

ВЫВОД ПОСТОЯННЫХ ВРАЩЕНИЯ ЛУНЫ МЕТОДОМ АМПЛИТУДЫ a_3

А. А. Горыня

Отклонения истинного вращения Луны от вращения, которое описывается законами Кассини, зависят от значений двух параметров: наклонности лунного экватора к эклиптике f и относительной механической эллиптичности Луны, связанной с главными моментами инерции A , B , C соотношением

$$f = \frac{B(C - B)}{A(C - A)}.$$

В течение более 100 лет многие исследователи занимались определением этих параметров из наблюдений на разных инструментах различными методами. При этом значения f получались с большим разбросом: от 0.5 до 0.9, т. е. по обе стороны от критического значения, равного 0.662.

Таким образом, до сих пор окончательно не установлено, больше или меньше критического значения истинная величина f . В настоящей работе для выяснения этого вопроса используется метод наблюдений, существенно отличающийся от применявшихся ранее. Этот метод был предложен и применен на практике в Главной астрономической обсерватории АН УССР. Суть его в том, что для определения параметров вращения Луны измеряются позиционные углы пар кратеров (Местинг А — краевой кратер). При этом не возникают трудности, связанные с недостаточной изученностью видимых лунных профилей, поскольку привязка деталей поверхности Луны к ее краю в общем не делается. Этому методу и его практическому применению посвящено несколько работ [1, 2, 3, 4], в которых обработка наблюдений проводилась при начальных значениях $f > 0.662$.

В настоящей работе для выяснения вопроса о том, по какую сторону от критического значения находится величина f , определяется амплитуда a_3 периодического члена, зависящего от средней аномалии Солнца g' , а затем по полученному значению a_3 — и сам параметр f . Этот метод был разработан и применен Ш. Т. Хабибуллиним [5] при обработке гелиометрических и фотографических наблюдений, связанных с краевой зоной Луны. Но его можно применить и к наблюдениям позиционных углов пар кратеров. Используя закон Кассини и не учитывая пока физическую либрацию Луны, получаем уравнения, связывающие селеноцентрические эклиптические координаты кратеров l_0 , b_0 с селенографическими координатами λ , β :

$$\left. \begin{aligned} \cos b_0 \cos(l_0 - n) &= -\cos \beta \cos(\lambda + m - n), \\ \cos b_0 \sin(\lambda - n) &= \sin \beta \sin I - \cos \beta \cos I \cos(\lambda + m - n), \\ \sin b_0 &= \sin \beta \cos I + \cos \beta \sin I \sin(\lambda + m - n), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где m — средняя долгота Луны; n — средняя долгота восходящего узла лунной орбиты на эклиптике; I — средняя наклонность экватора к эклиптике.

К значениям l_0 , b_0 , полученным по этим формулам, нужно прибавить физическую либрацию Луны:

$$l = l_0 + \Delta l, \quad b = b_0 + \Delta b.$$

Пусть x_i' , y_i' — прямоугольные координаты краевого кратера в перспективной проекции, а x_0' , y_0' — кратера Местинг А; $\pi_{0,i}$ — позицион-

ный угол краевого кратера (вершина этого угла находится в Местинг А), тогда запишем

$$s \cos \pi_{0, i} = x'_i - x'_0, \quad s \sin \pi_{0, i} = y'_i - y'_0. \quad (2)$$

Дифференцируя уравнения (2) и исключая ds , получаем

$$d\pi_{0, i} = E(dx'_i - dx'_0) + F(dy'_i - dy'_0), \quad (3)$$

где

$$E = -\frac{\sin \pi_{0, i}}{s}, \quad F = \frac{\cos \pi_{0, i}}{s}.$$

Различие между наблюдаемым позиционным углом и вычисленным можно объяснить следующими причинами: 1) влиянием физической либрации в долготе; 2) ошибочностью принятого значения I ; 3) неточностью принятых селенографических координат кратеров; 4) влиянием случайных и систематических ошибок наблюдений. Необходимо найти указанные зависимости в явной форме. Поправки к принятым величинам I , λ , β представим дифференциалами. Обозначим

$$\tau_0 = -18'' \sin g + 101'' \sin g' - 16'' \sin 2\omega - 11'' \sin(-2g' + 2\omega - 2\omega') + 8'' \sin(n - 5^\circ),$$

$$\rho_0 = -96'' \cos g + 20'' \cos(g + 2\omega) - 11'' \cos(2g + 2\omega),$$

$$I\sigma_0 = -98'' \sin g + 20'' \sin(g + 2\omega) - 11'' \sin(2g + 2\omega),$$

где g — средняя аномалия Луны; g' — средняя аномалия Солнца; ω' — расстояние лунного перигея от восходящего узла лунной орбиты; ω — расстояние перигея Солнца от восходящего узла лунной орбиты.

Для установления связи между дифференциалами позиционных углов и dI , $d\lambda$, $d\beta$ есть следующие формулы:

$$\cos b dI = (\alpha)_0 d\lambda + (\beta)_0 \sec \beta d\beta + (\delta)_0 dI, \quad (4)$$

$$db = -(\beta)_0 d\lambda + (\alpha)_0 \sec \beta d\beta - (\gamma)_0 dI, \quad (5)$$

где

$$d\lambda = \tau_0 - [\rho_0 \cos(\lambda + m - n) + I\sigma_0 \sin(\lambda + m - n)] \operatorname{tg} \beta + d\lambda_0,$$

$$d\beta = \rho_0 \sin(\lambda + m - n) I\sigma_0 \cos(\lambda + m - n) + d\beta_0,$$

$$(\alpha)_0 = \cos I \cos b - \sin I \sin b \sin(l - n), \quad (\beta)_0 = \sin I \cos(l - n),$$

$$(\gamma)_0 = \sin(l - n), \quad (\delta)_0 = \sin b \cos(l - n).$$

Заменим τ_0 выражением $\tau = a_3 \sin g' + \bar{\tau}_0$, где $\bar{\tau}_0$ — сумма остальных периодических членов физической либрации в долготе. Вычислим ρ_0 , $I\sigma_0$, $\bar{\tau}_0$ для какого-либо значения f_0 , например для $f_0 = 0.60$. Подставляя в формулы (4) и (5) значения $d\varphi$ и $d\beta$, получаем

$$dI = (\alpha)_0 \sec b (a_3 \sin g') + (\alpha)_0 \sec b d\lambda_0 + (\beta)_0 \sec b \sec \beta d\beta_0 + (\delta)_0 \sec b dI + \{(\alpha)_0 \sec b \cdot \bar{\tau}_0 + [1 - (\alpha)_0 \sec b] \sigma_0 + (\delta)_0 \sec b \cdot \rho_0\}, \quad (6)$$

$$db = -(\beta)_0 (a_3 \sin g') - (\beta)_0 d\lambda_0 + (\alpha)_0 \sec \beta d\beta_0 - (\gamma)_0 dI - (\beta)_0 \bar{\tau}_0 - (\beta)_0 \sigma_0 + (\gamma)_0 \cdot \rho_0. \quad (7)$$

Введем следующие обозначения:

$$L_a = (\alpha)_0 \sec b, \quad L_\lambda = (\alpha)_0 \sec b, \quad L_\beta = (\beta)_0 \sec b \sec \beta, \quad L_I = (\delta)_0 \sec b,$$

$$L_0 = \{(\alpha)_0 \sec b \cdot \bar{\tau}_0 + [1 - (\alpha)_0 \sec b] \sigma_0 + (\delta)_0 \sec b \cdot \rho_0\}, \quad B_a = -(\beta)_0,$$

$$B_\lambda = -(\beta)_0, \quad B_\beta = (\alpha)_0 \sec \beta, \quad B_I = -(\gamma)_0,$$

$$B_0 = -\{(\beta)_0 \bar{\tau}_0 - (\beta)_0 \sigma_0 + (\gamma)_0 \rho_0\}.$$

Тогда формулы (6) и (7) можно записать сокращенно:

$$dl = L_a(a_3 \sin g') + L_\lambda d\lambda + L_\beta d\beta + L_I dI + L_0, \quad (8)$$

$$db = B_a(a_3 \sin g') + B_\lambda d\lambda + B_\beta d\beta + B_I dI + B_0. \quad (9)$$

Дифференциалы прямоугольных координат имеют вид

$$\left. \begin{aligned} dx_i' &= -\rho_i [\sin \beta' \sin (\lambda' - l) \cos b] dl + \rho_i [\cos \beta' \cos b + \\ &\quad + \sin \beta' \sin b \cos (\lambda' - l)] d\lambda, \\ dy_i' &= -\rho_i [\cos b \cos (\lambda' - l)] dl - \rho_i [\sin b \sin (\lambda' - l)] db, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

где λ' , β' — эклиптические координаты наблюдателя на селеноцентрической сфере; ρ_i — радиус-вектор i -го кратера, выраженный в долях радиуса земного экватора. Подставим dl и db в формулы (10). После приведения подобных членов получим

$$\left. \begin{aligned} dx_i' &= \rho_i [M_a(a_3 \sin g') + M_\lambda d\lambda + M_\beta d\beta + M_I dI + M_0], \\ dy_i' &= \rho_i [N_a(a_3 \sin g') + N_\lambda d\lambda + N_\beta d\beta + N_I dI + N_0]. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Подставляя значения dx_i' и ds_i' в выражение (3), находим условные уравнения для определения неизвестных:

$$\begin{aligned} &\rho_i [E(M_a^i - M_a^0) + F(N_a^i - N_a^0)] \sin g' \cdot a_3 + \rho_i [E(M_\lambda^i - M_\lambda^0) + \\ &+ F(N_\lambda^i - N_\lambda^0)] + d\lambda + \rho_i [E(M_\beta^i - M_\beta^0) + F(N_\beta^i - N_\beta^0)] d\beta + \\ &+ \rho_i [E(M_I^i - M_I^0) + E(N_I^i - N_I^0)] dI + \\ &+ \rho_i [E(M_0^i - M_0^0) + F(N_0^i - N_0^0)] = \pi_{\text{наб}} - \pi_{\text{выч}}. \end{aligned} \quad (12)$$

В уравнениях (12) $d\lambda = d(\lambda_i - \lambda_0)$, $d\beta = d(\beta_i - \beta_0)$, верхний индекс i относится к краевому кратеру, индекс 0 — к Местингу А.

Решение уравнений (12) проводится методом последовательных приближений. После определения a_3 подсчитывается f , а затем более уточненные значения τ_0 , σ_0 , ρ_0 и т. д. Для вычисления приняты начальные значения $f_0 = 0.60$, $I_0 = 1^\circ 33' 00''$. Нами обработаны все наблюдения как фотографические (1950—1955 гг.) [4], так и визуальные (1962—1967 гг.) [4] — всего около 4500 измерений позиционных углов пар кратеров. В данной работе значения радиуса каждого кратера взяты из других источников в отличие от предыдущих работ [1—4], где для всех кратеров использовалось одно и то же $\rho = 0.272506$. Составление и решение условных уравнений (12) проводились для каждого из 26 наблюдаемых краевых кратеров отдельно. Как видно из табл. 1, где приведены результаты определения неизвестных a_3 , $\Delta\lambda$, $\Delta\beta$ и ΔI , искомый параметр a_3 совпадает в пределах ошибок вычисления для всех кратеров, а значения ΔI согласуются между собой несколько хуже. По данным табл. 1 получены следующие средневзвешенные значения: $a_3 = 120''.3 \pm \pm 11''.6$, что соответствует $f = 0.54$, поправке наклонности лунного экватора к эклиптике $\Delta I = -9''.3 \pm 4''$, откуда $I = 1^\circ 32' 51''$. Это значение I хорошо согласуется с последними данными, полученными другими авторами и другими методами.

Полученное значение амплитуды a_3 показывает, что истинное значение f меньше критического. Для изучения условий разделения неизвестных вычислены корреляционные коэффициенты, которые приведены в табл. 2. Согласно данным этой таблицы можно сделать вывод, что основные неизвестные a_3 и ΔI удовлетворительно разделяются как между собой, так и с поправками координат кратеров. Сильные корреляционные связи существуют между поправками долгот и широт кратеров. Поэтому метод измерения позиционных углов мало пригоден для изу-

Таблица 1

№ п/п	Название кратера	a_3	ε_{a_3}	$\Delta\lambda$	$\varepsilon_{\Delta\lambda}$	$\Delta\beta$	$\varepsilon_{\Delta\beta}$	ΔI	$\varepsilon_{\Delta I}$
1	Macrobius A	147.5	$\pm 63''$	+18.5	± 10.5	-45.4	± 25.1	-0.40	± 0.20
2	Macrobius B	136.0	67	32.2	10.8	77.6	24.7	0.28	0.21
3	Lapeyrouse A	223.7	164	10.1	2.6	153.0	27.7	0.05	0.32
4	Langrenus	103.0	130	-62.2	17.9	-669.1	228.6	-0.12	0.23
5	Janssen k	44.3	83	9.0	7.8	-7.9	9.7	0.76	0.41
6	Picard	183.6	100	+8.9	13.5	55.2	38.2	0.48	0.24
7	Damoiseau E	94.5	137	-39.1	4.6	1084.0	115.5	0.16	0.24
8	Grimaldi C	122.0	140	+2.8	2.0	-193.6	152.6	0.09	0.24
9	Lohrmann A	211.7	122	+16.3	3.8	+371.8	112.1	0.06	0.23
10	Egede A	161.7	35	-2.5	0.5	-4.8	1.9	0.21	0.24
11	Eudoxus A	94.5	43	-0.6	0.9	-3.2	2.1	-0.03	0.25
12	Fraunhofer G	109.8	140	+32.4	15.5	+71.7	37.4	+0.73	0.63
13	Zach	79.0	50	-2.2	0.5	+4.7	3.4	-1.28	0.44
14	Delus	71.9	52	-6.1	1.0	+10.4	3.4	-0.58	0.41
15	Maginus	224.4	144	-0.8	2.5	-0.8	7.7	-1.93	1.14
16	Pierce	196.2	163	-22.1	20.9	+92.2	71.5	+0.06	0.39
17	Maupertius A	93.7	62	-6.5	2.5	-10.0	4.0	+0.29	0.45
18	Condamine A	107.2	71	-5.3	3.3	-8.8	4.8	+0.04	0.60
19	Clavius e	148.2	53	-2.5	1.2	+0.8	3.0	+0.49	0.50
20	Clavius d	90.2	58	-3.0	1.6	+0.4	3.5	+0.04	0.58
21	Furnerius A	100.6	166	+41.1	18.7	+120.5	51.9	+0.07	0.49
22	Stevinus A	214.6	227	+22.4	19.1	+65.4	52.2	0.46	0.70
23	Calle	50.7	157	+2.1	3.4	-9.0	9.5	0.36	0.98
24	Calle c	111.5	124	-5.1	3.2	+4.4	8.7	+0.12	0.82
25	Procl	184.9	72	+42.6	20.6	-128.2	62.9	-0.24	0.19
26	Tralles A	204.0	81	+1.6	10.2	-6.0	22.2	-0.38	0.25

Таблица 2

№ п/п	Название кратера	$a_3 dI$	$a_3 d\varphi$	$a_3 d\beta$	$d\varphi dI$	$d\beta dI$	$d\varphi d\beta$
1	Macrobius A	+0.16	-0.21	+0.25	+0.16	-0.15	-1.00
2	Macrobius B	+0.17	-0.20	+0.23	+0.13	-0.12	-1.00
3	Lapeyrouse A	+0.20	-0.47	-0.34	-0.58	+0.12	+0.30
4	Langrenus	+0.07	-0.30	-0.27	+0.04	+0.10	+0.99
5	Janssen K	-0.45	+0.44	+0.43	-0.04	-0.06	+0.98
6	Picard	+0.05	-0.20	+0.26	+0.28	-0.27	+1.00
7	Damoiseau E	-0.04	-0.09	+0.24	+0.21	-0.03	-0.92
8	Grimaldi C	+0.09	+0.52	+0.20	+0.39	-0.18	+0.32
9	Lohrmann A	+0.17	+0.33	+0.11	-0.01	-0.25	+0.91
10	Egede A	+0.40	+0.00	+0.22	+0.03	+0.09	-0.46
11	Eudoxus A	+0.39	-0.10	+0.24	-0.05	+0.13	-0.86
12	Fraunhofer G	-0.06	+0.52	+0.50	+0.48	+0.48	+1.00
13	Zach	-0.57	+0.46	-0.31	-0.32	+0.22	-0.02
14	Deluc	-0.49	+0.09	+0.03	+0.19	-0.30	-0.87
15	Maginus	-0.87	+0.38	-0.10	-0.46	+0.22	-0.89
16	Pierce	+0.10	-0.36	+0.42	+0.30	-0.29	-1.00
17	Maupertius A	+0.58	-0.12	-0.21	-0.26	-0.28	+0.96
18	Condamine A	+0.69	-0.02	-0.05	+0.01	-0.02	+0.98
19	Clavius c	-0.21	+0.05	+0.03	-0.06	+0.12	-0.87
20	Clavius d	-0.17	+0.09	-0.04	-0.11	+0.16	-0.91
21	Furnerius A	+0.06	+0.48	+0.45	+0.31	+0.30	+1.00
22	Stevinus A	-0.04	+0.51	+0.51	+0.36	+0.34	+0.99
23	Calle	+0.15	+0.44	-0.42	-0.28	+0.33	-0.88
24	Calle c	+0.18	+0.37	-0.40	-0.34	+0.21	-0.92
25	Procl	+0.13	-0.23	+0.25	+0.22	-0.22	-1.00
26	Tralles A	+0.06	-0.39	+0.44	+0.26	-0.25	-1.00

чения положений деталей на поверхности Луны. Следует также отметить, что для определения амплитуды a_3 и поправки наклона лунного экватора к эклиптике ΔI лучше наблюдать кратера, расположенные вблизи экватора. В этом случае коэффициенты корреляции между a_3 и ΔI меньше, чем для околополярных кратеров. Во 2—6-м столбцах табл. 2 приведены также сравнительно большие величины коэффициентов корреляции, что можно объяснить меньшей продолжительностью наблюдений некоторых кратеров по сравнению с остальными.

ЛИТЕРАТУРА

1. Горыня А. А. — В кн.: Вопросы астрометрии. «Наукова думка», К., 1964.
2. Горыня А. А. — В кн.: Фигура и движение Луны. «Наукова думка», К., 1965.
3. Горыня А. А. — В кн.: Фигура и движение Луны. «Наукова думка» К., 1967.
4. Горыня А. А. Постоянное физическое либрации Луны. «Наукова думка», К., 1969.
5. Хабибуллин Ш. Т. — Изв. АОЭ, 1958, 31.

Главная астрономическая
обсерватория АН УССР

Поступила в редколлегию
в марте 1974 г.