

8. Купо И. Д., Тейфель В. Г. — Труды Сектора астроботаники, 1959, 7, 93.
9. Курчаков А. В. — Изв. Астрофиз. ин-та, 1960, 9, 21.
10. Лавдовский В. В. — Циркуляр ГАО АН СССР, 30, 119, 1940.
11. Мирзоян Л. В., Хачикян Э. Е. — Сообщ. Бюракан. обс., 1959, 27, 15.
12. Пананотов Л. А. — Астрон. журн., 1958, 25, 2, 257.
13. Рихтер Н., Хёгнер В. — Иенское обозрение, 1966, 11, 264.
14. Seopiecha Zd. — Public. Astron. Inst. Československe AV, Praha, 1958, 34—42, 13.
15. Cuigay G. — Journ. Observateurs, 1963, 46, 6—7, 181.
16. Kearns Ch. — Publ. ASP, 1958, 70, 413, 202.
17. L'Astronomie, 1957, 71, 367.
18. L'Astronomie, 1958, 72.
19. Loden K., Loden L. O. — Arkiv Astron., 1958, 2, 20, 199.
20. Mc Clure-Repr. — Michigan Obs., 79, 1958.
21. Richter N., Högnér W. — Die Sterne, 1964, 40, 11.
22. Růžičková B., Plavec M. — Public. Astron. Inst., Československé AV, Praha, 1958, 34—42, 35.

PHOTOMETRY OF THE COMETS KOSIK (1939 I)
 JURLOFF—ACHMAROFF—HASSEL (1939 III), AREND—ROLAND (1957 III)
 AND MRKOS (1957 V) BY THE EQUIDENSITY METHOD

I. I. BREIDO, N. M. BRONNIKOVA, K. P. ERMOSHINA

Summary

In the Pulkovo Observatory some plates were obtained of the comets Jurloff—Achmaroff—Hassel (1939 III), Kosik (1939 I), Arend—Roland (1957 h) and Mrkos (1957 d) taken with the normal astrograph. The photometric treatment of these plates was made by the photographic equidensity method described in detail in a number of papers (2, 4).

The results of the photometry are presented in Tables 3—6. The systems of isophotes for all the comets are shown in Figures 1—17.

From comparison of the isophotes taken by this method with the results of the other authors it is found that the equidensity method permits the morphological picture of the comets head and tail to be described much more in detail.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ КОМЕТ НА ПЛОСКОСТЬ ОРБИТЫ

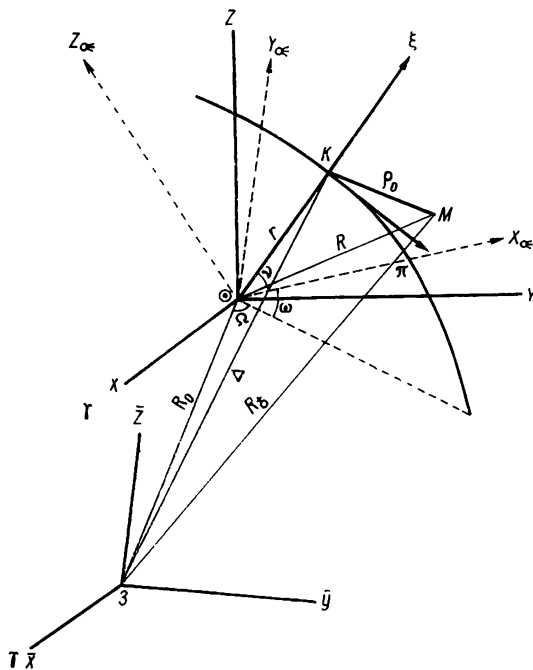
В. П. Таращук

(ГАО АН УССР, г. Киев)

Вид кометы в картинной плоскости может очень отличаться от ее структурной формы в плоскости орбиты. Изменения в структуре кометы, возникающие при движении кометы по орбите, удобно изучать в кометоцентрической системе координат (ξ , η , ζ), связанной с ядром. Ось ζ направлена вдоль продолженного радиуса-вектора кометы, ось η лежит в плоскости орбиты и направлена в сторону, противоположную движению кометы. Обычно полагают, что хвост кометы лежит в плоскости орбиты, поэтому $\zeta=0$.

При сравнении теоретических и наблюдательных данных о структуре и форме кометных хвостов удобно использовать кометоцентрические координаты. С этой целью переводят наблюдаемые экваториальные координаты точек хвоста (α , δ) в ξ , η и сравнивают с теоретическими значениями последних либо теоретические значения кометоцентрических координат — в α , δ и сравнивают с наблюдательными данными. Эти задачи принято называть прямым и обратным перспективным проектированием.

Геометрические приемы для вывода истинной формы и положения кометных хвостов впервые предложил Брандес в 1826 г. Подобную задачу решили также Папе [13] и Бессель [11]. Позднее формулы Бесселя были усовершенствованы Ф. А. Бредихиным [1, 5, 11]. Затем методы перспективного проектирования совершенствовались, упрощались и изменялись в соответствии с данными наблюдений и вычислительными средствами А. Я. Орлов [4], С. В. Орлов [5], Н. Д. Моисеев [6], А. Копф [12], С. К. Всехсвятский [2], а в последние годы — П. Штумпф [14], А. и Дж. Бернасони [9], М. Финсон и Р. Пробстейн [10]. Обзор этих методов, за исключением последних двух, содержится в [2, 5, 3, 7].



Переход из геоцентрической экваториальной системы координат $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$ в кометоцентрическую ξ, η .

При небольшом количестве проектируемых точек можно воспользоваться методами, описанными в работах [2, 4, 5, 6]. Однако если число проектируемых точек велико и требуется высокая точность окончательных данных, то искомые координаты лучше вычислять с помощью быстродействующих вычислительных машин, используя формулы с направляющими косинусами. Для прямого перспективного проектирования, если заданы экваториальные сферические координаты точек α, δ , удобен метод П. Штумпфа [8], а для обратного — метод М. Финсона и Р. Пробстейна [10]. В последнем случае для разных значений отталикивательных сил вычисляются кометоцентрические координаты ξ, η , которые переводятся затем в прямоугольные координаты в картинной плоскости. Этот метод разработан для вычислений с помощью электронно-цифровых вычислительных машин.

На практике чаще всего приходится по измеренным прямоугольным координатам точек вычислять кометоцентрические координаты. Поэтому далее предлагается новый метод прямого перспективного проектирования точек кометного хвоста на плоскость кометной орбиты, основанный на преобразованиях с помощью матриц поворота системы координат x_0, y_0, z_0 , связанной с картинной плоскостью, в кометоцен-

трическую систему ξ, η, ζ . Все рассматриваемые величины изображены на рисунке. Здесь вектор $\vec{q}_0 = KM$ соединяет ядро кометы и исследуемую точку хвоста, $\vec{R}_{\odot} = ZM$ — вектор Земля—точка, $\vec{\Delta}$ — вектор Земля—ядро, $\vec{r} = OK$ — радиус-вектор и v — истинная аномалия ядра, $\vec{R} = OM$ — радиус-вектор точки M . Тогда преобразование вектора \vec{q}_0 из старой системы координат в новую запишется в виде

$$\vec{q} = [M]\vec{q}_0, \quad (1)$$

где

$$\vec{q}_0 = \{x_0, y_0, z_0\}, \quad \vec{q} = \{\zeta, \eta, \xi\}.$$

Матрица перехода

$$[M] = [A] \cdot [B] \cdot [C] \cdot [D]. \quad (2)$$

Таким образом, координаты точки $M(x_0, y_0, z_0)$ системы координат, связанной с картинной плоскостью (с негативом), с помощью матрицы $[A]$ переводятся в прямоугольные экваториальные геоцентрические координаты $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$. Матрица $[B]$ определяет переход в эклиптическую гелиоцентрическую систему X, Y, Z . С помощью матриц $[C]$ и $[D]$ совершается переход в гелиоцентрическую систему $X_{\odot}, Y_{\odot}, Z_{\odot}$ и кометоцентрическую ζ, η соответственно.

Как показано в [8], переход от измеренных координат x_0, y_0 в плоскости пластинки к геоцентрическим экваториальным координатам $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$, а следовательно и к α, δ , можно осуществить, используя матрицу $[A]$:

$$[A] = \begin{vmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{33} & g_{33} \end{vmatrix}. \quad (2)$$

Измерив на пластинке прямоугольные координаты x_0, y_0 ($z_0 = 0$) четырех или более опорных звезд, можем найти неизвестные элементы матрицы $[A]$. Для этого используются следующие формулы:

$$\begin{aligned} a_i &= g_{11}x_{0i} + g_{12}y_{0i} + X, \\ b_i &= g_{12}x_{0i} + g_{22}y_{0i} + Y, \\ c_i &= g_{31}x_{0i} + g_{32}y_{0i} + Z, \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} a_i &= \cos \alpha_i \cos \delta_i, \\ b_i &= \sin \alpha_i \cos \delta_i, \\ c_i &= \sin \delta_i; \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} A_i &= G_{11}x_{0i} + G_{12}y_{0i} + \tilde{Y} - G_{31}x_{0i}A_i - G_{32}y_{0i}A_i, \\ B_i &= G_{21}x_{0i} + G_{22}y_{0i} + \tilde{Y} - G_{31}x_{0i}B_i - G_{32}y_{0i}B_i, \end{aligned} \quad (5)$$

причем $G_{ih} = \frac{G_{ih}}{Z}$, $\tilde{X} = \frac{X}{Z}$, $\tilde{Y} = \frac{Y}{Z}$; $A_i = \frac{a_i}{c_i}$, $B_i = \frac{b_i}{c_i}$; $i = 1, 2, 3, 4$;

$G_{13} = G_{23} = G_{33} = 0$, так как $z_0 = 0$.

Если опорных звезд с координатами α_i, δ_i больше четырех и число уравнений (5) больше восьми, то восемь неизвестных величин $G_{11}, G_{12}, G_{21}, G_{22}, G_{31}, G_{32}, \tilde{X}, \tilde{Y}$ определяются по способу наименьших квадратов.

Затем, используя известные элементы матриц, находим координаты искомых точек. Для этого служат следующие формулы:

$$\begin{aligned}
 k_1 &= G_{11}x_0^i + G_{12}y_0^i + \bar{X}, \\
 k_2 &= G_{21}x_0^i + G_{22}y_0^i + \bar{Y}, \\
 k_3 &= G_{31}x_0^i + G_{32}y_0^i + 1; \\
 a^i &= \frac{k_1}{\sqrt{k_1^2 + k_2^2 + k_3^2}}, \quad b^i = \frac{k_2}{\sqrt{k_1^2 + k_2^2 + k_3^2}}, \\
 c^i &= \frac{k_3}{\sqrt{k_1^2 + k_2^2 + k_3^2}}; \quad \operatorname{tg} \alpha^i = \frac{k_2}{k_1}; \quad \sin \delta^i = c^i.
 \end{aligned} \tag{6}$$

В (6) индекс i относится к определяемой точке хвоста и в дальнейшем опускается.

Зная α , δ , получим прямоугольные геоцентрические экваториальные координаты \bar{X} , \bar{Y} , \bar{Z} , которые переведем в гелиоцентрическую эклиптическую систему координат путем переноса начала координат с помощью X_\odot , Y_\odot , Z_\odot — прямоугольных экваториальных координат Солнца, взятых из Астрономического ежегодника, и поворотом на угол ϵ ,

$$\begin{aligned}
 [B] &= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 \cos \epsilon & -\sin \epsilon & \\ 0 \sin \epsilon & \cos \epsilon & \end{vmatrix}, \\
 X &= \bar{x} - X_\odot, \\
 Y &= (\bar{y} - Y_\odot) \cos \epsilon + (\bar{z} - Z_\odot) \sin \epsilon, \\
 Z &= -(\bar{y} - Y_\odot) \sin \epsilon + (\bar{z} - Z_\odot) \cos \epsilon.
 \end{aligned} \tag{7}$$

Переход в систему координат, связанную с плоскостью орбиты кометы $X_{\odot\Xi}$, $Y_{\odot\Xi}$, $Z_{\odot\Xi}$ выполняется путем поворота на углы i , ω , Ω с помощью матрицы $[C]$:

$$[C] = \begin{vmatrix} l_1 & l_2 & l_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \\ n_1 & n_2 & n_3 \end{vmatrix}, \tag{8}$$

в которой элементы l_1 , l_2 , l_3 , m_1 , m_2 , m_3 , n_1 , n_2 , n_3 — направляющие косинусы. Они вычисляются по следующим формулам:

$$\begin{aligned}
 l_1 &= \cos \omega \cos \Omega - \sin \omega \sin \Omega \cos i, \\
 l_2 &= -\sin \omega \cos \Omega - \cos \omega \sin \Omega \cos i, \\
 l_3 &= \sin \Omega \sin i, \\
 m_1 &= \cos \omega \sin \Omega + \sin \omega \cos \Omega \cos i, \\
 m_2 &= -\sin \omega \sin \Omega + \cos \omega \cos \Omega \cos i, \\
 m_3 &= -\cos \Omega \sin i, \\
 n_1 &= \sin \omega \sin i, \\
 n_2 &= \cos \omega \sin i, \\
 n_3 &= \cos i;
 \end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned}
 X_{\odot\Xi} &= l_1 X + m_1 Y + n_1 Z, \\
 Y_{\odot\Xi} &= l_2 X + m_2 Y + n_2 Z, \\
 Z_{\odot\Xi} &= l_3 X + m_3 Y + n_3 Z.
 \end{aligned} \tag{10}$$

Заметим, что ось $X_{O\equiv}$, направленная в перигелий орбиты, и оси $Y_{O\equiv}$, $Z_{O\equiv}$ образуют правую прямоугольную систему координат.

Переход в систему ζ, η осуществляется с помощью матрицы $[D]$, определяющей поворот системы координат $X_{O\equiv}, Y_{O\equiv}, Z_{O\equiv}$ на угол V (истинная аномалия), и смещением начала координат из центра Солнца

в ядро кометы на величину вектора \vec{r}

$$[D] = \begin{vmatrix} \cos V & -\sin V & 0 \\ \sin V & \cos V & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad \vec{r} = \{r \cos V, r \sin V\};$$

$$\begin{aligned} \zeta &= (X_{O\equiv} - r \cos V) \cos V + (Y_{O\equiv} - r \sin V) \sin V, \\ \eta &= (X_{O\equiv} - r \cos V) \sin V - (Y_{O\equiv} - r \sin V) \cos V. \end{aligned} \quad (11)$$

При этом из-за выбора положительного направления оси η против движения кометы происходит переход из правой прямоугольной системы координат в левую.

Чтобы вычислить координаты точки M в системе геоцентрических экваториальных координат $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$, надо знать геоцентрическое расстояние $\bar{R}_{\delta} = \overline{SM}$. Точка M лежит в плоскости орбиты, задаваемой уравнением

$$\vec{A} \cdot \vec{n} = 0,$$

в котором $\vec{A} = \{X, Y, Z\}$, $\vec{n} = \{\sin i \sin \Omega, -\sin i \cos \Omega, \cos i\}$. Подставляя в это уравнение координаты точки M

$$\begin{aligned} \bar{X} &= R_{\delta} \cos \alpha \cos \delta, \\ \bar{Y} &= R_{\delta} \sin \alpha \cos \delta, \\ \bar{Z} &= R_{\delta} \sin \delta, \end{aligned} \quad (12)$$

переведенные в систему X, Y, Z соответственно (7), получим:

$$R_{\delta} = \frac{l_2 X_{\odot} + Y_{\odot} (m_3 \cos \varepsilon - n_3 \sin \varepsilon) + Z_{\odot} (n_3 \cos \varepsilon + m_3 \sin \varepsilon)}{l_3 \cos \alpha \cos \delta + \sin \alpha \cos \delta (m_3 \cos \varepsilon - n_3 \sin \varepsilon) + \sin \delta (n_3 \cos \varepsilon + m_3 \sin \varepsilon)}. \quad (13)$$

Вычисления ведутся в следующем порядке: по соотношениям (4), (5), (6) вычисляются α^i, δ^i точек хвоста, затем по (13) находится \bar{R}_{δ} , а по (12), (7), (9), (10), (11) — $X, Y, Z, [C], X_{O\equiv}, Y_{O\equiv}, Z_{O\equiv}$ и ζ, η соответственно.

Очевидно, что для ядра кометы

$$\vec{r} = [M] \vec{\Delta}. \quad (14)$$

Равенство правой и левой частей уравнения (14) может служить контролем правильного вычисления матрицы M . С другой стороны, для контроля можно использовать свойства матриц преобразования (например, сумма квадратов элементов одной строки или одного столбца должна быть равна единице).

Достоинство данного метода состоит в том, что в нем не нужно находить квадранты углов, поскольку все знаки тригонометрических величин определяются из алгебраических соотношений.

Найденные координаты точек α^i, δ^i исправляются за суточный параллакс по обычным формулам. Чтобы не вводить специальную поправку за рефракцию, удобно при измерениях пластинки выбирать опорные звезды в пределах узкой зоны, в которой, благодаря малой

разнице в зенитных расстояниях, величина рефракции изменяется незначительно. Негатив удобно ориентировать в измерительной машине так, чтобы начало координат совпадало с оптическим центром пластинки (примерно), а положительное направление осей x_0 и y_0 соответствовало увеличению часовых углов и склонения.

Точность проектирования определяется углом между лучом зрения и нормалью к плоскости орбиты γ . Если определить вектор нормали $\vec{n} = \{\sin i \sin \Omega, -\sin i \cos \Omega, \cos i\}$ или $\vec{n} = \{l, m, n\}$, а вектор луча зрения (совпадает с вектором $\vec{R}_{\odot} = 3M) \vec{R}_{\odot} (a, b, c)$, причем a, b, c вычисляются по (4) и переводятся в эллиптическую систему координат, то

$$\cos \gamma = la + mb + nc. \quad (15)$$

Подставляя вместо a, b, c их значения, имеем

$$\begin{aligned} \cos \gamma = & l \cos \alpha \cos \delta + m(\sin \alpha \cos \delta \cos \epsilon + \sin \delta \sin \epsilon) + \\ & + n(\sin \delta \cos \epsilon - \sin \alpha \cos \delta \sin \epsilon). \end{aligned} \quad (16)$$

Если $\cos \gamma = 0$ (\vec{n} и \vec{R}_{\odot} перпендикулярны) или близок к нулю, то проектирование становится неопределенным или очень ненадежным.

Предлагаемый метод удобен для вычисления с помощью электронно-цифровых машин, в частности машин «Минск-22», и позволяет получить большое число точек не только в виде таблицы, но и в виде отпечатанного машиной рисунка структурных деталей в плоскости кометной орбиты.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бредихин Ф. А. О хвостах комет, М.—Л., 1934.
2. Всехсвятский С. К. — Астрон. журн., 1929, 6, 3—4, 285.
3. Деменко А. А. О типах хвостов комет. Автореф. дисс. Одесса, 1965.
4. Орлов А. Я. — Изв. Акад. наук, 1909, 4, 35.
5. Орлов С. В. Кометы ОНТИ, М.—Л.
6. Моисеев Н. Д. — Астрон. журн. 1924, 1, 79.
7. Файзиев Э. К механической теории пылевых хвостов комет. Автореф. дисс. Душанбе, 1963.
8. Шулман Л. М. — В кн.: Вопросы астрометрии. «Наукова думка», К., 1964, 63.

PROJECTION OF COMET IMAGE ON THE ORBIT PLANE

V. P. TARASHCHUK

Summary

A new method is suggested of perspective projection of the cometary tail points on the orbit plane. The deduced formulae can be applied when using the electronic computers.