11. Moiseiwitsch B. L., Smith S. J. — Rev. mod. Phys., **40**, № 2, 238, 1968.
12—13. Мороженко Н. Н. — Солнечные данные, №№ 4, 6, 1968.
14. Зельдина М. Ю., Сергеева А. Н. — Вопросы астрофизики, «Наукова думка», 36, 1966.
15. Зельдіна М. Ю., Сергєєва А. М. — Вісн. Київськ. ун-ту, № 8, 25, 1967.
16. Сергеева А. Н. — Вопросы астрофизики, «Наукова думка», 138, 1967.
17. Мороженко Н. Н. — Изв. ГАО АН УССР, **5**, № 1, 93, 1963.
18. Goldberg L., Müller E. A., Aller L. A. — Astrophys. J., Suppl. Series, 5, № 45, 1, 1960.
19. Яковкин Н. А., Зельдина М. Ю. — Астрон. журн., **45**, № 1, 50, 1968.
20. Соболев В. М. — Изв. ГАО АН СССР, **22**, № 167, 53, 1961.
21. Warner B. — Monthly Notices Roy. Soc., 139, № 1, 115, 1968.
22. Green L. C., Johnson N. C., Kolchin E. K. — Astrophys. J., **144**, 389, 1966.
23. Zirin H., Tandberg-Hassen E. — Astrophys. J., **131**, № 3, 717, 1960.
24. Burgess A. — Mem. Soc. Roy. Sci., Liege, **4**, 299, 1961.

HELIUM EXCITATION AND STRUCTURE OF QUIESCENT SOLAR PROMINENCES

N. N. MOROZHENKO

Summary

The theoretical and observed level populations are compared. These levels are: helium 2^3P, hydrogen second, ionized helium fourth ones. The obtained results are as follows:

1. Helium, hydrogen and metals may be emitted by the same filaments.

2. Bright quiescent prominence filaments have electron temperature, electron density in the line of sight near $T_e=7000°$, $n_e=10^{12}$, $\alpha=10^{-3}$.

3. Under these conditions the average effective thickness are $5\cdot10^6$ cm. Hence quiescent prominences have a fine filamentari structure.

4. The conditions in the inter-filament areas are $T_e=20\,000°$—$70\,000°$, $n_e=10^{10}$—10^{11} cm^{-3}.

К ТЕОРИИ УДАРНЫХ ВОЛН В ДВИЖУЩЕЙСЯ СРЕДЕ

И. А. Климишин, А. Ф. Новак

В ряде задач космической газодинамики необходимо рассматривать распространение ударной волны в движущейся среде (например, в атмосфере пульсирующей звезды, в солнечной короне, в межпланетной среде).

Среди известных приближенных методов лучшим является метод фиктивной вязкости. Однако использование его возможно лишь с помощью мощных ЭВМ. Краткий обзор приближенных методов решения системы уравнения газодинамики дан в [1].

Во многих случаях достаточно точные решения можно получить и с помощью более простых методов — Чизнелла или Бринкли — Кирквуда, где расчеты проводятся сравнительно легко. Обобщение метода Чизнелла—Уизема на случай стационарного движения газа перед фронтом ударной волны проведено в [2]. Учитывая, однако, приближенность этого метода, следует иметь аналогичный простой метод для соответствующего контроля. Оказалось, что аналогичное обобщение можно сделать и для метода Бринкли—Кирквуда, что мы и приводим здесь.

Хорошо известные условия сохранения массы, импульса и энергии запишем в следующем виде:

$$\varrho(D-u)=\varrho_0(D-V), \qquad (1а)$$

$$P=\varrho_0(u-V)(D-V), \qquad (1б)$$

$$\Delta H=\frac{p}{2}\left(\frac{1}{\rho_0}+\frac{1}{\rho}\right), \qquad (1в)$$

где ϱ_0 и V — плотность и скорость перед фронтом ударной волны, D — скорость фронта относительно неподвижной системы координат (например, по отношению к центру звезды), ΔH — прирост удельной энтальпии элемента газа после пересечения им фронта, $p = p_1 - p_0$ — превышение давления на фронте волны. Систему уравнений непрерывности и движения представим в форме Лагранжа:

$$\frac{\rho}{\rho_0} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{\rho^2 c^2} \cdot \frac{\partial p}{d t} = 0,$$
$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial (p + p_0)}{\partial x} = -g, \tag{2}$$

где g — ускорение силы тяжести, $c^2 = \frac{d(p+p_0)}{d\rho}$ — квадрат скорости звука за фронтом волны.

Систему [2] можно сделать замкнутой относительно частных производных функций u и p и тем самым найти выражение для их полных производных, если дополнить систему еще двумя уравнениями. Первое из них получается при дифференцировании условия сохранения импульса на фронте ударной волны (1б). Используя оператор $\frac{d}{dx} = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{1}{D}\frac{\partial}{\partial t}$ и учитывая, что $D = D(\varrho_0, p_0, p_1 V)$, получаем:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + D\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{1}{D - V} \cdot \frac{k}{\rho_0} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{k}{\rho_0} \cdot \frac{D}{D - V} \cdot \frac{dp}{\partial x} =$$
$$= -\frac{1}{\rho_0} \cdot \frac{pD}{D - V} \cdot \frac{d \ln \rho_0}{dx} - \frac{p}{\rho_0} \cdot \frac{D}{(D - V)^2} \cdot \frac{dD}{\partial C_0} \cdot \frac{dC_0}{dx} - \frac{p}{\rho_0} \cdot \frac{D}{(D - V)^2} \cdot \frac{\partial D}{\partial p_0} \cdot \frac{\partial p_0}{dx} +$$
$$+ \left[D - V + \frac{p}{\rho_0 (D - V)}\left(1 - \frac{\partial D}{\partial V}\right)\right] \frac{D}{D - V} \cdot \frac{dV}{dx}, \tag{3}$$

где

$$k = 1 - \frac{p}{D - V} \cdot \frac{dD}{dp}. \tag{4}$$

Четвертое уравнение записывается, как обычно в этом методе, из энергетических соображений. Интеграл энергии ударной волны, фронт которой в момент времени t находится в точке x, преобразуем в виде:

$$S(x) = \int p' (u - V)' \, dt' = p (u - V) \sigma \chi, \tag{5}$$

где величины со штрихом относятся к одному и тому же лагранжевому слою, χ, как обычно, — безразмерная функция:

$$\chi = \int_0^\infty \frac{p' (u - V)'}{p (u - V)} d\tau,$$

а безразмерное время τ определяется из условия $\tau = \frac{t' - t}{\sigma}$, причем $\frac{1}{\sigma} = -\left[\frac{\partial}{\partial t} \ln p' (u - V)'\right]_{t' = t}$. Из последнего для стационарного движения перед фронтом волны $\left(\frac{\partial V}{\partial t} = 0\right)$ находим:

$$\frac{1}{\sigma} = -\frac{1}{p}\frac{\partial p}{\partial t} - \frac{1}{u - V}\frac{\partial u}{\partial t},$$

откуда, исключив σ с помощью (5), имеем:

$$\frac{1}{p}\cdot\frac{\partial p}{\partial t}+\frac{1}{u-V}\cdot\frac{du}{\partial t}=-\frac{p\,(u-V)\,\chi}{S\,(x)}. \qquad (6)$$

С помощью (1), (2), (3), (6), подставляя частные производные $\frac{\partial p}{\partial x}$ и $\frac{\partial p}{\partial t}$ в выражение $\frac{\partial p}{\partial x}=\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{1}{D}\cdot\frac{\partial p}{\partial t}$, находим полную производную давления по направлению распространения плоской ударной волны:

$$\frac{dp}{dx}=\left\{2+k-L+\frac{kD}{D-V}\right\}^{-1}\left\{-\frac{\varkappa L_0 p^3}{S\,(x)\,\rho_0\,D\,(D-V)}-\right.$$

$$-\left[2-L-\frac{c_0 p\,(2D-V)}{2p_0\,(D-V)^2}\frac{\partial D}{\partial C_0}-\frac{p\,(2D-V)}{(D-V)^2}\frac{\partial D}{\partial p_0}\right]\cdot$$

$$\cdot\frac{dp_0}{dx}+\frac{p\,(2D-V)}{2\,(D-V)}\frac{d\ln\rho_0}{dx}-\frac{2D-V}{D}\left[\rho_0 D+\frac{pD}{(D-V)^2}\left(1-\frac{\partial D}{\partial V}\right)\right]\frac{dV}{dx}-$$

$$\left.-(2-L)\,\rho_0 g\right\}, \qquad (7)$$

где

$$L_0=1-\frac{\rho_0^2 D^2}{\rho^2 c^2},\quad L=1-\frac{\rho_0^2\,(D-V)\,D}{\rho^2 c^2}. \qquad (8)$$

Закон сохранения энергии для ударной волны может быть записан в виде:

$$\frac{dS}{dx}=-\rho_0 h-\rho_0\frac{(u-V)^2}{2}, \qquad (9)$$

где h — прирост удельной энтальпии элемента газа после того, как этот элемент достигает начального значения давления ρ_0 [3], другой член учитывает изменения кинетической энергии элемента. Здесь же можно учесть и работу в поле силы тяжести [1].

Уравнения (7) и (9) основные в данной задаче. Их численное интегрирование не встречается с принципиальными трудностями. Воспользовавшись обозначениями $\xi=p/p_0$, уравнением (1) и законом газового состояния $p=\varrho RT$, после несложных преобразований получаем:

$$\frac{\rho}{\rho_0}=\frac{1+\lambda\xi}{1+(1-\lambda)\,\xi},\ D=c_0\,(\eta+\sqrt{1+\lambda\xi}\,),\ u=\frac{c_0}{\gamma\sqrt{1-\lambda\xi}}\,(\xi+\gamma\eta\sqrt{1+\lambda\xi}), \qquad (10)$$

где $\lambda=\frac{\gamma+1}{2\gamma}$, $\eta=\frac{V}{c_0}$, $c_0^2=\gamma\frac{p_0}{\rho_0}$. Здесь предполагается, что $\eta>0$, если поток газа имеет то же направление, что и ударная волна. В частности, для сильных ударных волн, когда $\xi\gg1$, для встречного потока $\left(\frac{\partial D}{\partial V}=1\right)$ уравнение (7) запишется в виде:

$$\frac{d\xi}{dx}=-\frac{2p_0\chi\xi^2\,[\lambda^2\xi-\eta\,(1-\lambda)\,(\eta+2\sqrt{\xi\lambda})]}{\lambda\gamma S\,(x)\,[\eta+\sqrt{\lambda\xi}]\,\{2\,(3-\lambda)\sqrt{\lambda\xi}+\eta\,(3-2\lambda)\}}-$$

$$-\xi\frac{d\ln p_0}{dx}+\frac{\xi\,(\eta+2\sqrt{\lambda\xi})}{\eta\,(3-2\lambda)+2\,(3-\lambda)\sqrt{\lambda\xi}}\frac{d\ln\rho_0}{dx}-$$

$$-\frac{2\gamma}{c_0}\frac{\sqrt{\lambda\xi}\,(\eta+2\sqrt{\lambda\xi})}{\eta\,(3-2\lambda)+2\,(3-\lambda)\sqrt{\lambda\xi}}\frac{dV}{dx}-\frac{2\gamma g}{c_0^2}\frac{\eta\,(1-\lambda)+(2-\lambda)\sqrt{\lambda\xi}}{\eta\,(3-2\lambda)+2\,(3-\lambda)\sqrt{\lambda\xi}}. \qquad (11)$$

Далее, если падающий вниз поток является изотермическим $\frac{d\ln\rho_0}{dx}=\frac{d\ln\rho_0}{dx}$, а энергия ударной волны велика $(S(x)\to\infty)$, то, записывая (10) в виде $\frac{dD}{dx}=\frac{dV}{dx}+\frac{\lambda c_0}{2\sqrt{\lambda\xi}}\cdot\frac{d\xi}{dx}$ и учитывая (11), получаем:

$$\frac{dD}{dx}=\frac{\{\eta[3-\lambda(2+\gamma)]+2\sqrt{\lambda\xi}[3-\lambda(1+\gamma)]\}\frac{dV}{dx}}{\eta(3-2\lambda)+2(3-\lambda)\sqrt{\lambda\xi}}-$$
$$-c_0\sqrt{\lambda\xi}\,\frac{\eta(1-\lambda)+\sqrt{\lambda\xi}(2-\lambda)}{\eta(3-2\lambda)+2\sqrt{\lambda\xi}(3-\lambda)}\,\frac{d\ln\rho_0}{dx}-\frac{\lambda\gamma g}{c_0\sqrt{\lambda\xi}}\,\frac{\eta(1-\lambda)+(2-\lambda)\sqrt{\lambda\xi}}{\eta(3-2\lambda)+2(3-\lambda)\sqrt{\lambda\xi}}. \tag{12}$$

Это уравнение легко решается при соответствующих значениях исходных параметров задачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Климишин И. А. — Проблемы космической физики, **2**, 61, 1967.
2. Birg G. A. — Astrophys. J., **139**, 675, 1964.
3. Brinkly S. R., Kirkwood J. G. — Phys. Rev., **71**, 606, 1947.

ON THE THEORY OF THE SHOCK WAVES IN THE MOVING MEDIUM

I. A. KLIMISHIN, A. F. NOVAK

Summary

The generalization is presented of the known gasodynamical method of the Brinkly — Kirkwood for the case of plane shock wave propagation in the stationary moving medium.