать.

Из уравнения движения для электронов находим

$$V_{ex} = \frac{e(1 + \mu_{1e})^{-1}}{m_e \omega_{Be}} \left( E_{1y} + i \frac{\omega_1}{\omega_{Be}} E_{1x} \right) + \frac{(1 + \mu_{1e})^{-1}}{m_e \omega_{Be}} \left( i \frac{\omega_1}{\omega_{Be}} F_{1x} + F_{1y} \right), \quad (27)$$

где член, пропорциональный  $\omega_1 / \omega_{Be}$ , описывает так называемый инерционный дрейф, который нужно учитывать при распространении волны поперек магнитного поля.

Связь между компонентами  $E_x$  и  $E_y$  можно найти из уравнений Максвелла:

$$E_{1x} = -i \frac{ck_1^2 B_0}{4\pi n_0 e \omega_1} E_{1y}. \quad (28)$$

Подставляя (28) в (27), получим

$$V_{ex} = \frac{e}{m_e \omega_{Be}} \frac{1 + \chi_{1e}}{1 + \mu_{1e}} E_{1y} + \frac{1}{m_e \omega_{Be} (1 + \mu_{1e})} \left( i \frac{\omega_1}{\omega_{Be}} F_{1x} + F_{1y} \right). \quad (29)$$

Из уравнения движения для ионов и уравнения Максвелла (7) находим выражения для  $V_{ix}$ :

$$V_{ix} = \frac{k_1^2 V_A^2}{\omega_1^2} \frac{e E_{1y}}{m_e \omega_{Be}}. \quad (30)$$

Приравнявая (29) и (30), получим дисперсионное уравнение для магнито-

ЗВУКОВЫХ ВОЛН:

$$\varepsilon_1 E_{1y} = -Q_{NL}, \quad (31)$$

где

$$Q_{NL} = \frac{\omega_1^2}{e\chi_{1e}(1 + \mu_{1e})} \left( i \frac{\omega_1}{\omega_{Be}} F_{1x} + F_{1y} \right).$$

Компоненты пондеромоторной силы определяются взаимодействием волны накачки и ионно-звуковой волны.

После вычисления  $F_{1x,y}$  уравнение (31) имеет вид

$$\varepsilon_1 E_{1y} = \eta_1 \varphi^* \Phi_0, \quad (32)$$

где

$$\varepsilon_1 = \omega_1^2 - k_1^2 V_A^2 \frac{1 + \mu_{1e}}{1 + \chi_{1e}},$$

а коэффициент связи

$$\eta_1 = \frac{\mu_e \mu_{0e}}{1 + \chi_{1e}} \left( \frac{m_e}{m_i} \right) \frac{\omega_1^3 \omega_{Be}}{\omega V_a} \frac{k_{0z}}{k_{0x}}, \quad (33)$$

$$\mu_e = k_x^2 \rho_e^2, \chi_{1e} = 1 + k_{1x}^2 \delta_e^2.$$

#### НЕЛИНЕЙНОЕ ДИСПЕРСИОННОЕ УРАВНЕНИЕ

Из комбинации уравнений (25) и (32) находим нелинейное дисперсионное уравнение, описывающее трехволновое взаимодействие

$$\varepsilon \varepsilon_1^* = \eta \eta_1^* |\Phi_0|^2. \quad (34)$$

Полагая в (34)  $\omega = \omega_r + i\gamma$ ,  $\omega_1 = \omega_{1r} + i\gamma$  (где  $|\gamma| \ll \omega_r$ ,  $\omega_{1r}$ ) и разлагая  $\varepsilon$  и  $\varepsilon_1^*$  в ряд по малому параметру  $i\gamma$ , получим выражение для инкремента развития неустойчивости

$$\gamma^2 = \frac{\eta \eta_1^* |\Phi_0|^2}{\frac{\partial \varepsilon}{\partial \omega} \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial \omega_1}} \bigg|_{\omega = \omega_r, \omega_1 = \omega_{1r}}, \quad (35)$$

где  $\omega_r$  и  $\omega_{1r}$  определяются из уравнений

$$\varepsilon(\omega_r, \mathbf{k}) = 0, \varepsilon_1(\omega_{1r}, \mathbf{k}_1) = 0. \quad (36)$$

Подставляя значения коэффициентов связи  $\eta$  и  $\eta_1$  и производных  $\partial \varepsilon / \partial \omega$ ,  $\partial \varepsilon_1 / \partial \omega_1$  в уравнение (35), получим

$$\gamma = \frac{\sqrt{W}}{2} \left( \frac{m_e}{m_i} \right)^{1/2} \frac{V_{Te}}{V_A} \frac{\omega_{pe}}{\omega_{Be}} \left( \frac{|k_{0z}|}{|k_z|} \right)^{1/2} \sqrt{\mu_s} \omega_1, \quad (37)$$

$$W = \frac{|E_{0x}|^2}{4\pi n_0 T_e}.$$

#### ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Оценим инкремент развития неустойчивости для корональной плазмы. Типичные параметры вспышечной петли: длина  $L \approx 10^9$  см, поперечный размер  $d \approx 10^8$  см, плотность  $n = 10^{10} \dots 10^{12}$  см<sup>-3</sup>, температура  $T = 10^6 \dots 10^8$  К, магнитное поле  $B = 0.01 \dots 0.1$  Тл. Полагая в (36)  $(m_e/m_i)^{1/2} = (1/43)W \approx 10^{-5}$ ,  $V_{Te}/V_A \approx 10$ ,  $\omega_{pe}/\omega_{Be} \approx 10$ ,  $\mu_s \approx 1$ ,  $\omega_1 \approx 10^{-1}\omega_{Bi}$ , получим  $\gamma = 10^2 \dots 10^3$  с<sup>-1</sup> и время развития неустойчивости  $\tau = \gamma^{-1} \approx 0.01$  с.

Рассмотренное нами нелинейное взаимодействие альвеновских волн с магнитозвуковыми и ионно-звуковыми волнами может иметь место как в магнитосфере Земли, так и в солнечной атмосфере, где плазменный параметр  $\beta \ll 1$ . В солнечной атмосфере в качестве источника альвеновских волн могут быть 5-мин хромосферные колебания, которые раскачивают основание магнитных петель и приводят к распространению альвеновских волн в корону. Альвеновские волны при распространении вдоль магнитного поля вверх будут превращаться в кинетические альвеновские волны. Кинетические альвеновские волны, за счет наличия продольного (относительно внешнего магнитного поля) компонента электрического поля, отличного от нуля, более эффективно, чем МГД-альвеновские волны, взаимодействуют с другими волнами. Достигнув области короны с малым плазменным параметром  $\beta$ , кинетические альвеновские волны будут распадаться на магнитозвуковые и ионно-звуковые волны. Последние вследствие быстрой диссипации будут эффективно нагревать корональную плазму. Вопросы нагрева корональной плазмы альвеновскими волнами рассматривались в ряде работ (см. [2, 11]) и выходят за рамки настоящей работы.

Работа выполнена при поддержке INPAS (грант 96-530).

1. Гульельми А. В., Троицкая В. А. Геомагнитные пульсации и диагностика магнитосферы. — М.: Наука, 1973.—208 с.
2. Гуссенс М. Магнитогидродинамические волны и волновой нагрев неоднородной плазмы. Космическая магнитная гидродинамика. — М.: Мир, 1995.—С. 144—178.
3. Кадолицев Б. Б. Турбулентность плазмы // Вопросы теории плазмы. — М.: Атомиздат, 1964.—С. 188—389.
4. Каплан С. А., Пикельнер С. Б., Цытович В. Н. Физика плазмы солнечной атмосферы.— М.: Наука, 1977.—38 с.
5. Прист Э. Р. Солнечная магнитогидродинамика. — М.: Мир, 1985.—589 с.
6. Федун В. Н., Фалько О. Г., Юхимук А. К., Юхимук В. А. Генерация кинетических альвеновских волн с помощью нижнегибридной волны накачки // Кинематика и физика небес. тел.—1999.—15, № 2.—С. 103—109.
7. Юхимук А. К. Плазменные явления в геофизике. — Киев: Наук. думка, 1982.—167 с.
8. Юхимук А. К., Федун В. Н., Юхимук В. А. Нелинейное взаимодействие альвеновских и ионно-звуковых волн в магнитоактивной плазме // Космічна наука і технологія.—1996.—2, № 3/4.—С. 44—48.
9. Юхимук А. К., Федун В. Н., Юхимук В. А., Сиренко Е. К. Нелинейный механизм генерации нижнегибридных волн в космической плазме // Космічна наука і технологія.—1998.—4, № 5/6.—С. 41—45.
10. Belcher J. W., Devis L. Large-amplitude Alfvén waves in the interplanetary medium // J. Geophys. Res.—1971.—76.—P. 3539.
11. Nakariakov V. M., Roberts B. Alfvén wave phase mixing as a source of fast magnetosonic waves // Solar Phys.—1997.—175, N 1.—P. 93—105.
12. Shukla P. K., Stenflo L. Nonlinear Alfvén waves // Phys. Scripta.—1995.—60.—P. 32—35.
13. Stenflo L. Resonant three-wave interaction in plasmas // Phys. Scripta.—1994.—50.—P. 15—22.
14. Stenflo L., Shukla P. K. Generation of radiation by upper hybrid pump waves // J. Geophys. Res.—1995.—100A, N 9.—P. 17261—17263.
15. Uchida Y., Kaburaki O. Excess heating of corona and chromosphere above magnetic regions by nonlinear Alfvén waves // Solar Phys.—1974.—35.—P. 451.
16. Wentzel D. G. On the role of hydromagnetic waves in the corona and the base of the solar wind // Solar Phys.—1977.—52, N 1.—P. 163.

Поступила в редакцию 07.07.98