Кинематика и физика небесных тел, 1988, т. 4, № 4

УДК 523.98

О динамике заряженных частиц высокой энергии в солнечных магнитных ловушках

Ю. М. Войтенко, А. Н. Кришталь, А. К. Юхимук

Рассмотрена динамика протонов высокой энергии, ускоренных во время вспышки и захваченных магнитным полем ловушки — вспышечной петли. Циклотронная частота осциллирующих между магнитными пробками ионов зависит от скорости частиц. Показано, что наличие этой зависимости приводит к развитию потенциальных возмущений. Найдены инкремент развития неустойчивости и его зависимость от параметров ловушки. Эффективность удержания частиц в магнитной ловушке зависит от устойчивости протонов высокой энергии, захваченных ловушкой с плотной корональной плазмой. Рассмотренная неустойчивость может оказать также влияние и на тонкую структуру спорадического радиоизлучения Солнца.

ON THE DYNAMICS OF CHARGED HICH-ENERGY PARTICLES IN SOLAR MAGNETIC TRAPS, by Vojtenko Yu. M., Krishtal' A. N., Yukhimuk A. K.— The dynamics of high-energy protons accelerated during the flare and trapped by flare loop magnetic field is considered. Cyclotron frequency of trapped protons depends on the particles velocity. This dependence is shown to lead to the development of potential disturbances. Trap plasma parameters are studied for their effect on instability increment. The efficiency of trapping depends on the high-energy population stability. The instability considered can influence the fine structure of the Sun sporadic radio emission.

Наиболее распространенный тип магнитных ловушек в космосе — ловушки с магнитным полем дипольного типа. Магнитные поля Земли, Юпитера, нейтронных звезд представляют собой ловушки дипольного типа. В связи с большим интересом к радиационным поясам Земли наиболее детально изучена динамика заряженных частиц в ее магнитосфере [1, 5, 7, 8].

Адиабатические магнитные ловушки существуют также и на Солнце. В области короны и хромосферы наблюдаются локальные дипольные конфигурации магнитного поля. Характерные длины компактных ловушек (вспышечных петель) — порядка 10^7 м. Плотность фоновой корональной плазмы составляет 10^{17}—10^{18} м$^{-3}$. Кроме того, протоны высоких энергий, ускоренные во время солнечной вспышки, могут оказаться захваченными такими ловушками и удерживаться ими длительное время. Температура в петлях достигает $T \sim 10^6$—10^7 К. При таких температурах и плотностях длина свободного пробега становится порядка длины ловушки. Напряженность магнитного поля составляет 10^{-2}—10^{-1} Тл, а ларморовский радиус протонов с энергиями порядка 10 МэВ составляет $\rho_i \sim 10$—100 м. Частицы высоких энергий с такими ларморовскими радиусами удовлетворяют условию $\rho_\Lambda / l \ll 1$ (l — масштаб изменения магнитного поля ловушки) и могут быть захвачены ловушками и удерживаться ими длительное время. Время удержания частиц ловушкой ограничивается кулоновскими столкновениями частиц с корональной плазмой. Так, время жизни в ловушке протонов с энергиями более 10 МэВ составляет порядка 1 сут. Кроме того, вследствие поперечной неоднородности и кривизны силовых линий магнитного поля частицы еще дрейфуют поперек направления поля. Для компактных магнитных ловушек характерное время дрейфа также порядка 1 сут. Однако частицы могут уйти из ловушки гораздо раньше, если в системе возникнут неустойчивости. В работе [2] проанализированы МГД-неустойчивости, которые могут возбуждаться в солнечных магнитных ловушках. Достаточно полный анализ современного состояния проблемы дан в [4]. В настоящей работе мы хотим обратить внимание на один из возможных механизмов потенциальных неустойчивостей в солнечных магнитных петлях, который ранее не рассматривался. Он может играть важную роль.

Частицы, находящиеся в адиабатической ловушке, совершают сложное движение. Кроме вращательного движения в плоскости, перпендикулярной к силовым линиям магнитного поля, частицы совершают осциллирующее движение вдоль силовых линий. Квазипериодическое движение, как известно из классической механики [3], описывается адиабатическими инвариантами. Для представления поведения частиц в дипольных ловушках используются три адиабатических инварианта.

Заряженная частица, движущаяся в магнитном поле ловушки **B**, будет обладать магнитным моментом

$$\mu = P_\perp^2/(2mB), \tag{1}$$

где $P_\perp = mv_\perp$ — поперечный (относительно **B**) импульс частицы. Если магнитное поле изменяется достаточно медленно в пространстве и во времени, то величина $\mu = \mathrm{const}$ представляет собой первый адиабатический инвариант. Критерием медленного изменения поля является максимальное относительное изменение магнитного поля за один период ларморовского вращения. Второй (продольный) инвариант определяется выражением

$$\mathcal{J} = \oint P_\parallel(s)\, ds. \tag{2}$$

Сохранение $\mathcal{J}$ требует, чтобы магнитное поле ловушки изменялось незначительно в течение одного периода осцилляций

$$\frac{\tau_B}{B}\left|\frac{\partial B}{\partial t}\right| \ll 1, \tag{3}$$

где τ_B — период осцилляций частиц:

$$\tau_B = \oint \frac{d_s}{v_\parallel(s)}. \tag{4}$$

Третий адиабатический инвариант Φ выражает тот факт, что при медленном дрейфе частицы поперек магнитного поля она движется по замкнутой поверхности, магнитный поток Φ через которую сохраняется.

Если условие сохранения первого адиабатического инварианта выполняется, то выражение для продольной составляющей (относительно **B**) скорости имеет вид

$$v_\parallel(s) = v\,[1 - (B(s)/B_i(s))\sin^2\alpha_i]^{1/2}, \tag{5}$$

откуда следует, что в точке, где магнитное поле $B(s) = B_i/\sin^2\alpha_i$, величина $v_\parallel(s) = 0$. Следовательно, заряженные частицы, захваченные магнитным полем ловушки, будут осциллировать между магнитными полюсами. Принимая экваториальную точку за начало отсчета координаты s, разложим $B(s)$ в ряд

$$B(s) = B_0\,(1 + s^2/L^2), \tag{6}$$

где $\dfrac{1}{L^2} = \dfrac{1}{2B_0}\left[\dfrac{d^2B(s)}{ds^2}\right]_{s=0}$. Такая параболическая аппроксимация хорошо описывает изменения магнитного поля вблизи центрального сечения, где протекают наиболее интересные процессы.

Рассмотрим потенциальные неустойчивости, для которых инкремент γ удовлетворяет условию $\tau_B \lesssim \gamma^{-1}$. Свойства таких неустойчивостей зависят только от усредненных по τ_B параметров, описывающих движение осциллирующих частиц, таких, например, как $\langle\omega_{B_i}\rangle$. Следовательно, потенциальные неустойчивости, удовлетворяющие условию $\tau_B \lesssim \gamma^{-1}$, будут описываться с помощью обычного дисперсионного уравнения, все параметры которого усреднены по τ_B. Для возмущений, распространяющихся перпендикулярно магнитному полю, уравнение имеет вид [9]:

$$1 + \frac{2\pi}{k^2} \sum_\alpha \omega_{P_\alpha}^2 \int_0^\infty d\varepsilon_\perp \int_{-\infty}^{\infty} dv_\parallel \frac{\partial f_{\alpha_0}}{\partial \varepsilon_\perp} \frac{n\omega_{B_\alpha} I_n^2(\xi_\alpha)}{\omega - n\omega_{B_\alpha}} +$$
$$+ \frac{2\pi}{k^2} (\omega'_{P_i})^2 \int_0^\infty d\varepsilon_\perp \int_{-\infty}^{\infty} dv_\parallel \frac{\partial f'_{i_0}}{\partial \varepsilon_\perp} \frac{n\langle\omega_{B_i}\rangle I_n^2(\xi'_i)}{\omega - n\langle\omega_{B_i}\rangle} = 0, \tag{7}$$

где $\varepsilon_\perp = v_\perp^2/2$; $\xi_\alpha = kv_\perp/\omega_{B_\alpha}$; $\omega_{P_\alpha} = (4\pi n_\alpha e^2/m_\alpha)^{1/2}$; $\omega'_{P_i} = (4\pi n'_i e^2/m_i)^{1/2}$; $I_n(x)$ — функция Бесселя n-го порядка,

$$\langle\omega_{B_i}\rangle = \frac{1}{\tau_B} \oint \omega_{B_i} \frac{ds}{v_\parallel(s)}. \tag{8}$$

Используя выражение (6) и закон сохранения энергии $v_\parallel^2(s) + v_\perp^2(s) = v_{\parallel_0}^2 + v_{\perp_0}^2 = \mathrm{const}$, получаем

$$\langle\omega_{B_i}\rangle = \omega_{B_i}(0)\,[1 + 0.5\,(v_{\parallel_0}^2/v_{\perp_0}^2)], \tag{9}$$

где $v_{\parallel_0}$ и $v_{\perp_0}$ — параллельная и перпендикулярная составляющие скорости частицы в центре ловушки.

Фоновая плазма описывается максвелловской функцией распределения

$$f_{\alpha_0} = n_\alpha (\pi^{3/2} s_\alpha^3)^{-1} \exp(-v^2/s_\alpha^2), \tag{10}$$

а функцию распределения осциллирующих ионов можно представить в виде

$$f'_{i_0} = n'_i (4\pi^{3/2} s'_{\parallel_i} v_{\perp_0})^{-1} \delta(v_\perp - v_{\perp_0}) \{\exp[-(v_\parallel - v_{\parallel_0})^2/s'^2_{\parallel_i}] +$$
$$+ \exp[-(v_\parallel + v_{\parallel_0})^2/s'^2_{\parallel_i}]\}, \tag{11}$$

где $s_\alpha = (2T_\alpha/m_\alpha)^{1/2}$. Подставляя выражения (10) и (11) в уравнение (7), проводим интегрирование и получаем

$$1 + \mathscr{E}_\alpha(\omega, k) + \mathscr{E}'_i(\omega, k) = 0. \tag{12}$$

Здесь

$$\mathscr{E}_\alpha(\omega, k) = -\frac{\omega_{P_\alpha}^2}{k^2 s_\alpha^2} \sum_n \frac{2n\omega_{B_\alpha} A_n(\beta_\alpha^2/2)}{\omega - n\omega_{B_\alpha}}; \quad A_n(x) = I_n(x)\exp(-x);$$

$$\mathscr{E}'_i(\omega, k) = -\frac{(\omega'_{P_i})^2}{\sqrt{\pi}\, s'^2_{\parallel_i} k^2} \int_{-\infty}^{\infty} dv_\parallel \varphi(v_{\perp_0}, v_\parallel) \left\{\exp\left[-\frac{(v_\parallel - v_{\parallel_0})^2}{s'^2_{\parallel_i}}\right] + \right.$$
$$\left. + \exp\left[-\frac{(v_\parallel + v_{\parallel_0})^2}{s'^2_{\parallel_i}}\right]\right\};$$

$$\varphi = \frac{\partial}{\partial\varepsilon_\perp} \sum_n \frac{n\langle\omega_{B_i}\rangle I_n^2(\xi'_i)}{\omega - n\langle\omega_{B_i}\rangle}; \quad \beta_\alpha = ks_\alpha/\omega_{B_\alpha}.$$

Если функцию $\varphi(t)$ можно разложить в ряд Тейлора

$$\varphi(t) = \sum_{k=0}^{n-1} C_k t^k + O(t^n), \quad C_k = \frac{\varphi^{(k)}(0)}{k!},$$

то справедливо асимптотическое разложение [6]:

$$\int_{-a}^{a} \varphi(t) \exp[-\lambda t^2]\, dt = \sum_{m=0}^{[(n-1)/2]} C_{2m} \frac{\Gamma(m+0.5)}{\lambda^{m+0.5}} + O(\lambda^{-(n+1)/2}). \quad (13)$$

Выполняя разложение функции $\varphi_n(v_\perp, v_\parallel)$ в ряд и используя соотношение (13), получаем выражение для

$$\mathscr{E}'(\omega, k) = \frac{(\omega'_{P_i})^2}{k^2} \sum_n \left[\varphi_n(v_\perp, v_\parallel) + \frac{T'_{\parallel i}}{m_i} \frac{\partial^2 \varphi_n(v_\perp, v_\parallel)}{\partial v_\parallel^2} \right],$$

$$\varphi_n(v_\perp, v_\parallel) = \frac{n^2 \langle\omega_{B_i}\rangle I_n^2(\xi'_i)}{(\omega - n\langle\omega_{B_i}\rangle)^2} \frac{\partial\langle\omega_{B_i}\rangle}{\partial\varepsilon_\perp} +$$

$$+ \frac{n\langle\omega_{B_i}\rangle}{\omega - n\langle\omega_{B_i}\rangle} \left[(I_n^2)' \frac{\partial \xi'_i}{\partial \varepsilon_\perp} + \frac{I_n^2}{\langle\omega_{B_i}\rangle} \frac{\partial\langle\omega_{B_i}\rangle}{\partial\varepsilon_\perp} \right]. \quad (14)$$

Рассмотрим возмущения с частотами $\omega \approx N\langle\omega_{B_i}\rangle$ и оставим в сумме по n только резонансный член в максимальной степени. Полагая в (12) $k\rho_e \ll 1$ и $k\rho_i \gg 1$, получаем выражение для инкремента развития неустойчивости

$$\gamma(T) = \gamma(0) \left[1 - \frac{3(kd_i)^2 \left(1 + \sum_\alpha \varepsilon_\alpha\right)}{I_n^2(k\rho_0)\,\varkappa} \right], \quad (15)$$

где

$$\gamma(0) = \omega'_{P_i} \frac{v_{\parallel_0}}{v_{\perp_0}} \frac{|I_n(k\rho_0)|}{k\rho_{i_0}} \left(\frac{\varkappa}{1 + \sum_\alpha \varepsilon_\alpha} \right)^{1/2},$$

$$\mathscr{E}_e = \frac{\omega_{P_e}^2}{\omega_{B_e}^2}, \quad \mathscr{E}_i = \frac{\omega_{P_i}^2}{\omega_{B_i}^2} \frac{1}{(k\rho_i)^2} \left\{ 1 - \frac{\sqrt{2}\, N\varkappa}{k\rho_i} \left[\varphi'(z_i) + \frac{\sqrt{\pi}}{2} \exp(-z_i) \times \right.\right.$$

$$\left.\left. \times \operatorname{ctg} \pi N (1 + \varkappa) \right] \right\}, \quad (16)$$

$$\rho_i = s_i/\sqrt{2}\,\omega_{B_i}; \quad \rho_{i_0} = v_{\perp_0}/\omega_{B_i}; \quad d_i = (T_{\parallel i}/4\pi n' e^2)^{1/2};$$

$$\varkappa = 1 + \frac{1}{2} \frac{v_{\parallel_0}^2}{v_{\perp_0}^2}; \quad \varphi(z_i) = \exp(-z_i^2) \int_0^{z_i} \exp(t^2)\, dt; \quad z_i = \frac{N\varkappa}{\sqrt{2}\, k\rho_i}.$$

Для первых гармоник ($N = 1, 2, 3$)

$$\mathscr{E}_i \approx \frac{1}{(k\rho_i)^2} \frac{\omega_{P_i}^2}{\omega_{B_i}^2}. \quad (17)$$

При плотности плазмы $n \approx 10^{18}$ м$^{-3}$ и напряженности магнитного поля $B \approx 10^{-2}$ Тл плазменная и циклотронная частоты электронов $\omega_{P_e} \approx 10^{11} c^{-1}$ и $\omega_{B_e} \approx 10^9$ с$^{-1}$, т. е. выполняется приближение плотной плазмы $\omega_{P_\alpha} \gg \omega_{B_\alpha}$.

Из условия сохранения первого адиабатического инварианта следует $(v_{\parallel_0}/v_{\perp_0})^2 = \Delta B/B_m$, где $\Delta B = B_m - B_0$, B_m и B_0 — максимальное и минимальное значения магнитного поля. Полагая в (16), что $m_i/m_e \gg (k\rho_i)^2 \gg 1$, получаем выражение для

$$\gamma(0) = \sqrt{\frac{n'}{n_0}} \frac{\rho_i}{\rho_{i_0}} N\omega_{B_i} |I_N(k\rho_{i_0})| \left[\frac{\Delta B}{B_m} \left(1 + \frac{\Delta B}{2B_m}\right) \right]^{1/2}, \quad (18)$$

где n_0 и n' — плотности составляющих плазмы фоновой и высокой энергии; ρ_{i_0} и ρ_i — ларморовские радиусы ионов фоновых и высокой энергии.

Для больших значений аргумента $k\rho_{i_0} \gg 1$ можно воспользоваться асимптотическими выражениями для I_N. Максимальное значение инкремента для больших $k\rho_{i_0}$ равно

$$\gamma \approx \sqrt{\frac{n'}{n_0}} \frac{s_i}{v_{\perp_0}} \frac{\omega_{B_i}}{\sqrt{k\rho_{i_0}}} . \tag{19}$$

При напряженности магнитного поля $B \sim 10^{-2}$ Тл, $n'/n_0 \sim 10^{-6}$, $s_i/v_{\perp_0} \sim 10^{-2}$, $k\rho_{i_0} > 10^2$ инкремент $\gamma \leqslant 1\ \text{с}^{-1}$. Максимальное значение периода осцилляций протонов с энергиями порядка 10 МэВ для компактных ловушек ($l \sim 10^7$ м) составляет $\tau_B \approx 0.1$ с. Необходимо учесть, что фактическое расстояние между точками отражения меньше размеров ловушки [5]. Кроме того, как следует из выражения (15), учет разброса частиц по скоростям приводит к уменьшению инкремента неустойчивости. Следовательно, условие $\tau_B \leqslant \gamma^{-1}$ будет выполняться.

Физический механизм рассматриваемой неустойчивости состоит в следующем. Средняя циклотронная частота ионов высокой энергии, захваченных в магнитную ловушку, зависит от скорости. Группирование частиц с определенной фазой вызывает поля, снижающие перпендикулярную составляющую скорости частиц с меньшей фазой и увеличивающие $v_\perp$ частиц с большей фазой. Соответственно средняя циклотронная частота частиц с меньшей фазой увеличится, с большей — уменьшится. Отстающие и опережающие частицы будут «втягиваться» в область вызвавшей возмущение группы частиц. Следовательно, возмущение будет нарастать. Эффективность удержания частиц в магнитной ловушке зависит от устойчивости протонов высокой энергии, захваченных ловушкой с плотной корональной плазмой. Рассмотренная неустойчивость может оказать также влияние и на тонкую структуру спорадического радиоизлучения Солнца.

1. *Беспалов П. А., Трахтенгерц В. Ю.* Циклотронная неустойчивость радиационных поясов Земли // Вопросы теории плазмы.— М. : Атомиздат, 1980.— С. 88—160.
2. *Меерсон Б. Н., Рогачевский И. В., Сасоров П. В.* Об удержании высокоэнергичных протонов в солнечной короне // Динамика токовых слоев и физика солнечной активности.— Рига : Зинатне, 1982.— С. 173—178.
3. *Покой А. С., Степановский Ю. П.* Адиабатические инварианты.— Киев : Наук. думка, 1981.— 283 с.
4. *Прист Э. Р.* Солнечная магнитогидродинамика.— М. : Мир, 1985.— 589 с.
5. *Редерер Х.* Динамика радиации, захваченной геомагнитным полем.— М. : Мир, 1972.— 189 с.
6. *Свешников А. Г., Тихонов А. Н.* Теория функций комплексной переменной.— М. : Наука, 1970.— 303 с.
7. *Тверской Б. А.* Динамика радиационных поясов Земли.— М. : Наука, 1968.— 223 с.
8. *Юхимук А. К.* Плазменные явления в геофизике.— Киев : Наук. думка, 1982.— 165 с.
9. *Clarke J. F., Kelly G. G.* Instabilities due to magnetic fields spatial variations // Phys. Rev. Lett.— 1968.— **21**, N 15.— P. 1041—1043.

Глав. астрон. обсерватория АН УССР,
Киев

Поступила в редакцию 29.04.87,
после доработки 18.11.87