

Summary

The paper deals with the procedure of estimation and study of the error spectrum of latitude observation in a high-frequency region. This procedure was applied to the latitude observations at Pulkovo according to the extended program.

It is shown that both random error dispersion of the observations and coefficients of the Tchebysheff polynomials representing the diurnal latitude variation differ substantially for the different intervals of the observations. The power spectrum of normalized random deviations in a frequency region from 4 to 52.5 cycle per day is that of so-called «white noise».

О НАЗНАЧЕНИИ ВЕСОВ АСТРОНОМИЧЕСКИМ НАБЛЮДЕНИЯМ

И. В. Джунь

(Ровенский институт инженеров водного хозяйства, г. Ровно)

Распределение случайных погрешностей астрономических измерений существенно отличается от нормального [1—4]. Причиной этого могут быть ошибки, оказывающие превалирующее воздействие на измерения, а также изменения характеристик распределения со временем. Таким образом, приступая к анализу результатов астрономических определений, следует проверить гипотезу о согласии эмпирического и нормального распределений. Если окажется, что различие между ними существенно, нужно подобрать для описания распределения измеряемой величины ту или иную сглаживающую кривую. Такой подход позволит найти вместо обычной среднеарифметической наиболее вероятную оценку измеряемой величины. Пусть x_1, x_2, \dots, x_n — ряд наблюдений, плотность вероятности случайной погрешности $(x_j - \lambda)$ которого равна $f(x_j - \lambda)$.

Запишем функции правдоподобия

$$L = f(x_1 - \lambda) \cdot f(x_2 - \lambda) \dots f(x_j - \lambda) \dots f(x_n - \lambda). \quad (1)$$

Тогда оценку λ по методу максимального правдоподобия находим из условия

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0. \quad (2)$$

Из (1) и (2) следует

$$\sum_{j=1}^n \frac{f'(x_j - \lambda)}{f(x_j - \lambda)} = 0, \quad (3)$$

где $f'(x_j - \lambda)$ — производная функции плотности вероятности по λ , взятая с обратным знаком. Уравнение (3) можно записать в виде [2, 5]:

$$\sum_{j=1}^n (x_j - \lambda) W(x_j - \lambda) = 0, \quad (4)$$

где

$$W(x_j - \lambda) = \frac{1}{x_j - \lambda} \frac{f'(x_j - \lambda)}{f(x_j - \lambda)}. \quad (5)$$

Из (4) находим

$$\lambda = \frac{\sum_{j=1}^n x_j W(x_j - \lambda)}{\sum_{j=1}^n W(x_j - \lambda)}. \quad (6)$$

Например, для нормального распределения

$$f(x_j - \lambda) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x_j - \lambda)^2}{2\sigma^2}}$$

получим

$$W(x_j - \lambda) = \frac{1}{\sigma^2}. \quad (7)$$

т. е. веса не зависят от погрешности $(x_j - \lambda)$

$$\lambda = m = \frac{\sum_{j=1}^n x_j}{n} \quad (8)$$

(наиболее вероятная и среднеарифметическая оценки совпадают). Однако, как отмечено ранее, ошибки астрономических наблюдений не подчиняются нормальному закону. Если плотность вероятности $f(x_j - \lambda)$ принадлежит, например, семейству кривых Пирсона [6]

$$\frac{f'(x_j - \lambda)}{f(x_j - \lambda)} = - \frac{(x_j - \lambda) + c_1}{c_0 + c_1(x_j - \lambda) + c_2(x_j - \lambda)^2},$$

то, заменяя в первом приближении λ среднеарифметическим m , находим веса

$$W(x_j - \lambda) = \frac{(x_j - m) + c_1}{[c_0 + c_1(x_j - m) + c_2(x_j - m)^2](x_j - m)}. \quad (9)$$

Здесь c_0, c_1, c_2 — постоянные, которые определяются по известным соотношениям [3, 6, 7].

Используя $W(x_j - \lambda)$ по формуле (6), находим окончательную средневзвешенную оценку λ , которая соответствует максимуму вероятности кривой распределения.

Для дисперсии оценки λ имеем

$$\sigma^2(\lambda) = \frac{\sum_{j=1}^n (x_j - \lambda)^2 W(x_j - \lambda)}{(n-1) \sum_{j=1}^n W(x_j - \lambda)}. \quad (10)$$

Такое приближение в случае симметричных и слабо асимметричных распределений приводит к малой погрешности. В качестве примера сравним значения λ' и $\sigma'(\lambda)$, найденные путем строгого решения урав-

нений правдоподобия в работе [3] для распределений разностей параллельных широт по группам A, B, C, D полтавской программы наблюдений, описанной в работе [8], с λ и $\sigma(\lambda)$, найденными по формулам (6) и (7) для тех же распределений (табл. 1).

Поскольку в [3] мы получили максимально правдоподобные оценки, исходя из формы кривой Пирсона типа VII, в табл. 1 приводим параметры тех распределений, согласие которых с законом типа VII достаточно хорошее.

Таблица 1

Звенья	λ'	$\sigma'(\lambda)$	λ	$\sigma(\lambda)$
A_1	0.430	0.010	0.430	0.010
B_2	.459	.008	.461	.008
C_1	.483	.007	.485	.007
C_2	.484	.006	.485	.006
D_1	.442	.008	.443	.007

Как видно из табл. 1, различия λ' и λ незначительны, $\sigma'(\lambda)$ и $\sigma(\lambda)$ различаются лишь в одном случае.

Посмотрим теперь, какого же порядка неправильности в анализе значимости тех или иных величин могут возникнуть, если вопреки соображениям, приведенным выше, при-

нимать без предварительной проверки нормальное распределение. Для такого анализа воспользуемся мидзусавским рядом параллельных наблюдений с 1940 г. по 1949 г., опубликованных в работах [9, 10]. Нами были получены разности

$$y_{it} = \varphi'_{it} - \varphi''_{it}, \quad (11)$$

где i — индекс талькоттовской пары, принятый согласно обозначениям международной широтной программы 1935 г. [9], φ'_{it} — широта, полученная по наблюдениям на зенит-телескопе Куксона в момент t , φ''_{it} — широта, полученная по той же паре и в тот же момент по наблюдениям на зенит-телескопе Бамберга. Разности мы получили для каждой талькоттовской пары. В табл. 2 приведено эмпирическое распределение разностей y_{it} . Здесь: x_j — середины принятых интервалов, на которые разбивались значения y_{it} ; n_j — число значений y_{it} , попавших в данный интервал, n — общее число параллельных наблюдений пары, m_i — среднее арифметическое величин y_{it} по паре i , $\sigma_i(m)$ — среднеквадратическая ошибка арифметической середины, λ_i и $\sigma_i(\lambda)$ вычислены соответственно по формулам (6) и (10). Для определения постоянных c_0, c_1 и c_2 использованы следующие величины: β_1 — квадрат асимметрии, которая, как видно из таблицы, невелика, и величина β_2 , которая равна $E-3$, где E — эксцесс.

Если вдоль осей прямоугольной системы координат откладывать отрезки, отвечающие значениям β_1 и β_2 , то в плоскости $\beta_1 O \beta_2$ различными типам кривых Пирсона будут соответствовать области, кривые и точки. На рисунке обозначены точки, соответствующие распределениям величин y_{it} для каждой пары. Точка, отвечающая суммарному распределению разностей за весь рассматриваемый период, выделена.

Большинство точек, как видно из рисунка, лежит в области кривых типа IV, вблизи линии симметричных законов. Для полного описания кривой Пирсона типа IV необходимо четыре параметра. Один из них равен такому значению на оси абсцисс, которое соответствует максимуму вероятности. Эта кривая колоколоподобна, имеет положительный эксцесс, на бесконечности ветви кривой асимптотически приближаются к оси абсцисс. Если асимметрия стремится к нулю, то кривая типа IV превращается в симметричную форму типа VII. Описание кривой типа VII можно найти в работах [1, 5, 7]. В нашем случае эти кривые слабо скошены, поэтому кривые весов также несколько асимметричны. В общем вес неограниченно уменьшается при увеличении $|x_j|$. Исключение составляет небольшое число случаев, когда распре-

x_j	$i=1$		$i=2$		$i=7$		$i=8$		$i=9$		$i=10$	
	n_j	W_j	n_j	W_j	n_j	W_j	n_j	W_j	n_j	W_j	n_j	W_j
1.35												
1.25												
1.15	1	3.8	1	4.8								
1.05		4.2		5.3								
0.95		4.7		6.0								
0.85		5.3		6.8								
0.75	1	5.9	2	7.7								
0.65	1	6.7	1	8.7	3	7.3	1	7.4		8.2	1	8.4
0.55		7.6	4	9.8		8.1		8.0			1	9.6
0.45	1	8.6	5	11.1		8.8	3	8.6	1	8.2	2	11.0
0.35	6	9.8	5	12.5	2	9.7	3	9.2	5	8.9	2	12.5
0.25	6	11.1	7	13.9	5	10.5	4	9.8	6	9.6	8	14.1
0.15	7	12.6	14	15.7	8	11.4	7	10.5	8	10.4	8	15.7
0.05	17	14.2	22	18.8	8	12.4	11	11.2	11	11.2	9	17.2
-0.05	16	16.3	24	23.0	8	13.4	14	12.4	12	12.0	18	18.4
-0.15	20	22.2	22	18.8	17	15.3	22	13.7	23	12.9	22	18.5
-0.25	30	30.1	13	14.1	15	16.2	21	13.0	27	13.6	26	17.1
-0.35	19	21.9	10	13.7	16	15.1	10	12.1	14	13.2	12	15.9
-0.45	10	15.0	6	12.9	20	14.2	7	11.6	14	13.1	9	14.5
-0.55	10	13.6	1	11.9	8	13.3	6	11.1	6	12.9	6	12.9
-0.65	5	12.8	2	10.8	4	12.2	3	10.7	4	12.7		11.4
-0.75	3	11.8	1	9.7	1	11.9	4	10.5	5	12.4	1	10.0
-0.85	2	10.6	1	8.6	3	11.3	2	10.2	1	11.9	1	8.7
-0.95						10.7	3	9.8	1	11.4	1	7.7
-1.05						9.9		9.3		10.7	1	6.7
-1.15					1	9.2	1	8.9	2	10.0		
-1.25												
-1.35												

n	155	141	119	117	140	128
m_i	-0.172	-0.021	-0.229	-0.186	-0.216	-0.153
$\sigma_i(m)$.024	.025	.028	.030	.025	.024
λ_i	-0.199	-0.025	-0.232	-0.180	-0.210	-0.154
$\sigma_i(\lambda)$.021	.023	.026	.027	.024	.020
β_1	0.49	0.27	0.11	0.16	0.16	0.01
β_2	4.97	4.50	3.74	3.59	3.60	4.14

Продолжение табл. 2

x_j	$i=11$		$i=13$		$i=18$		$i=19$		$i=22$		$i=24$	
	n_j	W_j	n_j	W_j	n_j	W_j	n_j	W_j	n_j	W_j	n_j	W_j
1.35		4.3		3.9	1	2.5						
1.25		4.7		4.2		2.8			1	5.7		
1.15		5.2	1	4.6		3.1				5.7		
1.05	1	5.8	1	5.0		3.4	1	4.7	1	5.8		
0.95		6.4	1	5.4		3.8		5.1	1	5.8	2	6.9
0.85		7.1	1	5.9		4.2		5.5	1	5.9	1	7.0
0.75	1	7.9	1	6.4		4.7	2	5.9		6.0	1	7.0
0.65	1	8.8	2	6.9	1	5.2	1	6.3	5	6.1	2	7.1
0.55	2	9.7	3	7.4		5.9	5	6.8	2	6.2	3	7.1
0.45	5	10.6	4	8.0	3	6.6	5	7.2	4	6.4	6	7.2
0.35	13	11.6	7	8.6	5	7.4	5	7.6	9	6.6	7	7.2
0.25	8	12.5	9	9.2	1	8.2	6	8.0	9	7.0	9	7.3
0.15	19	13.7	15	9.9	3	9.1	10	8.5	15	8.0	12	7.4
0.05	17	13.5	17	11.8	8	10.1	11	9.0	7	6.0	12	7.6
-0.05	14	13.1	9	11.6	7	11.5	13	9.5	8	4.3	12	7.4
-0.15	15	12.6	17	10.2	11	12.0	14	10.7	10	5.5	11	7.3
-0.25	8	12.0	12	9.4	11	11.1	7	9.7	9	6.1	10	7.2
-0.35	3	11.5	9	8.7	10	10.4	9	8.1	4	6.4	5	7.2

x_j	$i=11$		$i=13$		$i=18$		$i=19$		$i=22$		$i=24$	
	n_j	W_j	n_j	W_j	n_j	W_j	n_j	W_j	n_j	W_j	n_j	W_j
-0.45	4	10.9	9	8.5	7	9.8	4	7.7	6	6.7	3	7.2
-0.55	2	10.1	1	8.2	9	9.2	5	7.4	5	7.0	1	7.2
-0.65	3	9.3	2	7.8	3	8.7	3	7.1	3	7.3	6	7.2
-0.75	1	8.4	2	7.4	1	8.1	1	6.7	1	7.6	1	7.1
-0.85	1	7.6		6.9		7.4		6.3			1	7.1
-0.95	1	6.9	2	6.4		6.7		5.9			1	7.0
-1.05		6.2		5.9	2	6.1	2	5.5				
-1.15		5.6		5.5	1	5.5		5.1				
-1.25							1	4.7				
-1.35												

n	119	125	84	105	101	106
m_i	0.023	-0.010	-0.192	-0.045	0.043	0.015
$\sigma_i(m)$.029	.032	.042	.038	.039	.036
λ_i	0.031	-0.016	-0.198	-0.039	0.044	0.015
$\sigma_i(\lambda)$.025	.030	.035	.034	.034	.036
β_1	0.08	0.10	0.41	0.03	0.14	0.00
β_2	3.95	3.83	5.37	3.69	3.15	3.05

Продолжение табл. 2

x_j	$i=25$		$i=28$		$i=31$		$i=37$		$i=40$		$i=41$	
	n_j	W_j	n_j	W_j	n_j	W_j	n_j	W_j	n_j	W_j	n_j	W_j

1.35												
1.25												
1.15												
1.05							1	8.0				
0.95								8.5	1	7.7		
0.85								9.1	1	8.6		
0.75							1	9.6	2	9.6		
0.65					1	27.7		10.1	4	10.7		
0.55					1	17.9	6	10.7	5	11.8	1	8.3
0.45	5	13.4	3	8.0	5	13.9	8	11.7	7	13.0	3	9.0
0.35	7	9.5	4	7.7	9	11.9	12	11.8	11	14.1	2	9.8
0.25	6	7.6	5	7.5	14	10.8	11	11.9	15	15.3	5	10.6
0.15	11	6.8	5	7.5	12	10.3	13	12.2	33	16.4	10	11.5
0.05	13	6.6	8	7.5	16	9.6	28	12.6	36	16.5	19	12.3
-0.05	8	6.4	8	7.5	15	9.0	23	12.6	34	15.5	15	13.3
-0.15	11	6.0	12	7.5	11	9.9	14	12.0	23	15.1	23	14.1
-0.25	24	5.7	14	7.5	14	10.9	11	11.8	18	14.6	24	15.2
-0.35	11	5.5	7	7.4	6	12.7	10	11.5	10	14.0	25	14.1
-0.45	13	6.5	5	7.4	4	15.8	5	11.2	6	13.0	18	13.1
-0.55	8	8.1	4	8.1	2	22.5	3	10.6	2	11.9	8	12.2
-0.65	2	11.1	2	9.0	1	40.1	4	10.1	2	10.9	7	12.1
-0.75	4	20.3	6	10.2				9.6	1	9.9	5	11.6
-0.85			2	12.1			1	9.1	1	8.9	3	11.0
-0.95			1	15.1							2	10.3
-1.05			1	20.6							1	9.7
-1.15												9.0
-1.25												8.3
-1.35											1	7.6

n	123	87	111	151	211	172
m_i	-0.148	-0.197	0.016	0.016	0.029	-0.233
$\sigma_i(m)$.027	.037	.024	.025	.019	.023
λ_i	-0.164	-0.216	0.008	0.016	0.027	-0.227
$\sigma_i(\lambda)$.031	.042	.028	.024	.017	.022
β_1	0.03	0.08	0.00	0.00	0.04	0.11
β_2	2.29	2.77	2.44	3.29	3.73	3.64

x_j	$i=43$		$i=44$		$i=45$		$i=47$		$i=52$		$i=54$	
	n_j	W_j	n_j	W_j	n_j	W_j	n_j	W_j	n_j	W_j	n_j	W_j
1.35												
1.25							1	2.9				
1.15								3.2				
1.05							1	3.6				
0.95					1	5.5	1	4.0				
0.85						6.2		4.5			1	5.5
0.75						7.1	1	5.0	1	10.8		6.4
0.65			2	10.8	1	8.0		5.7	2	12.2		7.5
0.55			2	11.6	3	9.1	1	6.4	2	13.7		8.8
0.45	2	9.8	6	12.5	6	10.3	2	7.2	3	15.5	4	10.5
0.35	2	10.0	12	13.3	4	11.5	1	8.1	5	17.4	3	12.4
0.25	6	10.4	11	14.4	9	12.9	6	9.1	11	19.5	5	14.6
0.15	7	10.7	20	15.3	19	14.2	10	10.3	11	22.0	6	17.0
0.05	13	11.0	20	16.0	20	15.7	13	11.6	28	22.5	17	19.4
-0.05	21	11.4	20	15.6	17	15.8	18	12.0	31	22.9	18	20.4
-0.15	27	12.2	16	15.2	18	15.0	20	11.6	26	22.4	24	20.8
-0.25	24	12.4	14	14.9	14	14.0	22	10.8	20	21.7	15	19.8
-0.35	22	12.2	5	14.6	11	13.0	16	10.2	7	20.8	22	18.8
-0.45	19	11.4	4	14.4	9	12.0	15	10.7	4	19.9	10	16.9
-0.55	11	11.3	3	14.2	2	10.9	10	10.6	1	18.6	2	14.7
-0.65	14	11.3	3	13.8	2	9.9	9	10.0	1	17.1	1	12.5
-0.75	5	11.3	1	13.4	1	8.8	2	9.3			1	10.6
-0.85	3	11.5	1	12.7		7.8	2	8.5				9.0
-0.95	4	11.7				6.9	1	7.7				7.6
-1.05	1	11.8				6.1	1	6.9				6.5
-1.15		11.8			2	5.3	1	6.2			1	5.6
-1.25	1	11.9									1	4.8
-1.35												

n	182	140	139	154	153	131
m_i	-0.275	0.016	-0.049	-0.194	-0.026	-0.140
$\sigma_i(m)$.022	.023	.028	.028	.019	.024
λ_i	-0.274	0.020	-0.055	-0.198	-0.029	-0.141
$\sigma_i(\lambda)$.022	.022	.022	.024	.017	.020
β_1	0.06	0.19	0.09	0.60	0.28	0.05
β_2	3.14	3.56	4.49	5.54	3.96	5.49

Продолжение табл. 2

x_j	$i=55$		$i=58$		$i=66$		$i=67$		Σ_i	
	n_j	W_j	n_j	W_j	n_j	W_j	n_j	W_j	n_j	W_j
1.35									1	3.8
1.25									2	4.2
1.15									3	4.6
1.05									6	5.1
0.95	1	5.3					1	6.0	9	5.7
0.85		6.1						6.7	8	6.3
0.75		7.1	1	7.3				7.4	19	7.0
0.65		8.1	1	8.6				8.2	29	7.8
0.55	1	9.4	1	10.2	1	12.9	1	9.1	47	8.6
0.45	2	10.9	1	12.1	2	14.2	3	10.1	114	9.5
0.35	4	12.5		14.3	2	15.5	1	11.1	166	10.4
0.25	5	14.3	5	16.9	3	16.7	4	12.0	226	11.2
0.15	7	16.1	12	19.5	6	17.9	11	13.0	350	12.0
0.05	14	17.8	13	21.7	16	18.8	21	13.8	488	12.7
-0.05	17	19.4	19	23.2	16	19.6	10	14.4	498	13.7
-0.15	15	19.4	22	23.2	23	19.9	12	14.5	552	13.5
-0.25	13	17.9	15	22.2	19	19.1	12	13.9	494	12.5

x_j	$i=55$		$i=58$		$i=66$		$i=67$		Σ_i	
	n_j	W_j	n_j	W_j	n_j	W_j	n_j	W_j	n_j	W_j
-0.35	12	16.4	12	20.2	10	18.8	11	13.3	353	11.9
-0.45	8	14.9	5	17.6	7	18.0	11	12.7	269	11.3
-0.55	1	13.3	4	15.1	6	17.0	5	11.9	143	10.6
-0.65	1	11.7	1	12.7	1	15.8	2	11.1	104	9.8
-0.75	2	10.1	1	10.7	3	14.6	2	10.1	57	8.9
-0.85		8.8		9.1		9.1	1	9.2	28	8.1
-0.95		7.6		7.7			1	8.3	19	7.3
-1.05	1	6.6		6.6					10	6.6
-1.15			1	5.6					9	5.9
-1.25									3	5.4
-1.35									1	4.8

n	104	114	115	109	4008
m_i	-0.107	-0.114	-0.152	-0.130	-0.1003
$\sigma_i(m)$.028	.024	.023	.029	.0051
λ_i	-0.109	-0.115	-0.152	-0.129	-0.1010
$\sigma_i(\lambda)$.023	0.020	.020	.026	.0045
β_1	0.04	0.00	0.00	0.01	0.01
β_2	4.66	5.01	3.41	3.79	3.91

деления принадлежат областям типов I и II, т. е. области плосковершинных и усеченных распределений. Тогда веса увеличиваются на концах кривой (пары 25, 31).

Как видно из рисунка, лишь около трети распределений группируются вокруг точки N , которая на графике соответствует нормальному закону. Проверим этот вывод с помощью критерия χ^2 . В табл. 3 даны вероятности p_i того, что исследуемые статистические распределения являются выборками из нормальной генеральной совокупности. Для большинства пар эти вероятности весьма малы. Сопоставляя эти данные с результатами табл. 2, находим, что для значительных уклонов от закона Гаусса характерно наибольшее отличие средневзвешенного от среднего арифметического, например, для пар 1, 25, 28, 31. Во всех случаях, исключая пары 25 и 31, средневзвешенное имеет более узкий доверительный интервал, чем среднее арифметическое. Благодаря учету весов $W(x_j - \lambda)$ дисперсия оценки меньше дисперсии арифметической середины приблизительно на 20% в среднем.

Таблица 3

N_2 пп.	i	p_i	N_2 пп.	i	p_i
1	1	0.00	17	40	0.39
2	2	.00	18	41	.00
3	7	.00	19	43	.40
4	8	.03	20	44	.67
5	9	.00	21	45	.00
6	10	.01	22	47	.00
7	11	.05	23	52	.03
8	13	.07	24	54	.00
9	18	.00	25	55	.00
10	19	.10	26	57	.82
11	22	.11	27	58	.00
12	24	.50	28	59	.65
13	25	.00	29	63	.42
14	28	.00	30	66	.40
15	31	.00	31	67	.00
16	37	.33	32	71	.75

Подводя итоги, можно сказать, что только в четырех случаях (пары 24, 37, 43, 44) не происходит заметного изменения весов. В остальных случаях веса крайних наблюдений в два, три, четыре, а иногда и в пять раз меньше веса значений, близких к среднему. Таким образом, среди широт рассмотренного нами ряда наблюдений в Мидзусаве встречаются аномальные. По-видимому, и для других рядов наличие аномальных наблюдений — не исключение.

В работе [11] отмечается, что экспериментальные данные могут содержать до 10% аномальных значений, которые вызывают заметные

смещения оценок неизвестных параметров распределения. Довольно часто встречаются ошибки слишком маловероятные для нормального закона. Однако их нельзя отнести к числу грубых просчетов. Ясно, что неудовлетворительно правило, которое сохраняет ошибки величиною, например, 4σ и отбрасывает ошибки 4.1σ .

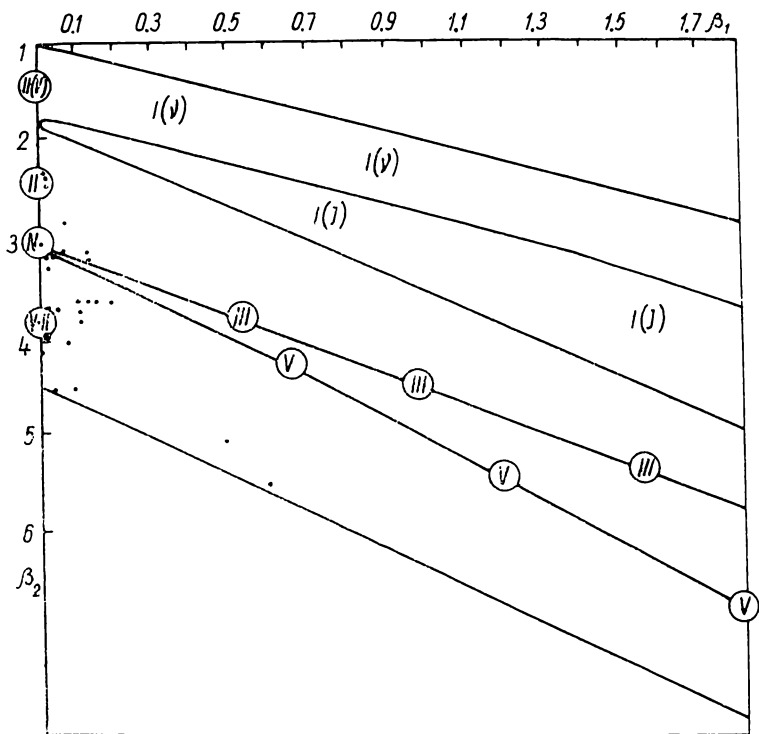


График для определения кривой Пирсона.

В рассмотренном нами способе обработки используются все наблюдения с весами, соответствующими распределению Пирсона типа VII. В отличие от метода, предложенного Хьюлме и Симсом [2], здесь не требуется графического выравнивания полученного статистического распределения с последующим измерением наклона касательных и эмпирической сглаживающей кривой.

Как видно из рисунка, кривая Пирсона типа VII хорошо представляет общее распределение разностей y_{it} . Следовательно, при обработке больших рядов наблюдений целесообразно назначать веса, исходя из указанной кривой. Этим обеспечивается получение более надежных оценок параметров, чем при априорном использовании нормального закона распределения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Jeffereys H. — M. N. Roy. Astr. Soc., 199, 9, 1939.
2. Hulme H. R. and Symms L. S. T. — M. N. Roy. Astr. Soc., 99, 8, 1939.
3. Джунь И. В. — В кн.: Вопросы астрометрии, «Наукова думка», 1968.
4. Джунь И. В. — см. наст. сб.
5. Jeffereys H. Theory of Probability, Sec. Ed., 1940.
6. Большев Л. Н., Смирнов Н. В. Таблицы математической статистики, М., 1965.
7. Коуден Д. Статистические методы контроля качества (пер. с англ.), М., 1951.
8. Федоров Е. П. О задачах и программе Международной службы широты, М., 1954.

ON ATTACHING WEIGHTS TO ASTRONOMICAL OBSERVATIONS

I. V. DZHUN

Summary

The author recommends the weighted average based on smoothing the sample distribution by means of one of the Pearson curves as the most probable estimate of an observed value. The method is illustrated by the analysis of concurrent observations with two zenith telescopes at Mizusawa.

ИЗУЧЕНИЕ ОШИБОК НАБЛЮДЕНИЙ ГОЛОСЕЕВСКОГО КАТАЛОГА ЗВЕЗД ШИРОТНЫХ ПРОГРАММ. I.

А. С. Харин, Я. С. Яцкив

(ГАО АН УССР, г. Киев)

Одним из возможных путей повышения точности определения положений и собственных движений звезд является усовершенствование методики обработки астрометрических наблюдений на основе современных достижений математической статистики и теории случайных функций. По инициативе Е. П. Федорова работы в этом направлении недавно начаты в ГАО АН УССР. Предполагается выработать обоснованные в теоретико-вероятностном смысле рекомендации для нахождения эффективных оценок и изучения ошибок наблюдений склонений и прямых восхождений, для назначения весов при составлении сводного каталога и др. Некоторые из этих вопросов будут рассмотрены на примере Голосеевского каталога склонений звезд широтных программ [1]. В настоящей статье основное внимание уделяется изучению распределения случайных ошибок и методу оценки наиболее вероятных значений склонений по данным наблюдений.

1. Закон распределения случайных ошибок наблюдений склонений

Пусть δ_{ij} — наблюдаемые значения склонения i -й звезды ($j=1, 2, \dots, n$, где n — число наблюдений), $v_{ij} = \delta_{ij} - \delta_i$ — отклонения наблюдаемых значений склонения от среднеарифметического. Значениями v_{ij} можно воспользоваться для построения эмпирического распределения случайных ошибок наблюдений склонений. С этой целью разобьем интервал возможных значений v_{ij} на градации таким образом, чтобы их число l приблизительно равнялось $10 \lg N$, где N — общее число отклонений. В нашем случае, учитывая, что $N \approx 12000$, $v_{ij} \approx \pm 2''.0$, удобно принять размер градации $\Delta h = 0''.10$. В табл. 1 для середины каждой градации h_k приведены значения эмпирических частот n_k . При этом если отклонение v_{ij} попадало на границу между градациями, к соответствующим частотам прибавлялось по 0.5.

Обычно предполагается, что истинное распределение случайной величины принадлежит некоторому семейству $F(v, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$, зависящему от конкретных значений параметров $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$. Эти пара-